

UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC
FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL



“VARIANTE DEL MODELO DE INVENTARIO DE CANTIDAD DE
PEDIDO (CEP) CONSIDERANDO PRONÓSTICO DE DEMANDA
ESTACIONAL DE ALIMENTOS PROCESADOS”

TESIS

PRESENTADO POR:

Bach. GERALD ANTONY VICENCIO CHECCO

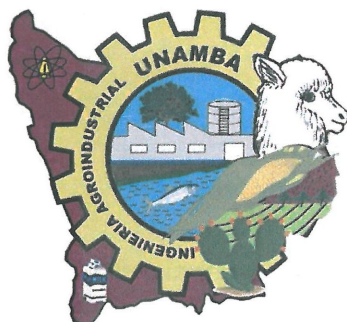
PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO AGROINDUSTRIAL

ABANCAY-PERÚ

2019



UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA AGROINDUSTRIAL



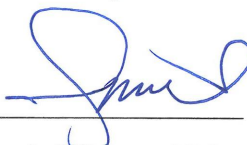
Tesis

**“VARIANTE DEL MODELO DE INVENTARIO DE CANTIDAD DE PEDIDO
(CEP) CONSIDERANDO PRONÓSTICO DE DEMANDA ESTACIONAL DE
ALIMENTOS PROCESADOS”**

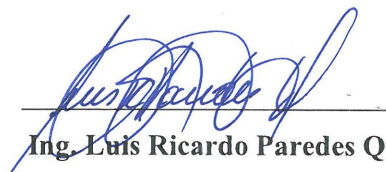
Presentado por el Bach. GERALD ANTONY VICENCIO CHECCO, para optar al Título
de: Ingeniero Agroindustrial

Sustentado y aprobado el 16 de Mayo del 2019 ante el jurado:

Presidente:


Dr. Fulgencio Vilcanqui Pérez

Primer Miembro:


Ing. Luis Ricardo Paredes Quiroz

Segundo Miembro:


Ing. Jorge Beltrán Mendoza Cáceres

Asesor:


Dra. Dagnith Liz Bejarano Lujan

Agradecimiento

A la Dra. Dagnith Liz Bejarano Lujan por su asesoría, conocimiento científico y palabras de aliento, para lograr la finalización del presente trabajo.

Al Ing. Luis Ricardo Paredes Quiroz por toda la ayuda en la presentación final de esta tesis.

Al Dr. Fulgencio Vilcanqui Pérez y al Ing. Jorge Beltrán Mendoza Cáceres por la disposición de su tiempo para con la tesis.

A mis compañeras y amigas del laboratorio de biotecnología.



Dedicatoria

A mis padres, hermanas,
amiga favorita, y a mí.



ÍNDICE DE CONTENIDO

RESUMEN.....	1
ABSTRACT	2
Capítulo I. Planteamiento del problema	3
1.1. Descripción del problema	3
1.2. Enunciado	4
1.3. Objetivos	4
1.4. Justificación	5
1.5. Delimitación.....	5
Capítulo II. Marco Teórico	6
2.1. Antecedentes	6
2.2. Marco referencial	7
2.2.1. Gestión de Cadena de Suministros.	7
2.2.2. Empresas comercializadoras de Alimentos.....	8
2.2.3. Cadena de suministros.....	9
2.2.4. Planificación y control de la producción.	9
2.2.5. Administración de inventario.....	10
2.2.6. Modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP).....	11
2.2.7. Variantes del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP).....	13
2.2.8. Complejidad de las ecuaciones de costos.....	19
2.2.9. Gestión de la Cadena de Suministro.....	20
2.3. Definición de términos	21
Capítulo III. Diseño metodológico	25
3.1. Definición de Variables	25
3.2. Operacionalización de variables	25
3.3. Hipótesis de la Investigación	25
3.4. Tipo y diseño de la investigación.....	26
3.5. Población.....	26
3.6. Procedimiento de la investigación.....	26
3.7. Material de investigación.....	30
3.7.1. Pruebas de entrada, proceso y salida de la investigación.	30
3.7.2. Instrumentos de investigación.....	30

Capítulo IV. Resultados	32
4.1. Descripción de los resultados	32
4.1.1. Pronóstico de demanda con el método de multiplicadores estacionales	32
4.1.2. Lógica de inventario más apropiada.	33
4.1.3. Uso de constantes logísticas.	37
4.1.4. Determinación de la cantidad a mantener.	39
4.1.5. Relación del lote de pedido con el costo total.	49
4.1.6. Optimización de parámetros.	51
4.1.7. Restricción para el modelo.	60
4.1.8. Lógica de análisis de restricciones.	75
4.1.9. Modelo de inventario.	78
4.1.10. Validación el modelo matemático.	91
4.2. Discusión de resultados	115
 Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones	118
5.1. Conclusiones	118
5.2. Recomendaciones	118
 Referencias bibliográficas	119

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Curvas básicas de los costos de inventario	12
Figura 2. Nivel de inventario en el tiempo del modelo $\langle R,r \rangle$	15
Figura 3. Nivel de inventario del modelo $\langle R,r \rangle$ con ventas pendientes.	16
Figura 4. Nivel de inventario del modelo $\langle R,T \rangle$ con ventas pendientes.	17
Figura 5. Nivel de inventario del modelo $\langle R,T \rangle$ con pérdida de ventas.	18
Figura 6. Modelo $\langle nQ, r, T \rangle$ Caso Venta Pendiente	20
Figura 7. Distribución de tramos descendente a partir de picos de demanda.	34
Figura 8. Distribución de tramos ascendente a partir de demanda baja.	34
Figura 9. Comparativa de la evolución de demanda e inventario disponible.	35
Figura 10. Modelo óptimo de distribución para pronósticos de diferentes tamaños.	36
Figura 11. Comparativa de la evolución de la demanda e inventario disponible, para pronósticos con picos de demanda de diferentes tamaños.	36
Figura 12. Modelo óptimo de distribución de tramos, para pronósticos de demanda con picos de similar tamaño.	37
Figura 13. Comparativa de la evolución de la demanda e inventario disponible para pronósticos de demanda con picos de similar tamaño.	37
Figura 14. Cantidad a mantener respecto al volumen de pedido (Q)	41
Figura 15. Inventario final respecto al volumen de pedido (Q)	45
Figura 16. Cantidad a mantener e inventario final, respecto al volumen de pedido.	46
Figura 17. Cantidad a mantener respecto al volumen de pedido óptimo (Q*) e inventario final respecto al volumen de pedido óptimo (Q**).	46
Figura 18. Cantidad a mantener respecto a la suma de coeficientes de mantenimiento	48
Figura 19. Volumen de pedido (Q) respecto al número de pedidos (N)	50
Figura 20. Demanda pronosticada a partir de información histórica.	51
Figura 21. Demanda pronosticada a partir de información histórica.	51
Figura 22. Distribución por tramos de la demanda pronosticada.	52
Figura 23. Distribución por tramos de la demanda pronosticada.	53
Figura 24. Distribución por tramos de la demanda pronosticada.	53
Figura 25. Modelo de tramos extendidos de la demanda pronosticada y demanda promedio.	54
Figura 26. Modelo de tramos extendidos de la demanda pronosticada y demanda promedio.	55
Figura 27. Modelo de tramos extendidos de la demanda pronosticada y demanda promedio	55
Figura 28. Comportamiento de la demanda promedio en un tramo definido.	56
Figura 29. Demanda ascendente en un tramo.	61
Figura 30. Demanda ascendente en un tramo y demanda promedio en un tramo.	61

Figura 31. Demanda descendente en un tramo y demanda promedio.	63
Figura 32. Serie de requerimientos con estacionalidad y demanda inicial baja.	67
Figura 33. Distribución de tramos en una serie de requerimientos con demanda inicial baja.	67
Figura 34. Distribución de tramos en bloques de demanda	70
Figura 35. Serie de requerimientos con estacionalidad y demanda inicial alta.	72
Figura 36. Distribución de tramos en una serie de requerimientos	72
Figura 37. Distribución de tramos del primer escenario.	75
Figura 38. Distribución de tramos del segundo escenario.	76
Figura 39. Distribución de tramos del tercer escenario.	77
Figura 40. Distribución de tramos del cuarto escenario.	77
Figura 41. Conglomerado de pronósticos de demanda a lo largo de los periodos.	80
Figura 42. Distribución por tramos del conglomerado de pronósticos.	84
Figura 43. Distribución de tramos en bloques de demanda.	84
Figura 44. Distribución de tramos en bloques de demanda.	86
Figura 45. Bloque que establece la relación de la cantidad que ingresa y el residuo optimizable.	86
Figura 46. Esquema de bloques (Bloque I y II)	87
Figura 47. Esquema de bloques (Bloque I y II)	89
Figura 48. Modelo iterativo de análisis de bloques.	90
Figura 49. Evolución de la demanda semanal del paneton 2017 – 2018	103
Figura 50. Evolución de la demanda semanal del paneton 2018 – 2019	104
Figura 51. Ajuste lineal de la evolución de la demanda de paneton en Noviembre	105
Figura 52. Ajuste lineal de la evolución de la demanda de paneton en Diciembre – Enero	107
Figura 53. Consolidado del pronóstico de demanda Noviembre	109
Figura 54. Distribución por tramos de la demanda pronosticada Noviembre Enero	110
Figura 55. Distribución del número de pedidos (N) y el factor de optimización (FOP)	114
Figura 56. Análisis por bloques del modelo matemático.	117
Figura 53. Distribución por tramos de los bloques de demanda	117

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro 1. Operacionalización de variables	25
Cuadro 2. Plantilla de simulación de stock a lo largo de los periodos.	31
Cuadro 3. Coeficiente de mantenimiento respecto al periodo.	38
Cuadro 4. Plantilla de simulación de la variación de inventario final e inicial.	38
Cuadro 5. Evolución del inventario final en la plantilla de simulación de datos.	43
Cuadro 6. Evolución del inventario final en la plantilla de simulación de datos.	44
Cuadro 7. Distribución de tramos en la plantilla de simulación de datos considerando pedidos.	44
Cuadro 8. Evolución del inventario en la plantilla de simulación de datos.	46
Cuadro 9. Implicancia del pedido (Q) en el inventario final	60
Cuadro 10. Implicancia del pedido (Q) en el inventario inicial del periodo siguiente.	66
Cuadro 11. Distribución generalizada de los pedidos (Q) dentro de un tramo.	66
Cuadro 12. Información histórica de la demanda, distribuida en meses y años.	78
Cuadro 13. Información histórica del primer trimestre de cada año.	79
Cuadro 14. Información histórica del segundo trimestre de cada año.	79
Cuadro 15. Información histórica del tercer trimestre de cada año.	79
Cuadro 16. Información histórica del cuarto trimestre de cada año.	80
Cuadro 17. Plantilla de simulación de datos del conglomerado de pronósticos de demanda.	81
Cuadro 18. Distribución de datos en la simulación de datos del conglomerado de pronósticos.	82
Cuadro 19. Implicancia del pedido (Q) en el inventario inicial del periodo siguiente.	82
Cuadro 20. Cantidad a mantener en la plantilla de simulación de datos.	83
Cuadro 21. Plantilla de simulación de datos para la primera prueba.	92
Cuadro 22. Resultados de iteración para la primera prueba.	92
Cuadro 23. Distribución de pedidos para la primera prueba.	93
Cuadro 24. Indicadores de control para la primera prueba.	93
Cuadro 25. Resultados de iteración para la primera prueba.	94
Cuadro 26. Distribución de pedidos para la primera prueba.	94
Cuadro 27. Indicadores de control para la primera prueba.	95
Cuadro 28. Plantilla de simulación de datos para la primera prueba.	95
Cuadro 29. Resultados de iteración para la segunda prueba.	96
Cuadro 30. Distribución de pedidos para la segunda prueba.	96
Cuadro 31. Indicadores de control para la segunda prueba.	97
Cuadro 32. Resultados de iteración para la segunda prueba.	97
Cuadro 33. Distribución de pedidos para la segunda prueba.	98
Cuadro 34. Plantilla de simulación de datos para la tercera prueba.	99
Cuadro 35. Resultados de iteración para la segunda prueba.	99

Cuadro 36. Distribución de pedidos para la tercera prueba.	100
Cuadro 37. Resultados de iteración para la tercera prueba.	100
Cuadro 38. Distribución de pedidos para la tercera prueba.	101
Cuadro 39. Indicadores de control para la tercera prueba.	101
Cuadro 40. Información histórica de la demanda del panetón “Meza”	103
Cuadro 41. Información histórica de la demanda del panetón “Meza”	104
Cuadro 42. Consolidado de la información histórica de demanda semanal del panetón “Meza”	104
Cuadro 43. Pronóstico de demanda suavizado estacionalmente para Noviembre 2019.	106
Cuadro 44 Consolidado de la información histórica de demanda semanal del panetón “Meza”	107
Cuadro 45. Pronóstico de demanda suavizado estacionalmente para Diciembre 2017 a Enero 2018.	108
Cuadro 46. Pronóstico General de demanda semanal para los meses Noviembre y Diciembre del 2019 y Enero del 2020.	109
Cuadro 47. Plantilla de distribución de pronóstico de demanda semanal	110
Cuadro 48. Resultados de la distribución para pedidos de 195 unidades.	111
Cuadro 49. Plantilla de distribución de pedidos semanales de 195 unidades.	111
Cuadro 50. Resultados de la distribución para pedidos de 234 unidades.	111
Cuadro 51. Plantilla de distribución de pedidos semanales de 234 unidades	112
Cuadro 52. Resultados de la distribución para pedidos de 292 unidades.	112
Cuadro 53. Plantilla de distribución de pedidos semanales de 292 unidades	112
Cuadro 54. Resultados de la distribución para pedidos de 389 unidades.	113
Cuadro 55. Plantilla de distribución de pedidos semanales de 389 unidades	113
Cuadro 56. Relación de Numero de pedidos (N) respecto al factor de optimización (FOP)	113

“VARIANTE DEL MODELO DE INVENTARIO DE CANTIDAD DE PEDIDO
(CEP) CONSIDERANDO PRONÓSTICO DE DEMANDA ESTACIONAL DE
ALIMENTOS PROCESADOS”

Esta publicación está bajo una licencia Creative Commons



INTRODUCCIÓN

En el contexto actual de la industria alimentaria y tras observar el éxito logrado por algunas organizaciones que trabajan de manera colaborativa con sus proveedores y sus clientes como indica Darwish et al (2010), surge la gestión de cadena de suministros como característica inherente a la actividad industrial, que busca integrar y relacionar los procesos relativos a proveedores y comercializadores a fin de cubrir demandas en torno a las necesidades del cliente final; en esta búsqueda el planeamiento es una herramienta importante debido a que ayuda a programar con anticipación requerimientos y planificar liberación de productos del stock disponible. Según Emigh (1999) se ha desarrollado un creciente interés en implementar iniciativas de inventarios administrados por el vendedor (vendedor managed-inventory, VMI), lo que corrobora el interés de la industria en desarrollar procesos de manera óptima que permitan reducir costos y planificar operaciones con anticipación, para cubrir las demandas del mercado.

El presente trabajo de investigación busca contribuir a la planificación en la gestión de cadena de suministros mediante el desarrollo de un modelo matemático como variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) para alimentos procesados de demanda histórica con tendencia estacional, a fin de programar anticipadamente requerimientos y reducir costos, como indican Torres et.al. (2012) que a partir del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) incluyen como parámetros los tiempos productivos y ociosos del productor, que no son tenidos en cuenta en modelos anteriores.

Además el modelo desarrollado busca planificar pedidos anticipadamente, reduciendo el tiempo de espera, de modo que permita mejorar los tiempos en los procesos, Torres et.al.(2012) indica que el uso de estos tiempos facilita la coordinación y el control de inventarios.

RESUMEN

En este trabajo se desarrolla un nuevo modelo matemático como variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) a partir de información histórica de demanda con tendencia estacional, con la finalidad de facilitar cálculos de parámetros de tiempo y tamaño de pedidos, reduciendo costos y satisfaciendo la demanda pronosticada como parte de la gestión óptima de cadena de suministros. La variante del modelo de inventario de Cantidad Económica de Pedido considerando demanda estacional, diseña un modelo inicial en base al pronóstico de demanda futura a partir de información de demanda histórica con tendencia estacional, utilizando el método de multiplicadores estacionales, luego agrupa favorablemente los periodos pronosticados, establece constantes logísticas y realiza un análisis de los requerimientos en cada grupo de modo que establezca restricciones, estas restricciones permiten evaluar el volumen de pedidos de modo iterativo a fin de encontrar la cantidad apropiada. En base al modelo inicial se realizaron 4 pruebas de análisis en diversos escenarios redefiniendo la lógica de las restricciones. Los resultados presentaron un modelo matemático que se desarrolla mediante procesos de iteración a partir de las restricciones establecidas, concluyéndose que a partir del modelo desarrollado es posible determinar la cantidad óptima de volumen de pedido y los periodos óptimos para realizar estos pedidos, cumpliendo con las condiciones en las que se enmarca el modelo matemático.

Palabras clave: Demanda estacional; modelo de inventario; cantidad económica de pedido; pronósticos de demanda.

ABSTRACT

In this work a new mathematical model is developed as a variant of the model of Economic Quantity of Order (CEP) from historical information of demand with seasonal tendency, with the purpose of facilitating calculations of time parameters and size of orders, reducing costs and satisfying the forecasted demand as part of the optimal supply chain management. The variant of the inventory model of Economic Quantity of Order considering seasonal demand, designs an initial model based on the forecast of future demand from historical demand information with seasonal trend, using the method of seasonal multipliers, then groups favorably the predicted periods, establishes logistic constants and performs an analysis of the requirements in each group in order to establish restrictions, these restrictions allow the volume of orders to be evaluated iteratively in order to find the appropriate quantity. Based on the initial model, 4 analysis tests were carried out in different scenarios, redefining the logic of the restrictions. The results presented a mathematical model that is developed through iteration processes based on the established restrictions, concluding that from the developed model it is possible to determine the optimal quantity of order volume and the optimal periods to make these orders, complying with the conditions in which the mathematical model is framed.

Key words: Seasonal demand; inventory model; economic amount of order; demand forecasts.

Capítulo I. Planteamiento del problema

1.1. Descripción del problema

El manejo de inventarios cumple un papel importante a la hora de reducir costos dentro de una empresa, por ello es necesario optimizar los procesos de abastecimiento, almacenamiento y despacho.

El control de inventarios es una forma de ver los activos de modo tangible, recopilar esta información y dirigir el manejo de los productos en stock no es una tarea sencilla; esta información dentro de la gerencia se destaca por su implicancia en la rentabilidad de la empresa (Fischer, 2010).

Las empresas comercializadoras de alimentos procesados presentan un inventario dinámico por el hecho de que presentan perecibilidad relativamente corta además que son de consumo masivo; en las empresas teniendo hoy en día un manejo meramente heurístico para satisfacer la demanda esperada, debido a ello surgen: pérdidas de ventas, ventas pendientes, desabastecimiento, sobreabastecimiento, alimentos procesados vencidos; todos estos influyendo de forma innecesaria en el costo total. Por ello resulta indispensable complementar el abastecimiento y el despacho, logrando optimizar el tiempo y los costos que acarrear su manejo, mejorando la toma de decisiones, para poder coordinar con proveedores y clientes de manera más óptima, como parte de la gestión de la cadena de suministro.

El modelo de Cantidad Económica de Pedido que en el presente trabajo denotaremos por sus siglas CEP, es base fundamental para el control de inventarios; así mismo existen otras variantes y extensiones de este modelo que se ajustan a diferentes tipos de situaciones. Uno de los factores más importantes de todos estos modelos, radica en el tiempo de reabastecimiento, ya que además de la rentabilidad, la cual depende en gran porcentaje de que este tiempo sea optimizado ante una demanda inestable, para lo cual se tiene una serie de acciones que permitirán un abastecimiento oportuno.

Para facilitar la toma de decisiones consideraremos productos procesados de demanda estacional y mediante el modelo establecer una cantidad y un tiempo oportuno de reabastecimiento que asegure satisfacer la demanda estimada, asimismo que optimice los procesos reduciendo los costos que acarrea el manejo de inventarios.

En las variantes del modelo de inventario de Cantidad Económica de Pedido utilizados en la actualidad, es necesario la aplicación de complejos conocimientos de matemática, tales como

derivar integrales o sumatorias que contienen en sus límites los parámetros deseados, resultando difícil encontrar los óptimos, por ello surge la opción de utilizar heurísticos para proporcionar soluciones varias veces recurriendo a supuestos, existiendo aun incertidumbre en el comportamiento de los modelos de inventarios y por lo tanto también en las acciones a aplicar frente a este escenario (Pralhad et al.,1990).

Según Prahalad et al. (1990) el problema fundamental de la administración de inventarios se puede describir en forma sucinta con dos preguntas: ¿Cuándo se debe hacer un pedido? y ¿Cuánto se debe pedir?

Considerando pronósticos en modelos de demanda de comportamiento estacional para determinados alimentos procesados es posible predecir los costos que acarrearán el manejo de inventarios, asimismo aspectos logísticos que eviten el vencimiento de productos en el almacén, así como un tiempo de reabastecimiento adecuado, podrían contribuir a mitigar riesgos que implican la gestión de la cadena de suministros y optimizar los costos, facilitando la toma de decisiones.

1.2. Enunciado

General

¿Cómo la variante del modelo de inventario de Cantidad Económica de Pedido considerando estacionalidad de demanda influye en la gestión óptima de la cadena de suministro en empresas comercializadoras de alimentos procesados?

Específicos

- ¿Es posible pronosticar el volumen óptimo de pedido de alimentos procesados a proveedores para minimizar el costo total?
- ¿Es posible pronosticar los tiempos de reabastecimiento óptimos para realizar los pedidos de alimentos procesados a fin de minimizar el costo total?

1.3. Objetivos

General

Definir el modelo de inventario de Cantidad Económica de Pedido, considerando la estacionalidad de la demanda, que facilite el cálculo de parámetros de tiempo de reabastecimiento y volumen de lotes de pedidos para la gestión óptima de la cadena de suministros en empresas comercializadoras de alimentos procesados.

Específicos

- Establecer una variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido, considerando estacionalidad de demanda, que determine el volumen óptimo de pedido de alimentos procesados a proveedores para minimizar el costo total y satisfacer la demanda pronosticada.
- Establecer una variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido, considerando estacionalidad de demanda, que pronostique los tiempos de reabastecimiento óptimos para realizar los pedidos a fin de minimizar el costo total y satisfacer la demanda pronosticada.

1.4. Justificación

En la comercialización de alimentos, al tratarse de productos de relativa perecibilidad, no puede considerarse periodos de almacenamiento prolongados, por ello es indispensable conocer la dinámica de inventarios junto a un pronóstico adecuado que incluya la estacionalidad.

Esta investigación tiene como objetivo principal establecer una variante del modelo matemático de inventario de Cantidad Económica de Pedido (CEP) considerando estacionalidad de demanda, involucrando aspectos financieros como logísticos y que exprese el manejo real de inventarios con sencillez y eficacia para la toma de decisiones con menor incertidumbre, evitando recurrir a supuestos.

La importancia de esta investigación radica entonces en el impacto económico que ha de tener en el corto, mediano y largo plazo la información obtenida en el ámbito empresarial, más precisamente en la reducción de costos y optimización de tiempos de abastecimiento, a través del pronóstico y la estacionalidad existente en la demanda del mercado de alimentos procesados que presenten una demanda de tendencia estacional, tales como panetones, helados, turrónes, cervezas, etc.

1.5. Delimitación

El presente trabajo de investigación abarca el manejo de inventario de alimentos procesados que presentan una demanda histórica de comportamiento estacional, además la demanda pronosticada a utilizar para la modelación solo es influenciada netamente por el tipo de producto, el mercado y la demanda histórica.

Capítulo II. Marco Teórico

2.1. Antecedentes

En la búsqueda de trabajos anteriores para el tratamiento de demanda con tendencia estacional se encontraron pocos trabajos orientados al desarrollo de modelos que consideren estacionalidad, mucho menos aun los trabajos relativos a alimentos procesados, sin embargo existen métodos o algoritmos que analizan modelos determinísticos de demanda independiente, que implica una demanda aislada de la influencia de factores externos.

Se ha desarrollado algunos estudios similares a fin de analizar modelos determinísticos de tamaño del lote: un solo lote, lote por lote, cantidad económica de pedido (CEP), algoritmo Silver-Meal (SM), costo unitario mínimo (CUM), balanceo de periodo fragmentado (BPF) y algoritmo de Wagner-Whitin (WW), para el aprovisionamiento de materiales como parte de la gestión de inventarios sujetos a demanda independiente (Bustos et al., 2012).

En el presente trabajo de investigación, se pretende distribuir eficientemente los periodos en los cuales se realizan los pedidos, así como determinar el volumen óptimo de los pedidos, para lo cual busca analizar el comportamiento de los pronósticos de demanda, aprovechando para ello la tendencia estacional presente, de modo que se optimice procesos inherentes al manejo de inventarios.

Según Nahmias (2007) el algoritmo de Wagner-Whitin (WW) tiene como objetivo minimizar el costo de ordenar (preparar) y el de mantener el inventario. Este algoritmo produce una solución de costo mínimo que lleva a una cantidad óptima por ordenar. Asimismo la optimización está basada en una programación dinámica y evalúa todas las maneras posibles de ordenar para cubrir la demanda en cada periodo del horizonte de planeación (Sipper y Bulfin, 1998).

Según Heizer et al. (2001), el balanceo de periodo fragmentado (BPF) intenta equilibrar el costo de ordenar un pedido y el costo de mantener el inventario tomando en cuenta las necesidades del tamaño del siguiente lote en el futuro.

Asimismo Heizer et al. (2001) introducen el concepto de costo de mantenimiento y el costo por ordenar como componentes del costo total que acarrea el manejo de inventarios, resaltando los costos innecesarios en que incurre la organización por el mal uso de los recursos. Para Heizer et al. (2001) el equilibrio de unidades entre periodos genera una tasa

unidad periodo económico o factor de periodo fragmentado (FPF), que es la relación entre el costo de ordenar un pedido y el costo de mantenimiento del inventario.

Los modelos matemáticos son muy utilizados en el desarrollo de estrategias para optimizar las operaciones y procesos en la cadena de suministros, a fin de reducir costos propios del manejo de inventario, tal como indican Liu y Ridway (1985), Kusriani (2005) y Absi y Sidhoum (2008) que mencionan una técnica denominada LIMIT utilizada para una óptima gestión de inventarios, asimismo indican que en el manejo de inventarios agregados, la importancia de la técnica LIMIT (Técnica de Interpolación para la Gestión de Inventarios por Lote Económico, por sus siglas en inglés de Lot-size Inventory Management Interpolation Technique) radica en tratar con las restricciones de costos asociadas. De lo indicado anteriormente se puede inferir que para la optimización de recursos algunas técnicas recurren al uso de restricciones.

En la búsqueda de estudios anteriores de relaciones presentes en la cadena de suministros que permitan establecer factores optimizables, se encontró relación entre el lote económico de producción del proveedor y la cantidad económica de pedido del comercializador. Asimismo las relaciones presentes en la cadena de suministros utilizan metodologías cada vez más precisas en el cálculo de parámetros de la comercialización, pues el manejo de inventario tiene implicancia económica en la organización. Corroborando lo indicado acerca del desarrollo de métodos que tratan la gestión de inventarios, Brooking, et al. (1995) indican que el concepto básico de cantidad económica de pedido o lote económico de producción fue publicado por F.W. Harris en 1915 y el método estadístico para determinar los puntos de pedido fue presentado por R.H. Wilson en 1934. Además Piña Gutiérrez (2012) indica que desde aquellos años se han aplicado a los problemas de gestión de inventarios, técnicas analíticas cada vez más refinadas; la razón de que se haya dado mayor atención a los inventarios es que para varias empresas, esa cifra es la partida mayor que aparece del lado del activo en los balances.

2.2. Marco referencial

2.2.1. Gestión de cadena de suministros.

Actualmente la cadena de suministro se ha convertido en un medio para que las empresas aumenten su productividad y competitividad. La gestión de almacenes es un proceso crítico dentro de la cadena de suministro debido a que se encarga de la administración de los inventarios y, en la mayoría de los casos, gestiona las necesidades de los clientes de la empresa (Correa, 2010).

En un sistema de producción justo a tiempo, el inventario se considera un desperdicio. Sin embargo, si la organización tiene dificultades en su flujo de caja o carece de control sólido sobre (i) la transferencia de información electrónica entre los departamentos y los proveedores importantes, (ii) los plazos de entrega y (iii) la calidad de los materiales que recibe, llevar inventario desempeña papeles importantes (Muller, 2005).

La teoría de inventarios surge con la finalidad de determinar las reglas que la gerencia pueda aplicar para reducir al mínimo los costos relacionados con el mantenimiento de existencias y cumplir con la demanda del consumidor. Así los modelos de inventario responden a las siguientes preguntas (Winston, 1994):

¿Cuándo se debe pedir un producto?

¿Cuánto se debe pedir del producto?

Si se compra una cantidad mayor de un artículo, pero con menor frecuencia, los costos de pedido son menores que si se compra en pequeñas cantidades una y otra vez (sin embargo, los costos de mantener un artículo por un periodo de tiempo mayor serán más altos). Con el fin de controlar los costos de pedido y asegurar precios favorables, varias organizaciones expiden órdenes de compra globales acopladas con fechas periódicas de salida y recepción de las unidades de existencias pedidas (Muller, 2005).

La actividad de compras juega un importante papel en la mayor parte de las organizaciones, dado que los materiales adquiridos generalmente representan entre el 40 y el 60% del valor de las ventas de productos finales. Esto significa que reducciones de costos relativamente pequeñas pueden tener un mayor impacto sobre los beneficios que iguales mejoras en otras áreas de la organización (Ballou, 2004).

2.2.2. Empresas comercializadoras de alimentos.

Una empresa comercializadora establece una serie de procesos para acopiar y distribuir un producto industrial, brindando condiciones necesarias para su almacenado y transporte como parte de la comercialización; en algunos

casos brinda un área de ventas donde se de manera directa con el cliente (Cedillo, 2008).

Una empresa manufacturera de alimentos son perecibles, por ello la producción y la comercialización deben de estar ligados simultáneamente uno a otro recurriendo a factores como logística empresarial, adecuados para asegurar una producción lo suficiente para abastecer el mercado a un costo rentable, evitando perdidas por perecibilidad y falta de stock en los almacenes.

2.2.3. Cadena de suministros.

Se define la cadena de suministro como la integración de funciones principales del negocio desde el usuario final a través de proveedores originales que ofrecen productos, servicio e información que agregan valor para los integrantes e interesados (Lambert et al., 2001).

En la actualidad muchas organizaciones logran una ventaja competitiva significativa por la forma en la que configuran y manejan las operaciones de la cadena de suministros; lamentablemente en nuestra sociedad no se considera una gestión óptima de esta cadena de suministros debido al desconocimiento y que implicaría un costo adicional que la empresa no está dispuesta a recurrir.

2.2.4. Planificación y control de la producción.

La principal función de prácticamente toda organización (pequeña, grande, de manufactura, de servicio, comercial o sin fines de lucro) es la generación, a partir de ciertos procesos, de algún tipo de producto. A fin de que tales organizaciones sean efectivas y eficientes en la atención a los clientes, sus directivos deben comprender y aplicar algunos principios fundamentales de planificación para la generación del producto, y también para controlar el proceso que lo origina (Chapman, 2006).

Como política empresarial para desarrollar ventajas competitivas frente a las ofertas existentes, no basta tan solo con desarrollar un producto con características preferidas por los clientes, es indispensable contar con stock necesario y establecer periodos de reabastecimiento oportunos para evitar desabastecimiento en los puntos de comercialización.

Ante la posibilidad que pueda ocurrir desabastecimiento, lo cual incurre directamente sobre el precio del producto y por lo tanto sobre la rentabilidad del negocio, es fundamental planificar pedidos anticipados (tiempos de reabastecimiento optimizados) y que no genere mayor costo en el proceso de almacenamiento y/o comercialización.

2.2.5. Administración de inventario.

En la actualidad, la administración de inventarios es uno de los retos más importantes que enfrentan los directivos en cuestión de planificación y control, sobre todo en empresas de manufactura. Aunque técnicamente los inventarios constituyen un activo en el balance general de la compañía, casi todos los ejecutivos contables o financieros consideran que mantenerlos implica un gasto significativo, y que su misión es minimizarlo lo más posible (Chapman, 2006).

La administración de un inventario es un punto determinante en el manejo estratégico de toda organización, tanto de prestación de servicios como de producción de bienes (Lambert et al., 2001).

Las tareas correspondientes a la administración de un inventario se relacionan con la determinación de los métodos de registro, la determinación de los puntos de rotación, las formas de clasificación y el modelo de reinventario determinado por los métodos de control (el cual determina las cantidades a ordenar o producir, según sea el caso).

Los modelos para administración de inventarios que se basan en el tiempo tienen la ventaja de que no exigen el mantenimiento perpetuo de un balance de inventarios. Estos modelos simplemente permiten utilizar el inventario sin necesidad de mantener registros actualizados hasta que haya transcurrido cierto tiempo, tras lo cual se cuenta el inventario remanente y luego se determina la cantidad de reabastecimiento apropiada tomando en cuenta, una vez más, el tiempo de espera (Chapman, 2006).

Si damos por sentado que los cálculos de CEP son básicamente correctos, podremos utilizar la CEP para determinar los intervalos de tiempo involucrados. Por ejemplo, si utilizamos un promedio de 2,400 unidades en un

año, y la CEP es de 200 unidades, esperaríamos ordenar un promedio de 12 veces por año ($2400/200 = 12$). Esto significa que el intervalo de tiempo debe equivaler a un pedido por mes. Si la demanda sigue un patrón más o menos constante, el intervalo de tiempo asociado con (D/Q) pedidos por año significará, casi siempre, que la cantidad de pedidos correcta equivaldrá aproximadamente a la CEP (Chapman, 2006).

2.2.6. Modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP).

El modelo básico conocido como Cantidad Económica de Pedido (CEP) intenta equilibrar los dos costos fundamentales asociados con el inventario: el costo de pedido y el costo de mantenimiento de inventario. El costo de pedido casi siempre se presenta en forma de costo de procesamiento si el material es fabricado, pero también puede referirse al costo de realizar una orden de compra si el material en cuestión se adquiere de un proveedor externo. El costo de mantener inventario es una combinación de todos los costos enumerados arriba, incluyendo el costo de capital, el cual suele constituir el elemento más grande del total (Chapman, 2006).

El costo de mantener inventario casi siempre se expresa como un porcentaje anual sobre el costo real del artículo. En muchos casos, la fórmula que se emplea para calcular el costo total es (Chapman, 2006):

$$CT = DC + \frac{Q}{2}H + \frac{D}{Q}S \quad (\text{ec. 1})$$

Donde:

CT, es el costo total anual; D, es la demanda anual; C, es el costo por artículo; Q, es la cantidad solicitada por pedido; H, es el costo anual expresado en unidades monetarias en que se incurre por mantener inventario (donde H es el costo por artículo); S, es el costo de pedido (el costo de realizar una orden de compra si el material se adquiere, o el costo de procesamiento por lote si se le fabrica).

Además del costo del artículo (DC), los otros dos costos principales son fáciles de explicar. El término $Q/2$ es el inventario promedio, bajo el supuesto de una demanda relativamente constante (uno de los supuestos más importantes del modelo que se explicará más adelante). Si “Q” artículos conforman el tamaño del lote, habiendo demanda constante Q será el inventario máximo, y cero el mínimo. Dado que la demanda es constante, el promedio

entre Q y 0 es $Q/2$. Si $Q/2$ es el inventario promedio y H es el costo monetario de mantener inventario, $Q/2$ multiplicado por H será el costo de mantenimiento anual de todo el inventario (Chapman, 2006).

El costo de pedido también es sencillo de explicar. Si la demanda anual es D y la cantidad solicitada por pedido es Q , D/Q representará la cantidad de pedidos que se realiza por año. Al multiplicar esto por S (el costo unitario de pedido), obtendremos el costo anual de realizar todos los pedidos (Chapman, 2006).

Una gráfica en cuyo trazo se tomaran en cuenta ambos costos (costo de mantenimiento de inventario y costo de pedido) dependientes de la cantidad, se vería como la que se ilustra en la Figura 1 (Chapman, 2006).

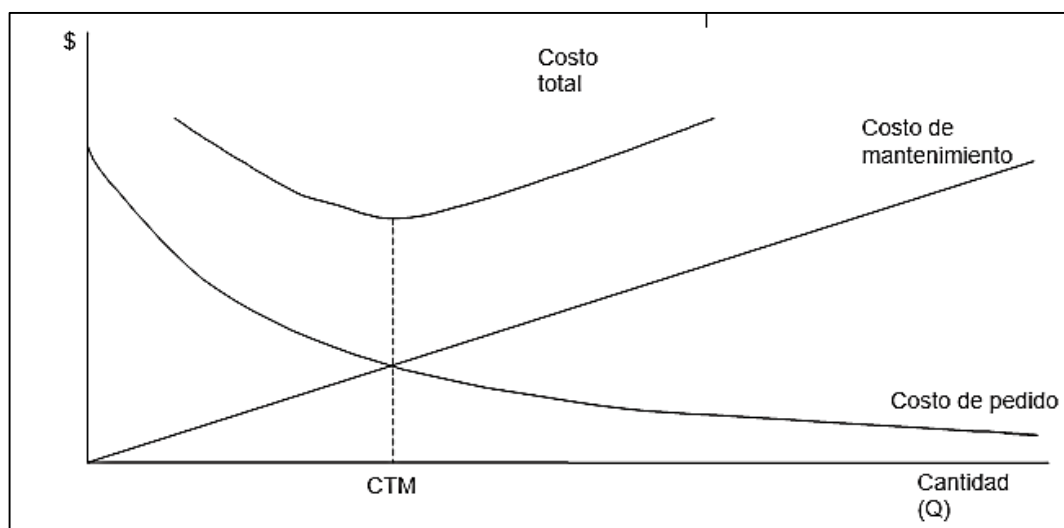


Figura 1. Curvas básicas de los costos de inventario

Fuente: Chapman (2006)

La fórmula para determinar la cantidad económica de pedido se obtiene utilizando cálculo diferencial. Dado que la línea de costo total es una curva convexa, podemos decir que cuenta con un mínimo relativo. Tomando la primera derivada de la fórmula para calcular el costo total respecto de Q , igualándola a cero y resolviendo para Q , obtenemos la fórmula para determinar el costo total mínimo (CTM), que es (Chapman, 2006):

$$CTM = \sqrt{\frac{2DS}{H}} \quad (\text{ec. 2})$$

Una de las principales desventajas de este modelo es que supone

condiciones prácticamente perfectas, lo cual casi nunca se cumple. Algunos de los supuestos clave son (Chapman, 2006):

- Que la demanda es constante y uniforme
- Que el tiempo de espera es constante
- Que el precio por unidad es constante
- Que el costo de mantener el inventario se basa en el inventario promedio
- Que los costos del pedido y de inicio del procedimiento son constantes
- Que no se permiten pedidos en espera

Si estas condiciones rara vez se cumplen (y ése es el caso), podríamos preguntarnos ¿por qué este modelo se utiliza (o al menos se menciona) tanto? Hay dos motivos importantes para ello. El primero es que casi todos los modelos de administración de inventarios se basan —por lo menos en parte— en los conceptos de la CEP. Cuando uno o varios de los supuestos básicos que simplifican el modelo se relajan, de hecho se desarrollan muchos de los modelos más complejos. El segundo motivo es que, al encontrarse relativamente cerca de la CEP, la curva de costo total resulta bastante “plana”, lo que significa que es posible sustituir la cantidad económica “verdadera” por otra que sea razonable, antes de incurrir en costos significativamente más altos. Otro modo de decir esto es que tanto la fórmula como el concepto de CEP son bastantes sólidos (Chapman, 2006).

2.2.7. Variantes del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP).

Debido a que en muchas ocasiones no se cumplen los supuestos planteados por el modelo de Cantidad Económica de Pedido, hay muchas variaciones y extensiones de este modelo que se ajustan a diferentes situaciones; por ejemplo:

Modelo <Q,r>

Este modelo tiene una política de revisión continua de inventario en la que se pide una cantidad Q cuando el inventario alcanza el punto de reorden r (Winston, 1994).

Una condición que se debe satisfacer es el hecho de que el tiempo de entrega sea diferente a cero.

Los siguientes supuestos lo hace (Hadley & Thomson , 1963):

- El costo unitario del artículo es una constante independiente de Q
- El costo de ordenar C_o es por pedido.
- Nunca hay más de una orden unitaria saliendo.
- El costo de operar el sistema de procesar información es independiente de Q y de r .
- El punto de reorden r es positivo.

Modelo <R,r>

Debido a supuestos del modelo $\langle Q,r \rangle$ se puede hacer un pedido exactamente cuando el nivel de inventario alcanza el punto de reorden r . Supongamos que en cualquier instante puede llegar una demanda de más de una unidad, el supuesto permite que se haga un pedido cuando el nivel de inventario es menor a r . Por ejemplo, si nuestro nivel de inventario es 32 y el punto de reorden es 30, llega un pedido de 5 unidades, se hace un pedido cuando el nivel de inventario es 28 en lugar de hacerlo cuando es de 30. En este caso un política $\langle Q,r \rangle$ no minimiza el costo anual , entonces se debe aplicar una política $\langle R,r \rangle$.

La política $\langle R,r \rangle$ consiste en hacer un pedido cuando el nivel de inventario sea igual o menor a R . Las ecuaciones para los casos de venta pendiente y perdida de ventas son las mismas que la del modelo $\langle Q,r \rangle$.

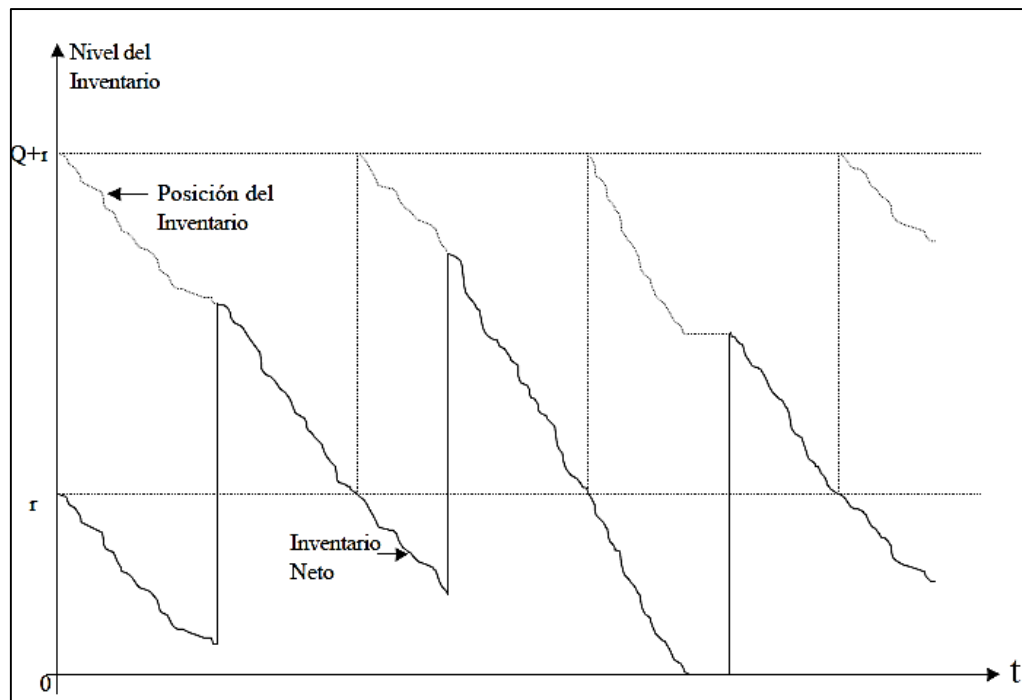


Figura 2. Nivel de inventario en el tiempo del modelo $\langle R, r \rangle$

Fuente: Peregrina (2000)

Modelo $\langle R, T \rangle$

Este es un modelo de revisión periódica. T denota el tiempo que transcurre entre pedido y pedido, en cada revisión se ordena de una cantidad de tal manera que el nivel del inventario llegue a R . Se hacen los siguientes supuestos (Hadley & Thomson, 1963):

- El costo C_r de hacer una revisión es independiente de las variables R y T .
- El costo C del artículo es una constante independiente de la cantidad a ordenar.
- Se incurre en ventas pendientes solo en cantidades pequeñas.
- El costo de escasez C_s es independiente de la longitud del tiempo que exista desde la carencia hasta que este se satisface.
- Cuando el tiempo de entrega es una variable aleatoria se asume que los órdenes se reciben en el mismo orden en que se colocaron. Además los tiempos para las diferentes órdenes pueden ser tratados como variables aleatorias independientes.

Caso Venta Pendiente. Modelo <R,r>

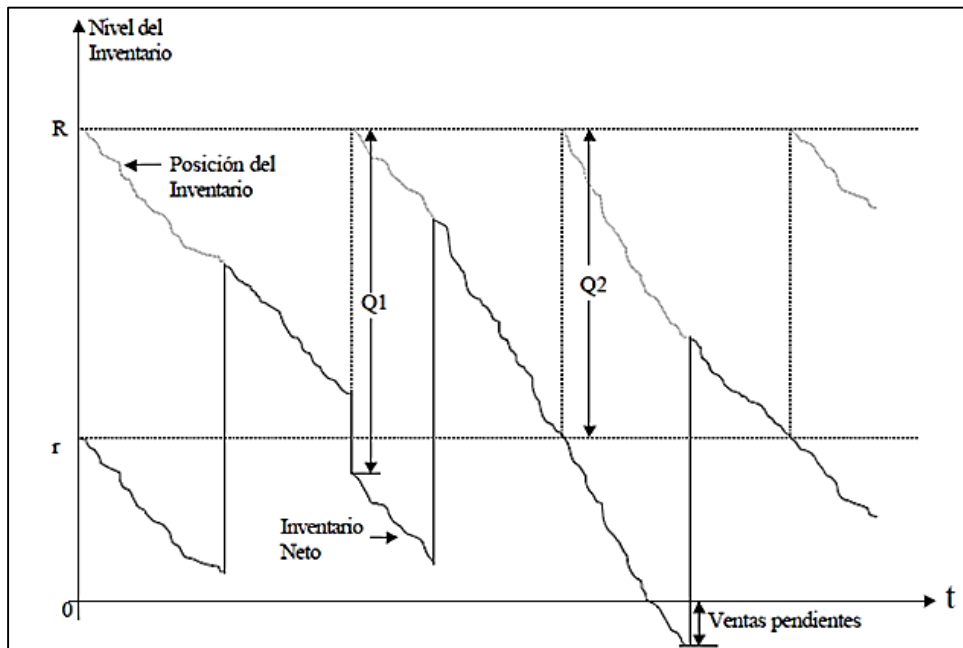


Figura 3. Nivel de inventario del modelo <R,r> con ventas pendientes.

Fuente: Peregrina (2000)

El costo promedio anual de revisión es:

$$Cr \left(\frac{1}{T} \right)$$

El costo promedio anual de ordenar es:

$$Co \left(\frac{1}{T} \right)$$

El costo promedio anual de almacenamiento es:

$$Ca \left[R - \mu - \frac{DT}{2} \right]$$

El costo promedio anual de escasez es:

$$Cs \left[\frac{1}{T} \int_R^\infty (x - R)h(x, T) dx \right]$$

Donde

$$h(x, T) \begin{cases} f(x, \tau + T) & ; \text{si el tiempo de entrega } \tau \text{ es constante} \\ \int_0^\infty f(x, \tau + T)g(\tau)d\tau & ; \text{si el tiempo de entrega } \tau \text{ es una variable aleatoria} \end{cases}$$

La ecuación para el costo promedio anual total es (Hadley & Thomson , 1963):

$$CT(R, T) = (Cr + Co) \left(\frac{1}{T} \right) + Ca \left[R - \mu - \frac{DT}{2} \right] + Cs \left[\frac{1}{T} \int_R^\infty (x - R)h(x, T) dx \right] \quad (\text{ec. 3})$$

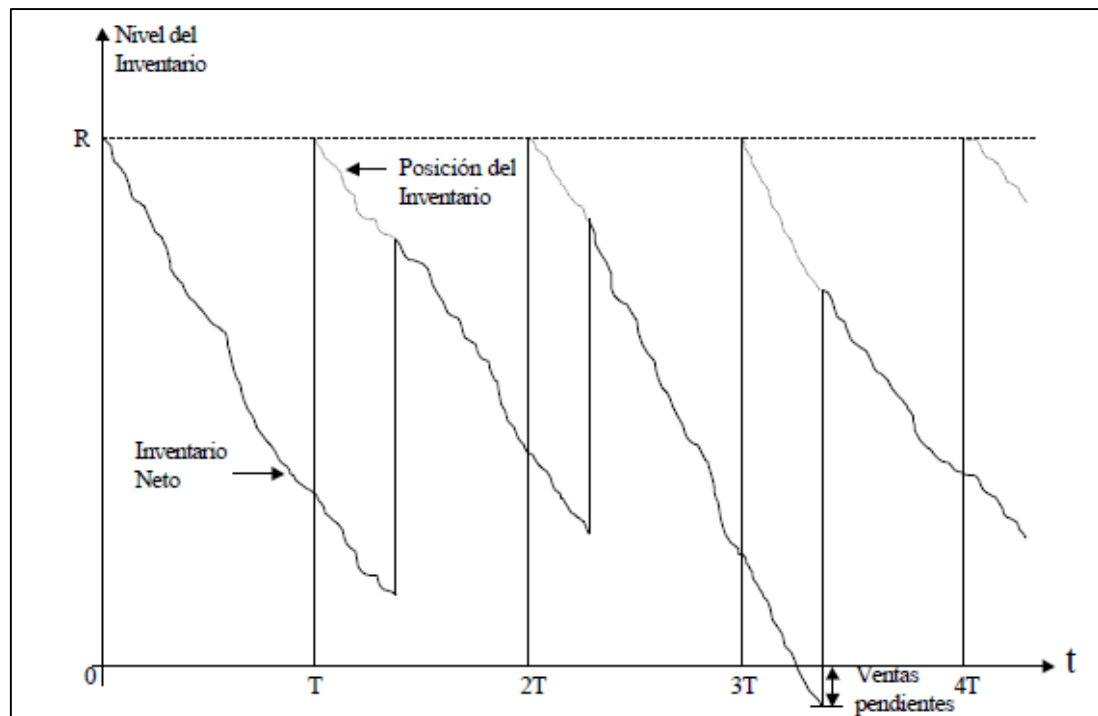


Figura 4. Nivel de inventario del modelo $\langle R, T \rangle$ con ventas pendientes.

Fuente: Peregrina (2000)

Caso pérdida de venta

Se debe hacer una pequeña corrección al costo promedio anual de almacenamiento:

$$Ca \left[R - \mu - \frac{DT}{2} + \int_R^\infty (x - R)h(x, T) dx \right] \quad (\text{ec. 4})$$

La ecuación del costo promedio anual total es (Hadley & Thomson, 1963):

$$CT(R, T) = (Cr + Co) \left(\frac{1}{T} \right) + Ca \left[R - \mu - \frac{DT}{2} \right] + \left(Ca + \frac{Cs}{T} \right) \left[\int_R^\infty (x - R)h(x, T) dx \right] \quad (\text{ec. 5})$$

A continuación se muestra el comportamiento del inventario a través del tiempo.

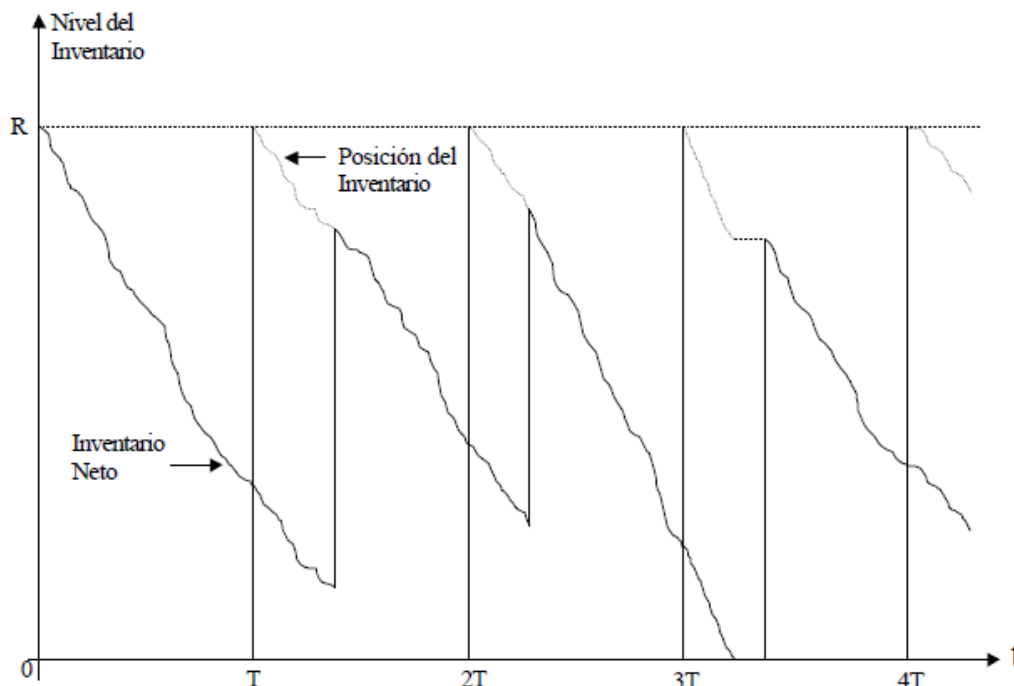


Figura 5. Nivel de inventario del modelo <R,T> con pérdida de ventas.

Fuente: Peregrina (2000)

Modelo <nQ, r, T>

Este modelo es de revisión periódica, en el la cantidad a ordenar es un entero múltiplo de Q. Por ejemplo, la cantidad a ordenar es nQ donde n=1,2,3 ... El valor de n se elige de tal forma que sea el entero más grande que permite que una vez que ha sido colocada una orden el nivel del inventario sea adecuado, es decir, que se encuentre dentro del intervalo [r, r+Q].

Se tienen los siguientes supuestos (Hadley et al, 1963):

- La demanda en periodos diferentes es una variable aleatoria independiente.
- Se demanda una unidad a la vez.
- El costo C unitario es una constante independiente de la cantidad a ordenar.

Modelo para cuando la demanda es generada por un proceso Poisson.

El costo promedio anual de revisión es:

$$Cr \left(\frac{1}{T} \right)$$

El costo promedio anual por ordenar es:

$$Co \left(\frac{1}{T} \right) P_{or}$$

Donde P_{or} es la probabilidad de colocar una orden en cualquier tiempo de revisión.

$$P_{or} = \frac{1}{Q} \sum_{j=1}^Q H(j, DT) \quad (\text{ec. 6})$$

Donde H (j, DT) es la distribución acumulativa complementaria de h (j, DT).

El costo promedio anual de almacenar es:

$$Ca \left[\frac{Q}{2} + \frac{1}{2} - \mu - \frac{DT}{2} \right] + Ca B(Q, r, T) \quad (\text{ec. 7})$$

Donde B (Q, r, T) es el número promedio de unidades demandadas anualmente en periodo de escasez.

$$B(Q, r, T) = \frac{1}{QT} \sum_{u=r+1}^{r+Q} \int_{\tau}^{\tau+T} \sum_{x=u}^{\infty} (x - u) p(x, D\xi) d\xi \quad (\text{ec. 8})$$

Donde ξ se encuentra entre $[\tau; \tau + T]$ y $p(x, D\xi)$ es la probabilidad de que x unidades sean demandadas en el tiempo ξ .

El costo promedio anual de escasez es:

$$CsE(Q, r, T) + CsB(Q, r, T) \quad (\text{ec. 9})$$

Donde E(Q,r,T) es el numero promedio de veces que habrá escasez en un año.

$$E(Q, r, T) = \sum_{j=1}^Q \sum_{x=r+j}^{\infty} (x - r - j) \{p[x, D(\tau + T)] - p(x, D\tau)\} \quad (\text{ec. 10})$$

La ecuación del costo promedio anual total es (Hadley & Thomson , 1963):

$$CT(nQ, r, T) = \frac{Cr}{T} + \frac{Co}{T} P_{or} + Ca \left[\frac{Q}{2} + \frac{1}{2} - \mu - \frac{DT}{2} \right] + CsE(Q, r, T) + (Cs + Ca)B(Q, r, T) \quad (\text{ec. 11})$$

Modelo para una demanda generada por un proceso normal.

Cuando la demanda es generada por un proceso normal con media λt y una varianza Dt en un intervalo de tiempo de longitud t, los costos son iguales a los del caso de una demanda generada por un proceso Poisson por lo que la ecuación del costo total anual es la misma lo que cambia es el cálculo de P_{or} , $E(Q,r,T)$ y $B(Q,r,T)$:

$$P_{or} = \frac{1}{Q} \int_0^Q \phi \left(\frac{y - \lambda T}{\sqrt{DT}} \right) dy \quad (\text{ec. 12})$$

Donde Φ es la función de densidad, λT es la media y DT es la varianza en el tiempo T.

$$E(Q, r, T) = \frac{1}{QT} \int_r^{r+Q} \int_u^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{D(\tau+T)}} \phi \left[\frac{\xi - \lambda(\tau+T)}{\sqrt{D(\tau+T)}} \right] - \frac{1}{\sqrt{D\tau}} \phi \left(\frac{\xi - \lambda\tau}{\sqrt{D\tau}} \right) \right\} d\xi du \quad (\text{ec. 13})$$

$$B(Q, r, T) = \frac{1}{QT} \int_r^{r+Q} \int_r^{r+T} \int_u^{\infty} (\xi - u) \frac{1}{\sqrt{D\tau}} \phi \left(\frac{\xi - \lambda\tau}{\sqrt{D\tau}} \right) d\xi dt du \quad (\text{ec. 14})$$

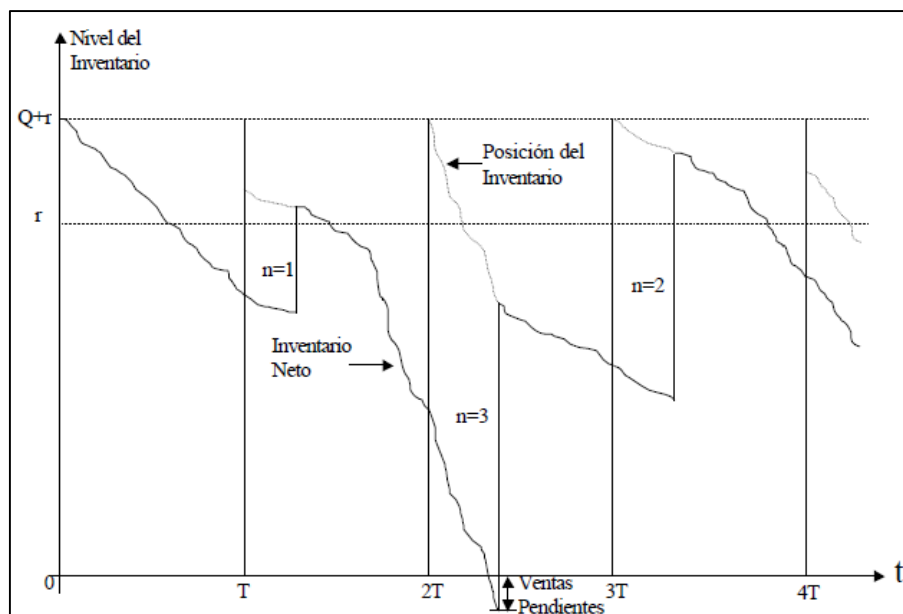


Figura 6. Modelo $\langle nQ, r, T \rangle$ Caso Venta Pendiente

Fuente: Peregrina (2000)

A partir de la carencia de información sobre estudios que incluyan a la estacionalidad como variante del modelo CEP de manejo de inventarios se ha optado por desarrollar la presente investigación que busca describir el comportamiento de manejo de inventario a partir de un pronóstico de demanda para alimentos procesados, considerando estacionalidad, y que nos permitan optimizar los costos, asimismo satisfacer la demanda esperada y evitar ventas perdidas.

2.2.8. Complejidad de las ecuaciones de costos.

Para obtener los parámetros de cada modelo es necesario derivar la ecuación con respecto a cada uno de ellos. Así el sistema de ecuaciones para el modelo $\langle Q, r \rangle$ en el caso de la venta pendiente es el siguiente (Posada, 1988):

$$Q^* = \sqrt{2D[C_0 + C_s \check{C}(r^*)]/C_a} \quad (\text{ec. 15})$$

$$\int_r^\infty f(x) dx = (C_a Q^*)/(C_s D) \quad (\text{ec. 16})$$

Este sistema de ecuaciones es relativamente sencillo de resolver, una dificultad es que tenemos el parámetro r en el límite inferior de la integral.

El sistema de ecuaciones de los otros modelos es más complejo, por ejemplo para el modelo $\langle R, T \rangle$ el sistema de ecuaciones para el caso venta pendiente es el siguiente (Posada, 1988):

$$IC = \pi/T[H(R, T)] \quad (\text{ec. 17})$$

$$H(R, T) = \int_R^\infty h(x, T)dx \quad (\text{ec. 18})$$

Donde:

$$(x, T) \begin{cases} f(x, \tau+T) & ; \text{si el tiempo de entrega } \tau \text{ es constante} \\ \int_{\tau_b}^{\tau_{ax}} f(x, \tau_2+T)g(\tau_2) d\tau_2 & ; \text{si el tiempo de entrega } \tau \text{ es una variable aleatoria} \end{cases}$$

Se observa que es imposible resolverlo analíticamente, la solución se daría mediante un método numérico.

A medida que avanzamos, en el orden en que fueron presentados los modelos, la complejidad es mayor.

2.2.9. Gestión de la cadena de suministro.

El término SCM (del inglés Supply Chain Management) se refiere a las herramientas y métodos cuyo propósito es mejorar y automatizar el suministro a través de la reducción de las existencias y los plazos de entrega. El término producción "justo a tiempo" caracteriza el concepto de reducir al mínimo las existencias a lo largo de toda la cadena de producción (Lambert et.al., 2001).

En la gestión de la cadena de suministro se consideran relativamente factores inmersos en un mercado establecido y con una demanda prevista de manera anual, donde se utilizan muchos heurísticos para la toma de decisiones, esto genera una alta incertidumbre sobre aspectos reales necesarios para considerar un cambio en la estrategia de cómo gestionar el stock en los almacenes.

La gestión óptima de la cadena de suministro busca reducir esta incertidumbre utilizando menos heurísticos, considerar una base para la gestión óptima como lo es el modelo CEP para manejo de inventarios, además de ello realizar una variante para considerar aspectos estacionales en la demanda y oferta de un producto.

En el estudio se considerarían alimentos procesados, puesto que al tener una fecha de caducidad establecida, facilita considerar estrategias de manejo de inventario frente a demandas inestables.

Casi siempre en el estudio de manejo de inventarios según el modelo CEP, los supuestos que se condicionan a este modelo no logran cumplirse en la práctica, imposibilitando utilizar de manera efectiva este modelo, por ello se consideran muchas variantes de este modelo en las cuales existen derivadas e integrales en el cálculo de la cantidad económica de pedido volviendo complicado el encontrar parámetros óptimos, por lo cual se recurren a heurísticos para manejar los inventarios.

Debido a que la producción de alimentos procesados está sujeto a la estacionalidad de la demanda, lográndose una relación directa con la comercialización de los productos, por lo que es necesario determinar la cantidad óptima a solicitar para manejar un inventario adecuado a la demanda y evitar sobrecostos.

2.3. Definición de términos

- **Inventario**

Se define un inventario como la acumulación de materiales (materias primas, productos en proceso, productos terminados o artículos en mantenimiento) que posteriormente serán usados para satisfacer una demanda futura (Moya, 1999).

- **Almacén**

El almacén es el lugar o espacio físico en que se depositan las materias primas, el producto semiterminado o el producto terminado a la espera de ser transferido al siguiente eslabón de la cadena de suministro. Sirve como centro regulador del flujo de mercancías entre la disponibilidad y la necesidad de fabricantes, comerciantes y consumidores (Ballou, 1991).

- **Logística**

Es una disciplina encargada de gestionar flujos de materia, energía e información; a un sistema que debe proveer los recursos necesarios para prestar el servicio o llevar el producto: en la cantidad requerida, con la calidad exigida, en el

tiempo exigido, a un bajo costo y en beneficio de la comunidad social. (Cedillo, 2008)

- **Finanzas**

Las finanzas son la parte de la economía que estudia los aspectos y las características específicas relacionados con la inversión empresarial y el uso de los recursos financieros. (Santandreu, 2002)

- **Costos**

Es la inversión de dinero que una empresa hace, con el fin de producir un bien, comercializar un producto y/o prestar un servicio. Estos no involucran los gastos de operación, representados por los gastos administrativos y los de ventas, entre otros gastos. (Neuner, 2004)

Costo se define como los beneficios sacrificados para obtener bienes y servicios. Un gasto lo define como un costo que ha producido un beneficio y que ya no es vigente. (Neuner, 2004).

- **Costos logísticos**

Los costes derivados de la función logística de la empresa se suelen clasificar en tres grandes grupos: costes de aprovisionamiento derivados de realizar pedidos; costes de almacenaje derivados de tener mercancías en el almacén. Costes de distribución a partir de transportar los pedidos. (Muller, 2005)

- **Demanda**

Las cantidades de un producto que los consumidores están dispuestos a comprar a los posibles precios del mercado (Fisher, 2004).

- **Abastecimiento**

El abastecimiento es parte de la logística que se encarga de suministrar dentro de una empresa todo el material necesario para su funcionamiento o la mercancía para su almacenamiento y posterior comercialización. (Boland, 2007)

- **Stock de productos**

El stock es el conjunto de productos almacenados en espera de su ulterior empleo, más o menos próximo, que permite surtir regularmente a quienes los

consumen, sin imponerles las discontinuidades que lleva consigo la fabricación o los posibles retrasos en las entregas por parte de los proveedores. (Ferrin, 2007)

- **Modelo matemático de inventario**

Es un modelo científico que emplea algún tipo de formulismo matemático para expresar relaciones existentes entre elementos y factores dentro del manejo de inventario. (Sabino, 1991)

- **Cadena de suministro**

En términos generales este concepto engloba los procesos de negocio, las personas, la organización, la tecnología y la infraestructura física que permite la transformación de materias primas en productos y servicios que son ofrecidos y distribuidos a los usuarios para satisfacer su demanda. (Ministerio de Hacienda del Gobierno de Chile., 2014.)

- **Tiempo de reabastecimiento**

El modelo de inventario CEP tiene una serie de supuestos simplificadores entre los cuales destaca que tanto la demanda y el tiempo de reposición es **constante y conocido**. Lo anterior limita significativamente su aplicación práctica dado que la regla general es que la gestión de inventarios esta afecta a la incertidumbre. (Muller, 2005)

- **Estacionalidad**

Un determinado producto muestra estacionalidad cuando la serie de tiempo subyacente atraviesa una variación cíclica predecible, dependiendo de la época del año. La estacionalidad es uno de los patrones estadísticos más utilizados para mejorar la precisión de los pronósticos de demanda. (Sabino, 1991)

- **Demanda estacional**

Se conoce como demanda estacional al interés de compra que muestran los consumidores por un producto o servicio durante un determinado periodo, generando volúmenes de demanda diferentes a lo largo del tiempo.

Capítulo III. Diseño metodológico

3.1. Definición de Variables

Variable independiente:

- Cantidad de pedido
- Pronóstico de demanda estacional
- Tiempo de reabastecimiento

Variables dependientes:

- Costo de compra
- Costo por ordenar
- Costo por mantener inventario

Variables intervinientes:

- Tipo de producto
- Mercado
- Demanda histórica

3.2. Operacionalización de variables

Cuadro 1. Operacionalización de variables.

TIPO	DENOMINACION	INDICADORES	INDICES
Variable independiente	Cantidad de pedido	volumen	Unidades
	Pronostico de demanda estacional	volumen	Unidades
	Tiempo de reabastecimiento	periodo	Mensual
Variable dependiente	Costo de compra	Precio	Soles
	Costo por ordenar	Precio	Soles
	Costo por mantener inventario	Precio	Soles
Variable interviniente	Tipo de producto	Producto con demanda estacional	
	Mercado	Mercado con consumo estacional del producto	
	Demanda histórica	Demanda histórica con tendencia estacional	

3.3. Hipótesis de la Investigación

Hipótesis general

La variante del modelo CEP considerando estacionalidad de la demanda, permite relacionar y optimizar el costo total con el tiempo y cantidad de pedido, para empresas comercializadoras de alimentos procesados, como parte de una gestión óptima de la cadena de suministro.

Hipótesis específicas

- La cantidad de pedido de productos a proveedores influyen en el costo total en un periodo analizado.
- Los tiempos para realizar los pedidos influyen en el costo total en un periodo analizado.

3.4. Tipo y diseño de la investigación

El tipo de investigación es básica debido a que se desarrolla con la finalidad de obtener una base teórica acerca de un modelo matemático de inventario CEP considerando estacionalidad de demanda para empresas comercializadoras de alimentos procesados como parte de la gestión de cadena de suministro.

El nivel de investigación es correlacional, debido a que el tipo de análisis es predominantemente cuantitativo, además de considerarse una mutua relación en el análisis del comportamiento de la cantidad y el tiempo de pedido como variables independientes respecto al comportamiento del costo total como variable dependiente.

La investigación es de método analítico debido a que se pretende analizar la influencia de la cantidad y el tiempo de pedido, inmersos en la optimización de recursos dentro de la gestión óptima de cadena de suministros, logrando minimizar costos.

El diseño es no experimental debido a que no haremos variar intencionalmente variables independientes (factores logísticos y financieros), sino que analizaremos los eventos inmersos en la gestión de cadena de suministros a fin de utilizar menos heurísticos y mejorar la toma de decisiones.

3.5. Población

El presente trabajo de investigación está dirigido a la aplicación en inventarios de productos que presenten demanda histórica con tendencia estacional y que estén influenciados netamente por el tipo de producto, el mercado y la demanda histórica.

3.6. Procedimiento de la investigación

Para el desarrollo y validación del modelo matemático del presente trabajo de investigación se ha seguido una serie de procedimientos a fin de definir aspectos generales e indicadores en el control en la modelación matemática, posteriormente se ha realizado un

proceso de validación para el modelo desarrollado. A continuación se describen los procedimientos realizados:

- **Pronosticar el comportamiento de la demanda a partir de información histórica**

En vista que el modelo planteado es aplicable a productos con demanda estacional, a partir de información histórica referente a la demanda con tendencia estacional de un producto, se realizara un pronóstico de demanda utilizando el método de multiplicadores estacionales.

Como indica Chapman (2006), un pronóstico de línea recta calculado utilizando un modelo de regresión lineal no muestra la estacionalidad de la información; para incorporar la estacionalidad en el pronóstico es necesario desarrollar multiplicadores estacionales para cada trimestre. Para hacer esto primero encontramos la proporción de la demanda real respecto del pronóstico de regresión, luego se calcula un promedio de estas proporciones para los trimestres similares en periodos de análisis diferentes. De este modo Chapman (2006) menciona que es posible aplicar los multiplicadores estacionales al pronóstico de regresión básico para desarrollar un pronóstico de regresión ajustado estacionalmente; sólo hay que hacer una sencilla operación de los multiplicadores estacionales por el pronóstico de regresión.

Sin embargo, se presenta un margen de error considerable al utilizar varios datos de información histórica en el pronóstico de demanda por el método antes mencionado, por lo que primero se agrupara la información histórica en grupos trabajando de esta manera con menos datos en los grupos, reduciendo de esta manera el error en el pronóstico.

La fiabilidad del pronóstico de demanda está sujeto al tipo de producto debido a que demás variables intervinientes (clima, ingreso del consumidor, inflación, etc.), no consideradas en el estudio a realizar deben de ser irrelevantes al consumo del cliente.

- **Definir la lógica de inventario más óptima en la gestión de cadena de suministros.**

Se definirá la estrategia más óptima que asegura un abastecimiento adecuado a un costo mínimo, estableciendo así los tiempos de pedido más óptimos y los métodos de distribución más apropiados.

- **Establecer constantes logísticas y variables de control que faciliten el flujo de productos por el almacén.**

Se relacionara la lógica PEPS (lo que primero entra es lo que primero sale) en el modelo de inventario que asegurara la relevancia en el despacho de los lotes de

pedidos que ingresan primero. A partir de esta relación se establecen variables de control y constantes logísticas en nuestro modelo de inventario.

- **Establecer la cantidad a mantener en función de la estacionalidad durante el periodo de análisis.**

Se relacionara la cantidad a mantener con la estacionalidad en términos sencillos durante el periodo de análisis, para ello se recurre a las constantes logísticas establecidas anteriormente.

- **Definir la relación del lote de pedido con el costo total en un modelo matemático con base en el modelo CEP.**

Se establecerá una relación entre el tamaño del lote de pedido y el número de pedidos dentro del periodo de análisis, analizando su implicancia en el costo total.

- **Optimizar el modelo matemático a fin de determinar la cantidad optima de pedido y el tiempo de pedido que minimicen el costo total.**

Con los parámetros de tiempo y cantidad más óptima, se establece una variante del modelo matemático EOQ considerando estacionalidad y que permita una gestión optima de la cadena de suministros.

- **Validar el modelo de inventario.**

En función a las condiciones descritas por Winston (1994), se realizara la validación de datos, para lo cual se considerara el modelo optimizado descrito en series de tiempo más extensas donde se demostrara la repetitividad y continuidad en el modelo a establecer.

Las condiciones descritas por Winston (1994), para validar los modelos de inventario indican que se deben satisfacer las siguientes hipótesis:

- Pedido repetitivo: La decisión de pedir se repite en forma regular. Es decir, se coloca un pedido, a medida que se consume el inventario se colocara otro y así sucesivamente.
- Periodo continuo: Un pedido se puede hacer en cualquier ocasión. Los modelos de inventario que permiten esto se llaman modelos de revisión continua. Si la cantidad de inventario disponible se revisa en forma periódica y solo se tienen pedidos en forma periódica, tenemos un modelo de revisión periódica.

A partir de este modelo podemos controlar el desarrollo de nuestra cadena de suministro y gestionarla óptimamente, utilizando las variables de control anteriormente establecidas y conociendo el volumen óptimo de cada pedido.

Este modelo se aplica en función a ciertas condiciones iniciales inherentes al estudio:

- Debido a que el estudio a realizarse, considera pronósticos de demanda a partir de información histórica, utilizando para ello el suavizado de la curva por medio de multiplicadores estacionales, resultando útil este estudio para pronósticos en tramos cortos de tiempo, considerando para ello por lo menos 4 periodos trimestrales como máximo.
- La aplicación de este modelo de manejo de inventario, facilita la toma de decisiones, y el presente trabajo, recrea un escenario donde nos permita pronosticar los requerimientos y tiempos utilizados en nuestro abastecimiento; en caso se aplique a un producto, la investigación tendría por defecto un diseño experimental.
- Para que este modelo se aplique en productos con estacionalidad, un producto deberá presentar picos de demanda presentes en la información histórica, de similar forma en todo el periodo de análisis de la demanda pronosticada, se ajustaran a ciertas condiciones del modelo, pronosticando requerimientos a los proveedores y facilitando la gestión de cadena de suministro, ya que les permitirá (a los proveedores) disponer de recursos en la etapa de producción y abasteciendo de manera oportuna a la empresa. satisfaciendo la demanda totalmente, evitando ventas perdidas, reduciendo los costos inherentes a la actividad.

A partir de estas condiciones iniciales y luego de desarrollar el modelo matemático, se realizaron tres pruebas de validación en diferentes escenarios, se analizaron los comportamientos en función de las variables de control a fin de optimizar parámetros del modelo desarrollado.

3.7. Material de investigación

3.7.1. Pruebas de entrada, proceso y salida de la investigación.

3.7.1.1. Pruebas de entrada.

Para el desarrollo del presente modelo matemático se establecieron como pruebas de entrada el pronóstico de demanda utilizando el método de multiplicadores estacionales a partir de información histórica, sin embargo al encontrarse muchos errores al utilizar este método en el pronóstico de periodos extensos, por lo que se agrupara en grupos por trimestres, posteriormente se realizara una serie de pronósticos de las demandas en todos los periodos de análisis agrupados, para finalmente conglomerarlos. El consolidado de estos pronósticos se utilizara como la demanda pronosticada (R) a satisfacer en base al modelo desarrollado.

3.7.1.2. Pruebas de proceso.

Con los datos de demanda pronosticada (R) se implementara un modelo matemático que agrupe los periodos de demandas con tendencia estacional en agrupaciones (que son llamados “Tramos” en el presente trabajo), a partir del análisis de los “Tramos” y basado en un análisis de restricciones que permita determinar la cantidad óptima a pronosticar mediante secuencias iterativas, se estableció un modelo matemático inicial.

3.7.1.3. Pruebas de salida.

A partir del desarrollo del modelo matemático inicial, se realizaron 4 pruebas en base al comportamiento de los picos de demanda en todos los periodos de análisis, el análisis de los picos de demanda se utilizaron para modelar el análisis de restricciones en el modelo de inventario final, obteniéndose resultados que permitieron pronosticar volúmenes y periodos óptimos para los pedidos; asimismo estas pruebas permitieron redefinir el análisis de restricciones.

3.7.2. Instrumentos de investigación.

Para la ejecución del presente trabajo de investigación, se utilizó una plantilla de resume los datos concernientes a los productos en almacén (Inventario final), la permanencia de este stock en el tiempo (t), el stock final luego de cada periodo (Inventario final), la demanda pronosticada (R), el coeficiente de

mantenimiento (β), los pedidos que ingresan al almacén (Q) al final de cada periodo, la cantidad a mantener (Cantidad a mantener) y los totales, esta plantilla de toma de datos se utilizó para simular el stock disponible en todo el análisis y como control respecto a la demanda a cubrir.

Cuadro 2. *Plantilla de simulación del stock disponible a lo largo de los periodos*

			SALE		ENTRA	
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
	0					
TOTAL						

Capítulo IV. Resultados

4.1. Descripción de los resultados

En el presente trabajo de investigación se logró desarrollar un modelo matemático basado en modelos iterativos para determinar el volumen del pedido y los periodos en los que se realizan estos, para una empresa comercializadora de alimentos, a fin de planificar los volúmenes de pedidos y las fechas en los que se realicen el abastecimiento en el almacén de las empresas comercializadoras. De esta manera se articulan las acciones y programas de producción y liberación de productos, tanto para el proveedor como para la empresa comercializadora misma.

Es importante concebir a este vínculo entre el proveedor y el comercializador como un aspecto relevante en la optimización del uso de recursos por parte de ambos a fin de satisfacer las demandas del mercado; respecto a lo dicho anteriormente, el estudio presentado busca a partir del pronóstico de las demandas en periodos futuros y utilizando modelos matemáticos, programar los requerimientos en coordinación con los proveedores.

4.1.1. Pronóstico de demanda con el método de multiplicadores estacionales.

En base a la información histórica de demanda con tendencia estacional en ciertos periodos y notando su periodicidad a lo largo del tiempo, se pronosticó demandas futuras con el método de ajuste de regresión lineal con suavizado, utilizando para ello el método de los multiplicadores estacionales, para empezar se agrupo los periodos de estudio en base a información histórica, en grupos de análisis, ello debido a que en pronósticos para periodos de análisis grandes se presenta un grado de error mucho mayor.

Los pronósticos de demanda obtenidos y agrupados para los periodos, se consolidan en un solo pronóstico en el que se presentan los periodos de análisis, obteniendo de esta forma el pronóstico de demandas como una serie de tiempo en varios periodos.

Para el siguiente trabajo de investigación es necesario considerar que los escenarios en los que se desenvuelven están sujetos a condiciones como se acostumbra utilizar en las diversas variantes del modelo CEP, sin embargo existen algunos aspectos esenciales a considerar para su implementación, como se detalla:

A partir de la variante del modelo de inventario CEP considerando productos con demanda estacional:

- Se busca optimizar la gestión de cadena de suministros a partir del planeamiento y programación anticipada de productos a solicitar por parte del almacén hacia los proveedores.
- Los pedidos que se realiza a los proveedores son de similar volumen en todo el periodo de análisis, además no está permitido realizar varios pedidos en un solo periodo, sino un solo pedido como máximo por cada periodo.
- Es necesario satisfacer la demanda en todo el periodo de análisis, evitando crear “ventas pendientes” o “ventas perdidas”.
- Se pretende optimizar la cantidad a mantener así como la cantidad de pedidos a realizar, para minimizar los costos.
- No se consideran descuentos en el costo de compra por el número de productos a solicitar.
- Se pretende conseguir como inventario final una cantidad baja, luego del periodo de análisis, para evitar incurrir en gastos innecesarios de mantenimiento.
- Como el inventario a analizar (considerado dentro del periodo de análisis), considera periodos desde t_0 hasta t_n , por lo tanto no se consideraran datos anteriores al periodo de análisis.

4.1.2. Lógica de inventario más apropiada.

En base al pronóstico anual obtenido se define una lógica de inventario por tramos, considerando los tramos a las regiones con tendencia ascendente, desde cantidades pequeñas hasta picos de demanda. Este análisis se basa en el modelo de Cantidad Económica de Pedido, ya que se reducirían costos de mantenimiento siempre y cuando la cantidad a mantener sea la necesaria para satisfacer la demanda en un periodo de tiempo apropiado y evite realizar varios pedidos para abastecer el almacén.

Para evitar sobrecostos en el mantenimiento del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP), es necesario desprenderse de lotes de productos lo más rápido posible, por ello convendría considerar tramos a partir de picos de demanda elevados, para satisfacer rápidamente de ese modo la demanda pronosticada, tal como se muestra en la Figura 7.

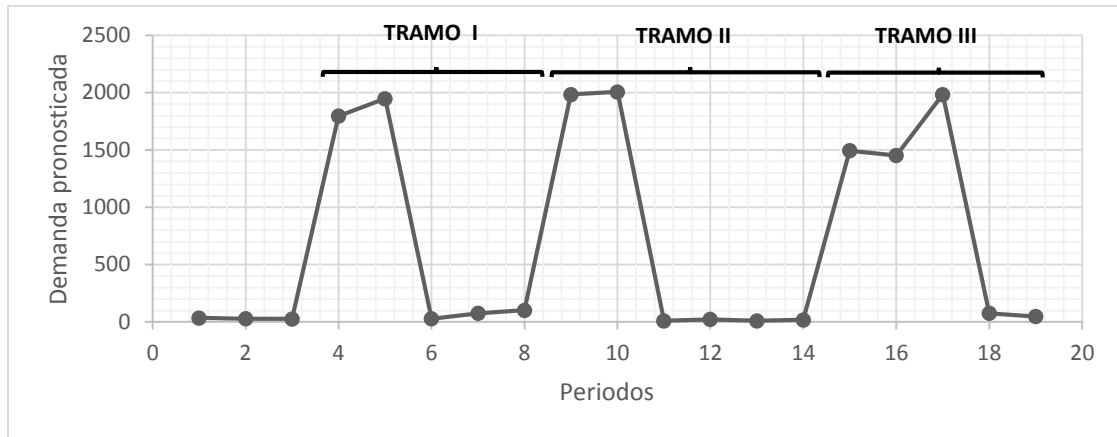


Figura 7. Distribución de tramos descendente a partir de picos de demanda.

Sin embargo, estaríamos considerando que la cantidad óptima a pedir tiene que satisfacer la cantidad demandada en el primer periodo de cada tramo, implicando que la cantidad optima se restringe en función de los picos altos, entonces nos encontramos en el escenario en que nuestra cantidad optima a pedir está ligada al comportamiento del pico más alto, dejando de lado la optimización de pedidos y costos que se pretende modelar como variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido. Esta cantidad a pedir entonces solo se vería afectado por el pico más alto y luego mantendríamos los pedidos restantes en función de esta, quedando muchísimos productos en stock durante los periodos con demanda baja como se puede apreciar en la Figura 8.

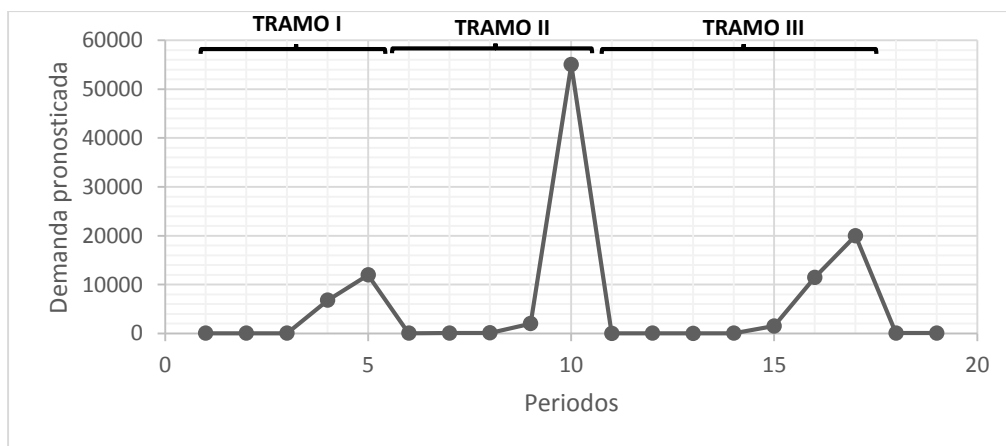


Figura 8. Distribución de tramos ascendente a partir de demanda baja.

Al existir un pico de demanda elevado en el TRAMO II, significa que para el periodo inicial del TRAMO II, se requerirá muchos productos, por lo cual se tendrá

que realizar un pedido elevado, el cual tendrá que replicarse para el resto de periodos como se señala en la Figura 9, dejando muchos productos en mantenimiento durante los periodos posteriores, lo que incrementaría enormemente el costo de mantenimiento, debido a que al solicitar pedidos de diversos tamaños de los proveedores o al disponer de varios lotes de un mismo pedido para satisfacer la demanda, se estaría dificultando los procesos de producción afectando a la gestión óptima de cadena de suministros.

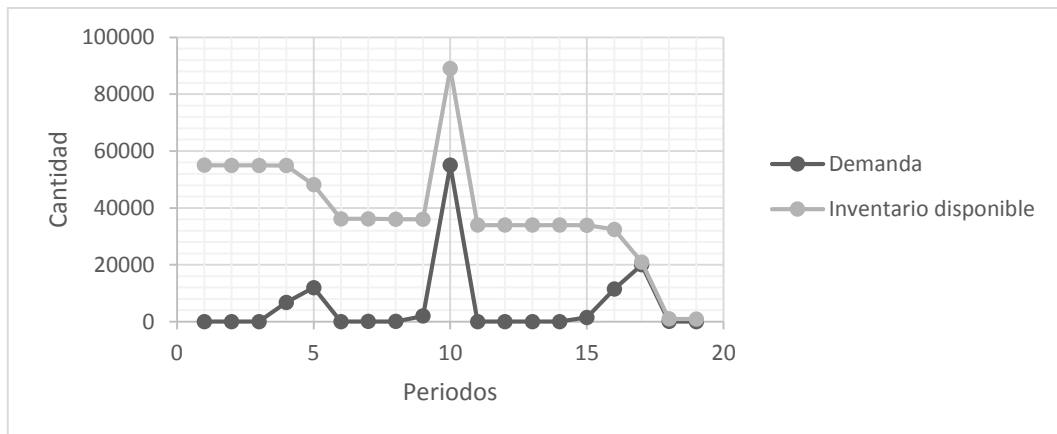


Figura 9. Comparativa de la evolución de demanda e inventario disponible.

Por lo tanto al utilizar esta lógica de inventario estaríamos siendo dependientes de los picos de demanda en todo el periodo de análisis, resultando una lógica de inventario no apropiada para productos que presenten este comportamiento.

Lo más apropiado para productos con diversos picos de demanda estacional, y que necesiten definir una lógica de inventario que resulte independiente de los picos de demanda es considerar tramos desde periodos donde la demanda sea baja y considerando un periodo prudencial para realizar los pedidos apropiados (considérese que un pedido apropiado es uno de volumen ligeramente superior en comparación a la demanda solicitada en periodos de demanda baja) de manera paulatina, evitando costos de mantenimiento excesivos, hasta alcanzar los periodos de picos de demanda elevados, donde se desabastecerá todo el stock disponible; luego de este periodo de desabastecimiento del stock, se consideraran los pedidos apropiados a fin de minimizar los costos de mantenimiento.

En la Figura 10 se observa que considerando tramos desde posiciones donde la demanda es baja, se puede optimizar el pedido, de modo que evitemos incurrir en costos de mantenimiento innecesarios, tal como se muestra en la Figura 11.

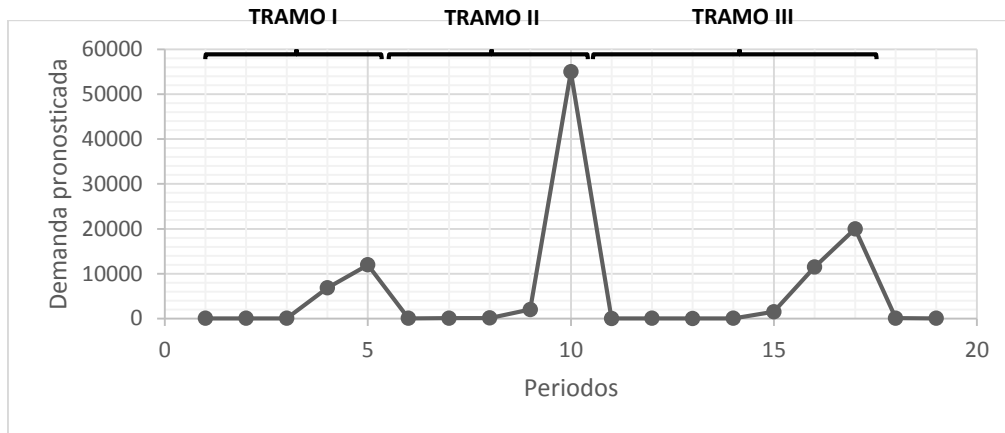


Figura 10. Modelo óptimo de distribución de tramos, para pronósticos con picos de demanda de diferentes tamaños.

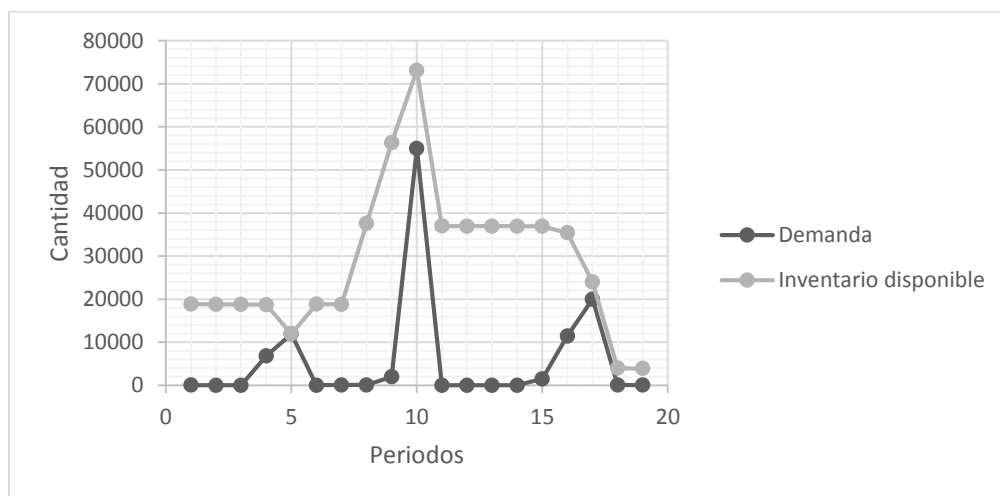


Figura 11. Comparativa de la evolución de la demanda e inventario disponible, para pronósticos con picos de demanda de diferentes tamaños.

De igual forma se puede apreciar que la lógica de inventario planteada es óptima para demandas pronosticadas con picos de demanda de similar tamaño, puesto que minimizan los gastos de mantenimiento, evitando disponer de muchos productos en épocas de demandas bajas, esto se puede apreciar en las Figuras 12 y 13.

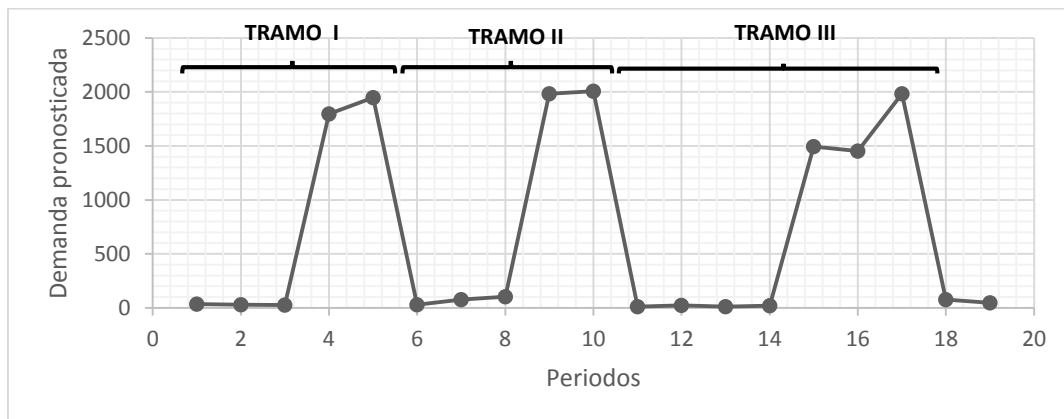


Figura 12. Modelo óptimo de distribución de tramos, para pronósticos de demanda con picos de similar tamaño.

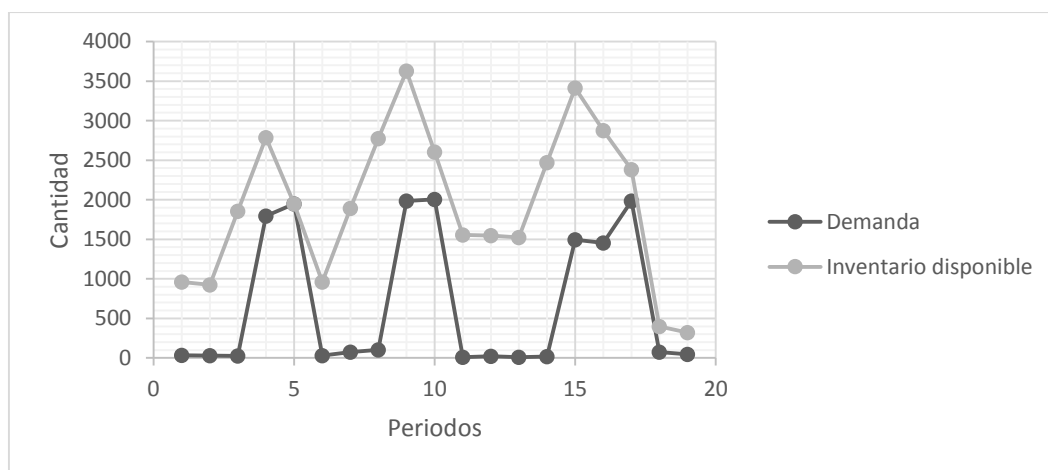


Figura 13. Comparativa de la evolución de la demanda e inventario disponible, para pronósticos de demanda con picos de similar tamaño.

4.1.3. Uso de constantes logísticas.

Para el control de inventarios se disponen de dos sistemas: el sistema periódico y el sistema permanente, estos sistemas están basados en la frecuencia en realizar el control de inventario a fin de valorarlos; el método más utilizado para realizar esta valuación del inventario es denominada PEPS (Primero en Entrar Primero en Salir) y se basa en despachar primero los productos que han ingresado al almacén, de modo que los productos en ingresar primero al almacén tendrán prioridad a la hora de despachar, los primeros en salir tendrán prioridad a la hora de salir, por ello definiremos una variable que ayude a priorizar los despachos de los productos, la cual será denominada COEFICIENTE DE MANTENIMIENTO, este coeficiente de mantenimiento asignará prioridad a los lotes que han ingresado primero al almacén.

El Coeficiente de Mantenimiento (β) se determinara en contraposición al tiempo, de modo que facilite identificar aquellos productos que ingresan primero al almacén.

Cuadro 3. *Coeficiente de mantenimiento respecto al periodo.*

t: periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
β: coeficiente de mantenimiento	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Además de lo mencionado, se puede mencionar que para “n” periodos, la suma del coeficiente de mantenimiento (β) y del periodo (t) es equivalente a “n”.

$$\beta + t = n \quad (\text{ec. 19})$$

Como el periodo de análisis se realiza en un intervalo de tiempo para varios meses, entonces conviene considerar las variables que permitan contabilizar la cantidad a mantener en el almacén, por ello este coeficiente de mantenimiento (β) es de mucha importancia, puesto que de manera directa permite contabilizar el número de productos a mantener, como se detalla a continuación:

Cuadro 4. *Plantilla de simulación de la variación de inventario final e inicial a lo largo de los periodos.*

			SALE	
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL
n	0			0
n-1	1	A_0	R_1	$A_0 - R_1$
n-2	2	$A_0 - R_1$	R_2	$A_0 - R_1 - R_2$
n-3	3	$A_0 - R_1 - R_2$	R_3	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3$
n-4	4	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3$	R_4	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 - R_4$
4	n-4	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-5}$	R_{n-4}	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4}$
3	n-3	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4}$	R_{n-3}	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3}$
2	n-2	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3}$	R_{n-2}	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2}$
1	n-1	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2}$	R_{n-1}	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2} - R_{n-1}$
0	n	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2} - R_{n-1}$	R_n	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2} - R_{n-1} - R_n$
		36824	13152	

Suponiendo se tuviera una demanda (R) pronosticada a partir de información histórica, la cantidad a mantener en nuestro modelo estará en función de los inventarios finales que se obtenga de cada periodo “t”, el cual tendrá un mantenimiento hasta que se demande otro lote de productos en el periodo siguiente “t+1”.

Para medir el inventario final existen metodologías de conteo que las empresas utilizan in situ, sin embargo para un modelo de inventario que está pronosticando escenarios posteriores, es complejo realizar este conteo de modo que se evite caer en incertidumbres al momento de aplicar el inventario, por ello se ha convenido lo siguiente:

Supongamos que antes del periodo de análisis, el almacén está vacío, por ello es necesario realizar un pedido, el cual nos brindara un stock inicial de productos que permitirán satisfacer la demanda del periodo “1”, como se ha realizado el pedido antes de comenzar a satisfacer la demanda propiamente dicha, este inventario será llamado **inventario inicial** (A_0), este inventario se mantendrá hasta satisfacer la **demanda del periodo “1”** (R_1), quedando como **inventario final del periodo “1”** (A_1) la cantidad de:

$$A_1 = A_0 - R_1$$

Este lote de productos que quedan generaran un costo de mantenimiento, posteriormente este inventario resultara ser el inventario inicial del periodo “2”, luego de satisfacer la **demanda en el periodo “2”** (R_2), se obtendrá el **inventario final del periodo “2”** (A_2):

$$A_2 = A_1 - R_2$$

Esta expresión está relacionada además al inventario inicial (A_0):

$$A_2 = A_0 - R_1 - R_2$$

$$A_2 = A_0 - (R_1 + R_2)$$

$$A_2 = A_0 - \left(\sum_{i=1}^2 R_i \right)$$

El inventario final del periodo “2” (A_2): generara otro costo de mantenimiento hasta que satisfaga la demanda en el periodo “3”, de modo que esta sumatoria ira aumentando, de modo que en el periodo “n” la cantidad a mantener será:

$$A_n = A_0 - \left(\sum_{i=1}^n R_i \right) \quad (\text{ec. 20})$$

4.1.4. Determinación de la cantidad a mantener.

Para calcular la cantidad total a mantener en todos los periodos de análisis, es necesario sumar los inventarios finales

$$\text{Cantidad a mantener} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + \dots + A_n$$

$$\text{Cantidad a mantener} = A_0 - \left(\sum_{i=1}^1 R_i\right) + A_0 - \left(\sum_{i=1}^2 R_i\right) + A_0 - \left(\sum_{i=1}^3 R_i\right) + \dots + A_0 - \left(\sum_{i=1}^n R_i\right)$$

Como se puede notar el valor del inventario final se repite “n” veces, para un análisis de “n” periodos, de lo que se puede inferir que si se analiza un inventario dentro de “n” periodos, la cantidad a mantener estará en función de “n” veces el valor del inventario inicial (A_0). Asimismo luego de desarrollar las sumatorias y agrupar los términos iguales, obtenemos:

$$\text{Cantidad a mantener} = (n * A_0) - ((n - 1) * R_1) - ((n - 2) * R_2) - \dots - (2 * R_{n-2}) - (1 * R_{n-1})$$

Exactamente la cantidad de veces que se repiten las demandas, es similar valor del coeficiente de mantenimiento (β) que colocamos a fin de generar relevancia a los productos que ingresan según el periodo en el que ingresaron al almacén, es decir que la cantidad a mantener se puede expresar de la siguiente manera:

$$\text{Cantidad a mantener} = (\beta_0 * A_0) - (\beta_1 * R_1) - (\beta_2 * R_2) - \dots - (\beta_{n-2} * R_{n-2}) - (\beta_{n-1} * R_{n-1})$$

Entonces podemos afirmar que la cantidad a mantener se define como:

$$\text{Cantidad a mantener} = (\beta_0 * A_0) - \left(\sum_{i=1}^n \beta_i * R_i\right) \quad (\text{ec. 21})$$

El coeficiente de mantenimiento β_0 es similar al valor de “n”, de modo que:

$$\text{Cantidad a mantener} = (n * A_0) - \left(\sum_{i=1}^n \beta_i * R_i\right) \quad (\text{ec. 22})$$

Sin embargo es necesario considerar que los pedidos a realizar repercutirán en la cantidad final a mantener, de modo que también es afectado por el coeficiente de mantenimiento; por lo tanto si se considerara que se han realizado pedidos en los periodos “a”, “b” y “c”, estos afectaran a la cantidad a mantener.

$$\text{Cantidad a mantener} = (n * A_0) - \left(\sum_{i=1}^n \beta_i * R_i\right) + (Q * (\beta_a + \beta_b + \beta_c)) \quad (\text{ec. 23})$$

Generalizando la ecuación, si se realizaran muchos pedidos durante el periodo de análisis, la cantidad a mantener se establecería como:

$$\text{Cantidad a mantener} = (n * A_0) - \left(\sum_{i=1}^n \beta_i * R_i\right) + (Q * (\beta_a + \beta_b + \beta_c + \dots)) \quad (\text{ec. 24})$$

Podemos describir el comportamiento de la cantidad a mantener en función de la cantidad a mantener, en función del tamaño del pedido (Q), de forma que se pueda linealizar como se muestra en la Figura 14.

$$y = b + x * m$$

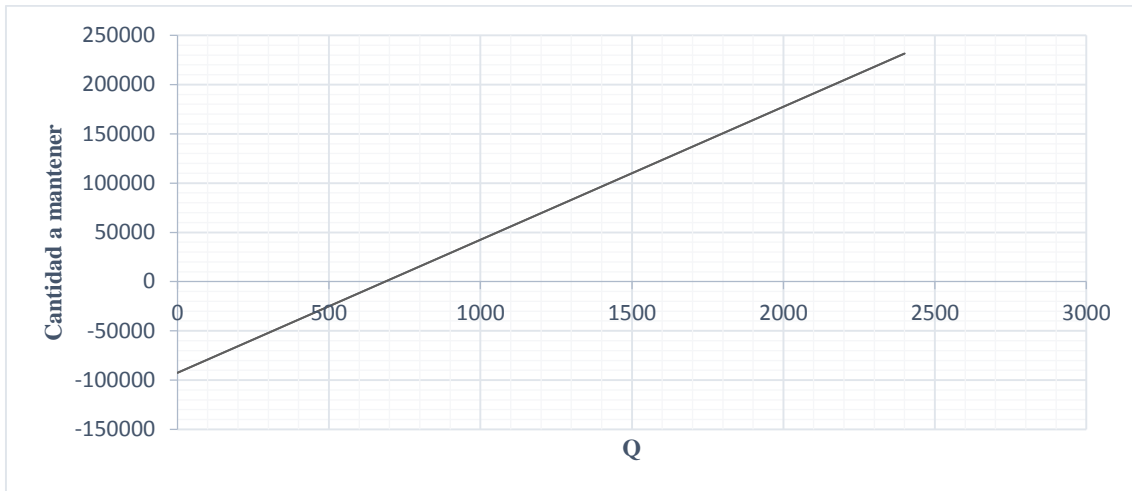


Figura 14. Cantidad a mantener respecto al volumen de pedido (Q)

Por lo tanto se relaciona la cantidad a mantener con el pedido a realizar, de manera que es posible determinar el **volumen de pedido (Q*)** necesario que asegure una cantidad a mantener mínima, reduciendo costos de mantenimiento.

$$Q_{\min}^* = \frac{(\sum_{i=1}^n \beta_i \cdot R_i) - (A_0 \cdot n)}{(\beta_a + \beta_b + \beta_c + \dots)} \quad (\text{ec. 25})$$

Para garantizar un stock siempre disponible y que cubra la demanda se necesita analizar el inventario final (A_t) en cada periodo, además es necesario incluir la cantidad a pedir (Q^*) en el inventario final de cada periodo que se solicite, en base al análisis del inventario final entonces este valor de Q^* con el cálculo de este se satisface la demandas en todo el periodo de análisis. A continuación se muestra un análisis de los valores de inventario final para “n” periodos.

$$t = 1 \rightarrow A_1 = A_0 - R_1 + Q^* \quad A_1 > 0$$

$$t = 2 \rightarrow A_2 = A_1 - R_2 + Q^* \quad A_2 > 0$$

$$t = 3 \rightarrow A_3 = A_2 - R_3 + Q^* \quad A_3 > 0$$

$$t = 4 \rightarrow A_4 = A_3 - R_4 + Q^* \quad A_4 > 0$$

$$t = 5 \rightarrow A_5 = A_4 - R_5 + Q^* \quad A_5 > 0$$

$$t = 6 \rightarrow A_6 = A_5 - R_6 + Q^* \quad A_6 > 0$$

$$t = 7 \rightarrow A_7 = A_6 - R_7 + Q^* \quad A_7 > 0$$

$$t = 8 \rightarrow A_8 = A_7 - R_8 + Q^* \quad A_8 > 0$$

$$t = n \rightarrow A_n = A_{n-1} - R_n + Q^* \quad A_n > 0$$

Sin embargo los periodos para realizar los pedidos no presentan una secuencia, haciéndose más difícil programar pedidos con anticipación, utilizando este análisis surge de un análisis completo de todos los periodos de análisis, por lo que se ha buscado un análisis más detallado y que se realice a partir de los tramos definidos en la lógica de inventario.

$$\begin{array}{lcl}
 t = 1 \rightarrow A_1 = A_0 - R_1 + Q^* & A_1 > 0 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Tramo I} \\
 t = 2 \rightarrow A_2 = A_1 - R_2 + Q^* & A_2 > 0 & \\
 t = 3 \rightarrow A_3 = A_2 - R_3 + Q^* & A_3 > 0 & \\
 t = 4 \rightarrow A_4 = A_3 - R_4 + Q^* & A_4 > 0 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Tramo II} \\
 t = 5 \rightarrow A_5 = A_4 - R_5 + Q^* & A_5 > 0 & \\
 t = 6 \rightarrow A_6 = A_5 - R_6 + Q^* & A_6 > 0 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{Tramo III} \\
 t = 7 \rightarrow A_7 = A_6 - R_7 + Q^* & A_7 > 0 & \\
 t = 8 \rightarrow A_8 = A_7 - R_8 + Q^* & A_8 > 0 & \\
 \\ \\
 t = n \rightarrow A_n = A_{n-1} - R_n + & A_n > 0 &
 \end{array}$$

Analizando los picos de demanda estacional en todos los periodos de análisis, se puede deducir que se requerirá de productos durante los periodos cuya demanda es alta y que estos requerimientos pueden ser satisfechos durante épocas con demanda baja. Por ello es necesario satisfacer los pedidos de atrás hacia adelante, satisfaciendo los pedidos de periodos donde existen picos de demanda altos, además considerando la distribución de tramos ya descrita, así tendremos:

$$\begin{array}{lcl}
 t = 1 \rightarrow A_1 = A_0 - R_1 + Q^* & A_1 > 0 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Tramo I} \\
 \quad \quad \quad A_1 = A_0 - R_1 + Q^* & & \\
 t = 2 \rightarrow A_2 = A_1 - R_2 + Q^* & A_2 > 0 & \\
 \quad \quad \quad A_2 = A_1 - R_2 + Q^* & & \\
 t = 3 \rightarrow A_3 = A_2 - R_3 + Q^* & A_3 > 0 & \\
 \quad \quad \quad A_3 = A_1 - R_2 + Q^* & & \\
 t = 4 \rightarrow A_4 = A_3 - R_4 + Q^* & A_4 > 0 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Tramo II} \\
 \quad \quad \quad A_4 = A_1 - R_2 + Q^* & & \\
 t = 5 \rightarrow A_5 = A_4 - R_5 + Q^* & A_5 > 0 & \\
 \quad \quad \quad A_5 = A_1 - R_2 + Q^* & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 t = 6 \rightarrow A_6 = A_5 - R_6 + Q^* \quad A_6 > 0 \\
 \quad \quad \quad A_6 = A_1 - R_2 + Q^* \\
 t = 7 \rightarrow A_7 = A_6 - R_7 + Q^* \quad A_7 > 0 \\
 \quad \quad \quad A_7 = A_1 - R_2 + Q^* \\
 t = 8 \rightarrow A_8 = A_7 - R_8 + Q^* \quad A_8 > 0 \\
 \quad \quad \quad A_8 = A_1 - R_2 + Q^* \\
 \\
 t = n \rightarrow A_n = A_{n-1} - R_n + \quad A_n > 0
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \text{Tramo III}$$

Pero si se considera que el pedido recibido en t=5 tendrá implicancia futura en satisfacer la demanda en t=6 establecida en el tramo siguiente, entonces es necesario precisar que si se recibe un pedido al finalizar un periodo este satisficera la primera demanda del tramo siguiente; esto generara una peculiar distribución de los tramos en nuestro análisis.

Generalizando este comportamiento, se puede decir que para un análisis de “n” periodos, el pedido Q* que llegue a abastecer en un periodo “t” tendrá implicancia en satisfacer la demanda de un periodo “t+1” del siguiente tramo, como se muestra en el cuadro 5:

Cuadro 5. Evolución del inventario final en la plantilla de simulación de datos considerando pedido (Q).

		SALE		
t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	Pedido (Q)
0			0	
t-2	A ₀	R _{t-2}	A ₀ - R _{t-2}	
t-1	A ₀ - R _{t-2}	R _{t-1}	A ₀ - R _{t-2} - R _{t-1}	
t	A ₀ - R _{t-2} - R _{t-1}	R _t	A ₀ - R _{t-2} - R _{t-1} - R _t	Q*
t+1	A ₀ - R _{t-2} - R _{t-1} - R _t + Q*	R _{t+1}	A ₀ - R _{t-2} - R _{t-1} - R _t - R _{t+1} + Q*	

Por ello para satisfacer los picos más altos de demanda del tramo en cuestión, es necesario recurrir a pedidos recibidos antes del periodo “t” con esto podemos generalizar que los pedidos recibidos en los periodos “t-1”, “t-2”, “t-3”, satisficieran los picos de demanda del tramo correspondiente hasta el periodo “t”, siendo la distribución de los tramos como se indica en el cuadro 6:

Cuadro 6. *Evolución del inventario final en la plantilla de simulación de datos considerando pedidos (Q).*

		SALE		
t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	Pedido (Q)
0			0	
t-2	A_0	R_{t-2}	$A_0 - R_{t-2}$	Q^*
t-1	$A_0 - R_{t-2}$	R_{t-1}	$A_0 - R_{t-2} - R_{t-1}$	Q^*
t	$A_0 - R_{t-2} - R_{t-1}$	R_t	$A_0 - R_{t-2} - R_{t-1} - R_t$	
t+1	$A_0 - R_{t-2} - R_{t-1} - R_t + Q^*$	R_{t+1}	$A_0 - R_{t-2} - R_{t-1} - R_t - R_{t+1} + Q^*$	

Finalmente podemos concluir que los tramos se distribuirán tal como se muestra en la cuadro 7, de la siguiente manera:

Cuadro 7. *Distribución de tramos en la plantilla de simulación de datos considerando pedidos (Q).*

			SALE		
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	Pedido (Q)
n	0			0	
n-1	1	A_0	R_1	$A_0 - R_1$	Q^*
n-2	2	$A_0 - R_1 + Q^*$	R_2	$A_0 - R_1 - R_2 + Q^*$	Q^*
n-3	3	$A_0 - R_1 - R_2 + Q^* + Q^*$	R_3	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 + Q^* + Q^*$	
n-4	4	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 + Q^* + Q^*$	R_4	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 - R_4 + Q^* + Q^*$	
4	n-4	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-5} + Q^* + Q^*$	R_{n-4}	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} + Q^* + Q^*$	
3	n-3	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} + Q^* + Q^*$	R_{n-3}	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} + Q^* + Q^*$	
2	n-2	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} + Q^* + Q^*$	R_{n-2}	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2} + Q^* + Q^*$	
1	n-1	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2} + Q^* + Q^*$	R_{n-1}	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2} - R_{n-1} + Q^* + Q^*$	
0	n	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2} - R_{n-1} + Q^* + Q^*$	R_n	$A_0 - R_1 - R_2 - \dots - R_{n-3} - R_{n-4} - R_{n-3} - R_{n-2} - R_{n-1} - R_n + Q^* + Q^*$	

Donde se puede observar que el pedido recibido en el periodo 3 ($t=3$) satisface la demanda del periodo 4; como se supone entonces se satisface la demanda de picos más altos, recibiendo pedidos en los periodos anteriores 2 ($t=2$) y 3 ($t=3$).

De la Figura 11 también podemos apreciar que los pedidos recibidos tienden a trascender con el paso de los periodos en nuestro cálculo de inventario final, por lo que tiene implicancia el periodo en el cual se han realizado los pedidos.

Para analizar el costo de mantener, también es necesario considerar los costos de mantenimiento innecesarios de productos en el almacén, por ello se definirá también el **Inventario Final** (A_f), mientras el inventario final sea más cercano a cero después de todos los periodos en análisis, partiendo de un **Inventario Inicial** (A_0), entonces podemos afirmar que no se ha incurrido en gastos innecesarios, por

lo cual el inventario final establece cierta relación con la cantidad a pedir, además establece una relación lineal siendo:

$$A_f = A_0 - (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_{n-3} + R_{n-2} + R_{n-1} + R_n) + Q^*(N)$$

$$A_f = A_0 - \sum_{i=1}^n R_i + Q^*(N)$$

$$A_f = (A_0 - \sum_{i=1}^n R_i) + Q^*(N) \quad (\text{ec. 26})$$

$$Y = (b) + X(m)$$

Además considerando un inventario final igual a cero, por ello considerando el inventario final igual a cero, entonces despejando Q^* obtendremos una relación en función a la demanda, por lo tanto el nuevo valor de Q^* estará representado por Q^{**} :

$$Q^{**} = \frac{(\sum_{i=1}^n R_i) - A_0}{(N)} \quad (\text{ec. 27})$$

Este nuevo valor de Q^{**} se obtiene de la relación entre el inventario final y la cantidad a pedir, independientemente de los pedidos a realizar, lo que implica que el número de pedidos (N) sea constante, se establece la relación presentada en la Figura 15:

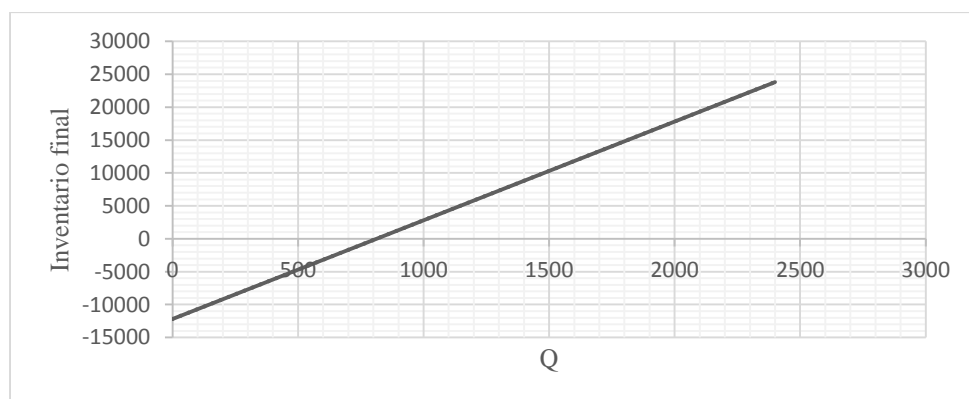


Figura 15. Inventario final respecto al volumen de pedido (Q).

Como se aprecia en la Figura 16 y 17, en conclusión, tenemos que:

Si: $Q^* < Q^{**}$, entonces Q^{**} es el mínimo valor de Q que asegura un abastecimiento adecuado siempre y una cantidad a mantener igual a cero.

Si: $Q^* > Q^{**}$, entonces Q^* es el mínimo valor de Q que asegura un abastecimiento adecuado siempre y una cantidad a mantener diferente de cero.

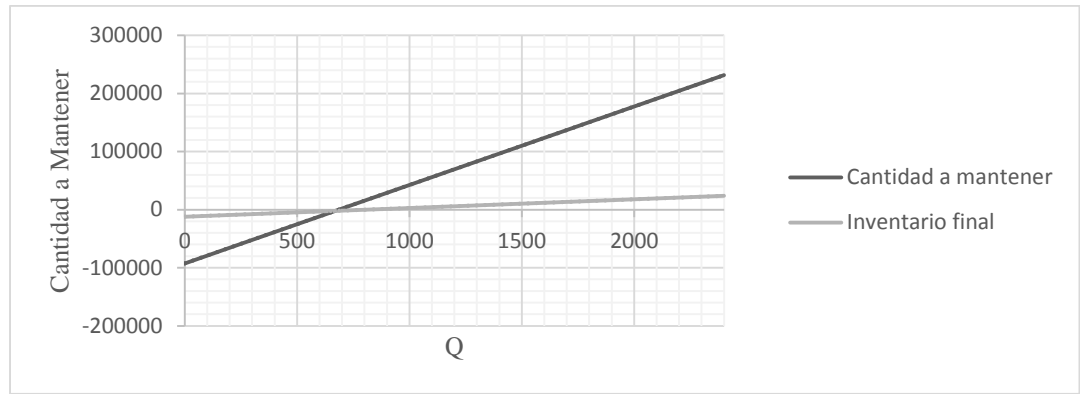


Figura 16. Cantidad a mantener e inventario final, respecto al volumen de pedido (Q).

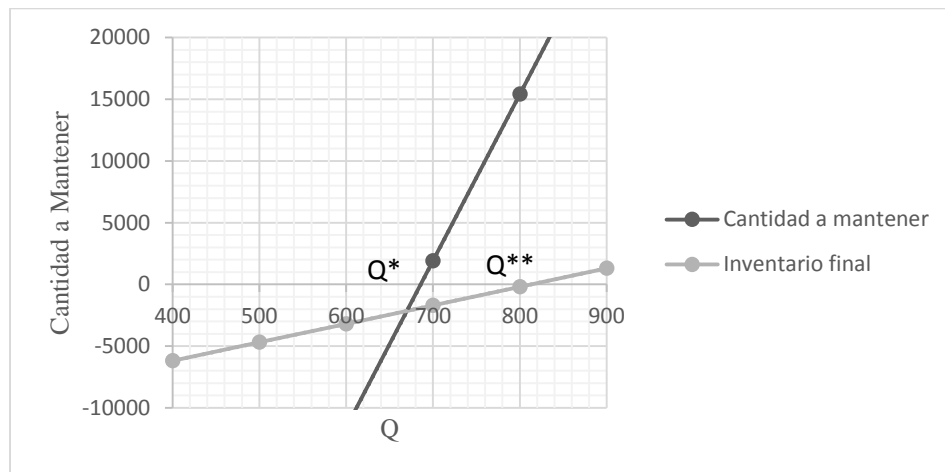


Figura 17. Cantidad a mantener respecto al volumen de pedido óptimo (Q*) e inventario final respecto al volumen de pedido óptimo (Q**).

Representando este análisis en la plantilla de toma de datos, tenemos:

Cuadro 8. Evolución del inventario en la plantilla de simulación de datos considerando pedidos (Q) en diversos periodos.

			SALE		
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	Pedido (Q)
5	0				
4	1	A_0	R_1	$A_0 - R_1$	Q^*
3	2	$A_0 - R_1 + Q^*$	R_2	$A_0 - R_1 - R_2 + Q^*$	Q^*
2	3	$A_0 - R_1 - R_2 + Q^* + Q^*$	R_3	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 + Q^* + Q^*$	
1	4	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 + Q^* + Q^*$	R_4	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 - R_4 + Q^* + Q^*$	Q^*
0	5	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 - R_4 + Q^* + Q^* + Q^*$	R_5	$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 - R_4 - R_5 + Q^* + Q^* + Q^*$	

Para:

$$t=1 \quad (A_0 - R_1) > 0$$

R1 no es grande por lo que hay stock para cubrir la demanda

$$t=2 \quad (A_0 - R_1 - R_2) > 0$$

R1 y R2 no logran desabastecer el almacén

$$t=3 \quad (A_0 - R_1 - R_2 - R_3) < 0$$

R1, R2 y R3 son más que el inventario inicial

Como el inventario final del periodo 2 (t=2) no satisficiera la demanda esperada en el periodo 3 (t=3), entonces se requiere abastecer el almacén con un pedido en el periodo 2, para preparar el stock disponible en el periodo posterior. Resulta conveniente entonces considerar que la relación que satisficiera la demanda en el periodo 3 como:

$$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 + Q > 0$$

Sin embargo este pedido “Q” no siempre logra satisfacer las demandas del periodo posterior inmediato (en este caso el periodo 3), de donde se infiere que en este periodo existen picos de demanda, por lo cual establece una restricción de nuestra cantidad a pedir, resultando relevante para el desarrollo del modelo matemático para demanda estacional. En caso que el pedido “Q” recibido el periodo anterior (en este caso el periodo 2) no satisficiera la demanda del periodo posterior, causando ventas perdidas, entonces se definirá la siguiente relación:

$$A_0 - R_1 - R_2 - R_3 + Q < 0$$

El valor de “Q” no puede ser grande, porque ocasionaría que de manera posterior a estos periodos de picos de demanda, el inventario final resultara elevado, incurriendo en gastos innecesarios de mantenimiento. En conclusión, para optimizar los costos totales, la cantidad a mantener tiene que ser el mínimo posible, además de satisfacer las demandas de todos los periodos en análisis.

A partir de la definición de la cantidad a mantener y de su comportamiento lineal:

$$\text{Cantidad a mantener} = (n * A_0) - \left(\sum_{i=1}^n \beta_i * R_i \right) + (Q * (\beta_a + \beta_b + \beta_c + \dots))$$

$$\text{Cantidad a mantener} = (n * A_0) - (\sum_{i=1}^n \beta_i * R_i) + \left(Q * \left(\begin{matrix} \text{Sumatoria de coeficientes} \\ \text{de mantenimiento} \end{matrix} \right) \right) \quad (\text{ec. 28})$$

$$y = b + x * m$$

Donde:

$y =$ *Cantidad a mantener*

$$b = (n * A_0) - \left(\sum_{i=1}^n \beta_i * R_i \right)$$

$x = Q$

$m =$ *(Sumatoria de coeficientes de mantenimiento)*

A partir del comportamiento lineal de la ecuación que describe la cantidad a mantener, se relaciona a la sumatoria de los coeficientes de mantenimiento con la pendiente de la recta que establece la relación, como se muestra en la Figura 18, donde $m_1 > m_2 > m_3 > m_4$ se debe a que la suma de coeficientes está en aumento, entonces la sumatoria de coeficientes de mantenimiento está íntimamente relacionado con la cantidad a mantener.

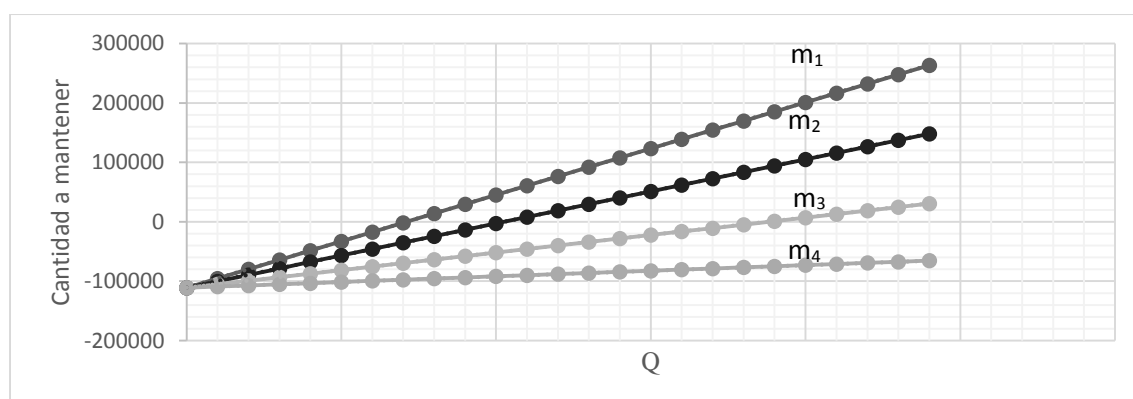


Figura 18. Cantidad a mantener respecto a la suma de coeficientes de mantenimiento (m_i)

Si la constante “b” es mayor o igual a cero, entonces el valor de “Q” es irrelevante y se desprecia, porque si la constante es mayor o igual a cero, entonces será constante si no se piden pedidos “Q”, a medida que se pidan pedidos “Q”, la cantidad a mantener se irá incrementando de manera innecesaria por lo que se evitaría hacer pedidos. Sin embargo esta constante “b” siempre será negativo porque de lo contrario no se requeriría realizar pedidos para satisfacer la demanda en los periodos de análisis y solo consideraríamos los costos por mantener en nuestro almacén, despreciando los costos por pedir y por comprar. Considerando valores negativos de la constante

Podemos notar que al incrementar el volumen del pedido, será necesario realizar menos número de pedidos, entonces la sumatoria de los coeficientes de mantenimiento (sumatoria de β) será mínima. Por el contrario si se realizan varios pedidos de volúmenes de pedido pequeños entonces la sumatoria de coeficientes de mantenimiento también se elevara, por lo tanto se estable que:

- La sumatoria de coeficientes de mantenimiento está directamente influenciada por el número de pedidos a realizar durante todos los periodos de análisis.
- El número de pedidos a realizar durante todos los periodos de análisis, está relacionado directamente con el volumen de los pedidos.

Se tendrá mucha mayor optimización del manejo de inventario siempre y cuando la cantidad a mantener sea más próxima a la cantidad demandada, por ello es importante relacionar un factor que ayude a controlar esta relación y permita su optimización, este factor será denominado “FACTOR DE OPTIMIZACION” (FOP), la relación que define este factor será:

$$FOP = \frac{Demanda}{Cantidad\ a\ mantener} \quad (ec. 29)$$

Estableciendo parámetros a considerar en nuestro estudio:

- IDEAL (ideal) : FOP=1
 EOQ original (sin variantes) : 0,5 < FOP < 1

4.1.5. Relación del lote de pedido con el costo total.

Para definir el costo total, nos basaremos en el modelo tradicional de la Cantidad económica de Pedido (CEP) que considera tres costos que afectan al costo total, estos son el costo por comprar, el costo por realizar un pedido y el costo por mantener.

En base a la cantidad “Q” óptima (hallada para satisfacer demanda pronosticada, reduciendo los costos mediante un análisis de pedidos) podemos expresar los costos totales en los que incurre la empresa como:

$$C_{total} = (C_{unitario\ comprar} * Q * N) + (C_{unitario\ pedir} * N) + (C_{unitario\ mantener} * Cantidad\ a\ mantener) \quad (ec. 30)$$

Donde:

- C_{total} : Costo total
 $C_{unitario\ comprar}$: Costo unitario de compra
 $C_{unitario\ pedir}$: Costo unitario de pedido
 $C_{unitario\ mantener}$: Costo unitario de mantenimiento

$$C_{mantener} = C_{unitario\ mantener} * \left((n * A_0) - \left(\sum_{i=1}^n \beta_i * R_i \right) + \left(Q * \left(\text{Sumatoria de coeficientes de mantenimiento} \right) \right) \right)$$

Por lo tanto:

$$C_{total} = (C_{comprar}) + (C_{pedir}) + (C_{mantener}) \quad (\text{ec. 31})$$

Sin embargo ante demanda constante el comportamiento de la cantidad “Q” optimizada es inversamente proporcional al número de pedidos “N” de todos los periodos de análisis.

Por lo tanto en casos donde la demanda total no varié, al incrementarse la cantidad “Q” del pedido será necesario requerir menos pedidos para el abastecimiento del almacén, por lo tanto los costos de mantenimiento se incrementaran y los costos de pedir se reducirán. Mientras en el supuesto que la cantidad “Q” del pedido se reduzca, entonces habrá mayor número de pedidos para poder cubrir la demanda pronosticada, por lo que los costos de mantenimiento se incrementaran mientras los costos de pedir se incrementaran.

Considerando demanda pronosticada constante y relacionando el número de pedidos (N) con el pedido “Q”, podemos notar su comportamiento inversamente proporcional, de un ejemplo como se muestra en la Figura 19:

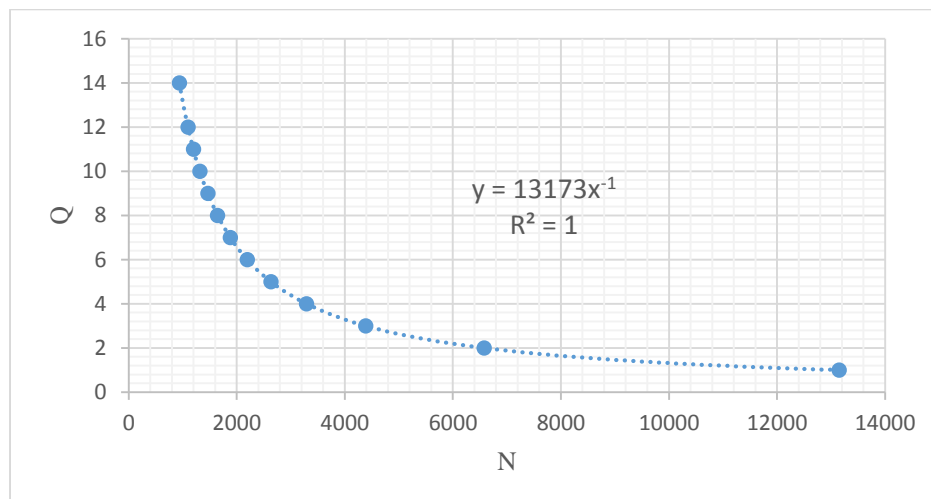


Figura 19. Volumen de pedido (Q) respecto al número de pedidos (N)

Sin embargo este comportamiento solo es útil, cuando la cantidad requerida en total de los “N” pedidos es igual a la demanda total, por lo tanto tiene un inventario final igual a cero ($A_0 = 0$); sin embargo en caso el inventario final sea diferente de cero ($A_0 \neq 0$), existirá un costo innecesario de mantenimiento que

afectara al costo final, pues se ha incurrido en costos de mantenimiento para productos que no se han comercializado.

4.1.6. Optimización de parámetros.

Graficando el pronóstico de demanda calculado a partir de demanda histórica, utilizando el método de multiplicadores estacionales, se tienen zonas con picos de demanda y otras zonas con baja demanda como se aprecia en la Figura 20.

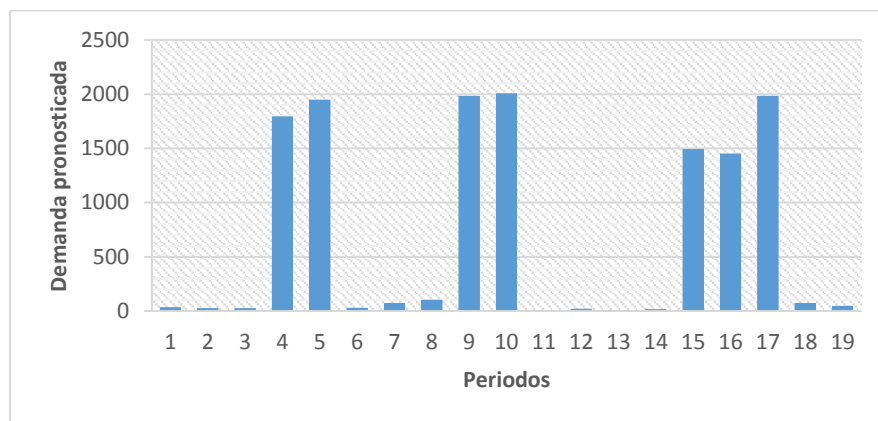


Figura 20. Demanda pronosticada a partir de información histórica.

En la Figura 20 también se puede apreciar una diferencia grande entre los picos de demanda y las zonas de baja demanda; sin embargo es posible que la diferencia entre picos y demandas puede ser bastante menor, tal como se muestra en la Figura 21.

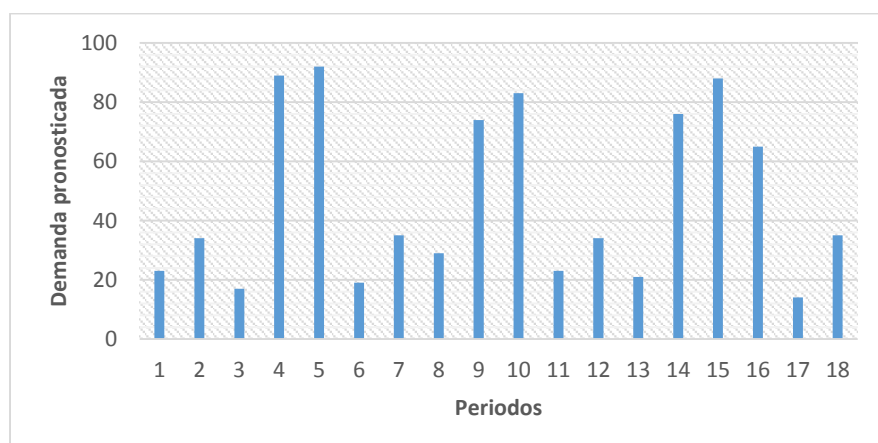


Figura 21. Demanda pronosticada a partir de información histórica.

Además según lo descrito por la lógica de inventario definida por tramos, organizaremos todos los periodos de análisis por tramos, por lo tanto obtendremos la Figura 22.

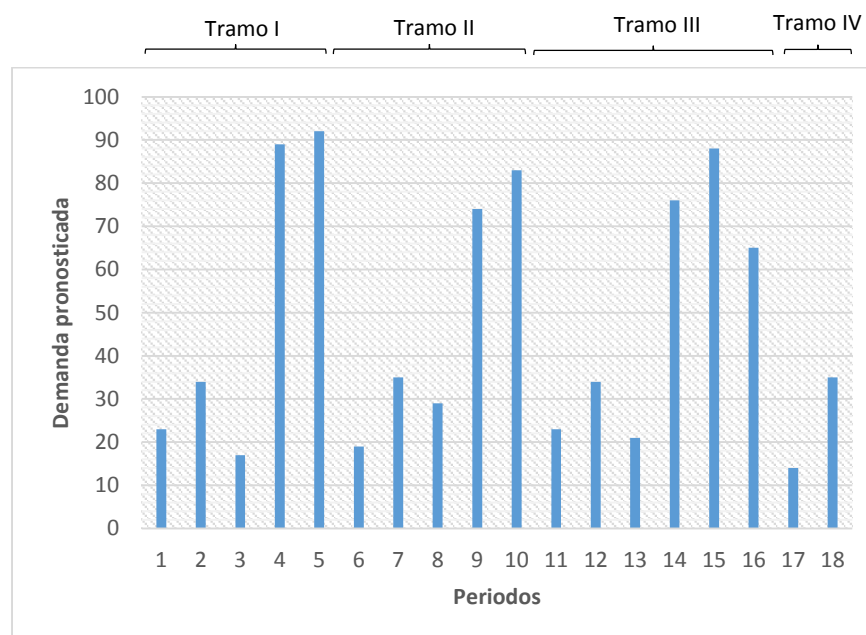


Figura 22. Distribución por tramos de la demanda pronosticada.

Analizando los tramos, podemos notar que para satisfacer las demandas de cada tramo, los requerimientos del almacén por tramos tiende a abastecerse de manera continua y con volúmenes de pedidos constante de modo que en cada tramo, realizando pedidos todos los periodos, esto puede abastecer el almacén de forma paulatina para satisfacer los picos de demanda existentes al final de cada tramo según nuestra lógica de demanda. Entonces considerando que se realizaran pedidos cada periodo, en cada tramo se puede obtener un pedido mínimo siguiendo la siguiente relación para cada tramo:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

Siguiendo lo descrito por la lógica de inventario descrita anteriormente, la demanda en el tramo IV al ser pequeño, se satisfecerá con los requerimientos del tramo anterior (en este caso el tramo III), en la Figura 23 se puede apreciar el promedio de demanda de cada tramo representado mediante líneas en cada tramo, el promedio de los tramos no difieren mucho, por lo que el comportamiento de los picos de demanda en todos los periodos de análisis presentan volúmenes parecidos.

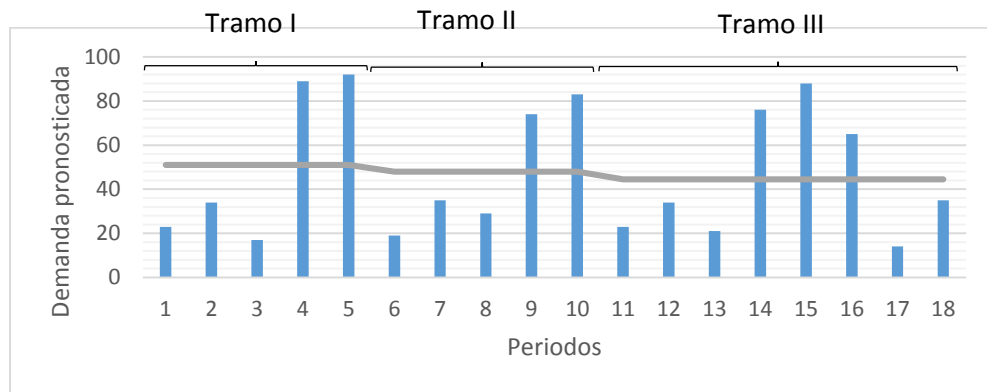


Figura 23. Distribución por tramos de la demanda pronosticada y demanda promedio por tramos.

Sin embargo este comportamiento de los volúmenes de los picos de demanda en los tramos no siempre es parecida, puesto que en los tramos presentados los volúmenes demandados difieren mucho durante todos los periodos de análisis, lo que influye también para que los promedios de demanda en los tramos difieran considerablemente como se muestra en la Figura 24.

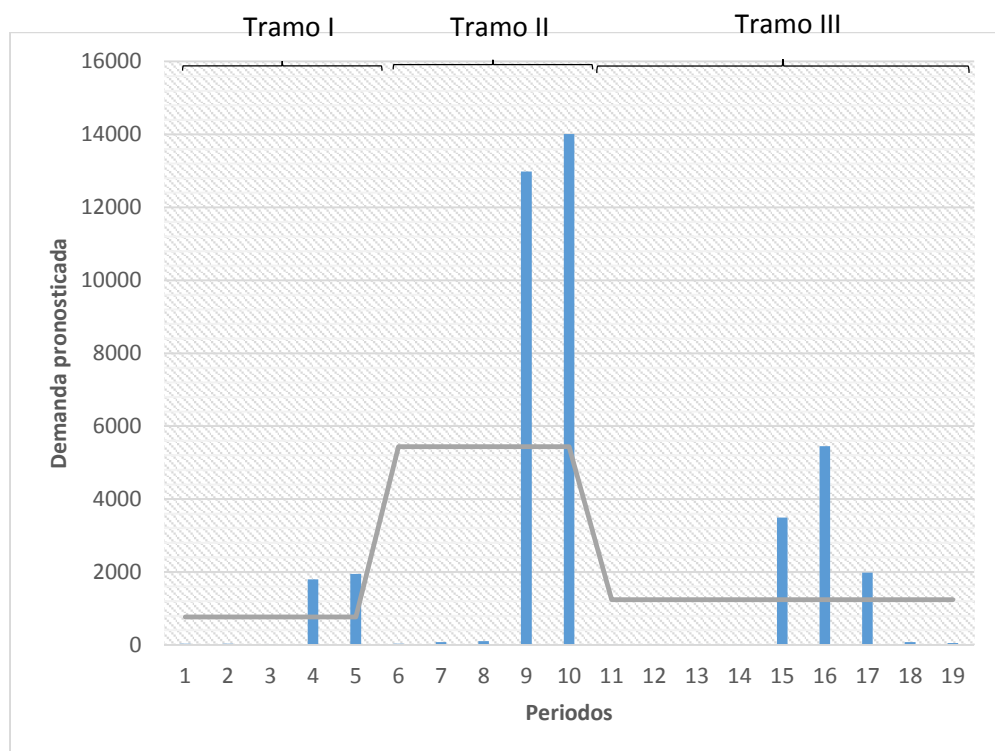


Figura 24. Distribución por tramos de la demanda pronosticada y demanda promedio por tramos.

El comportamiento de la demanda promedio de los tramos puede extenderse para diversos tramos de análisis, por lo cual este comportamiento estacional es posible que no solamente se presente en los periodos de análisis sino además en los tramos extendidos del modelo. Por lo que si se extendiera el modelo para varios tramos, se podría apreciar el comportamiento de la demanda promedio de los tramos, en la Figura 25 se observa el comportamiento del promedio de demanda para periodos extendidos más allá de los periodos de análisis.

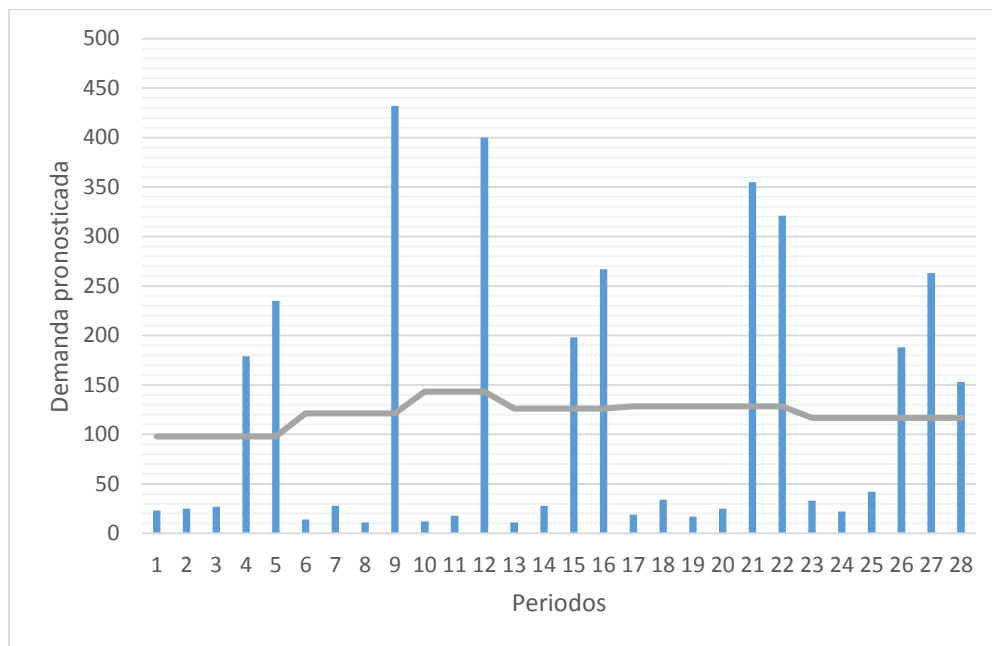


Figura 25. Modelo de tramos extendidos de la demanda pronosticada y demanda promedio.

Sin embargo este comportamiento puede presentar patrones de comportamiento estacional, lo que implicaría que el modelo planteado en el presente trabajo de investigación también puede aplicarse para diferentes comportamientos de la demanda en periodos extendidos (entiéndase como periodo extendido a los periodos más allá del límite de nuestros periodos de análisis), este comportamiento de las demandas promedios por tramos puede presentar comportamiento estacional como se muestra en la Figura 26, así como también un comportamiento que no tiene una relación definida, esto puede apreciarse en la Figura 27; otro escenario puede ser que los promedios de demanda de los tramos no tengan muchas diferencias tal como anteriormente se presentó en la Figura 25.

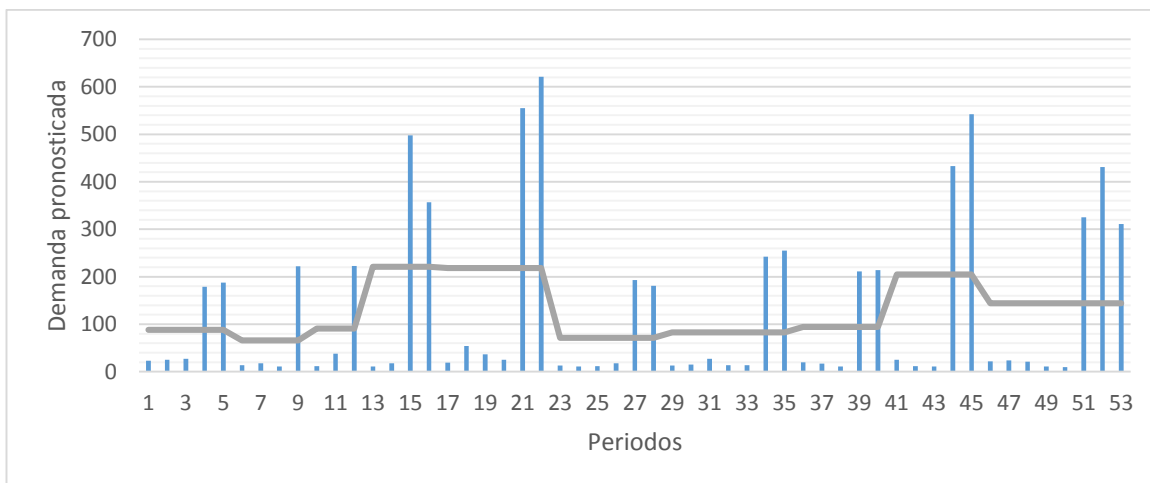


Figura 26. Modelo de tramos extendidos de la demanda pronosticada y demanda promedio con tendencia estacional.

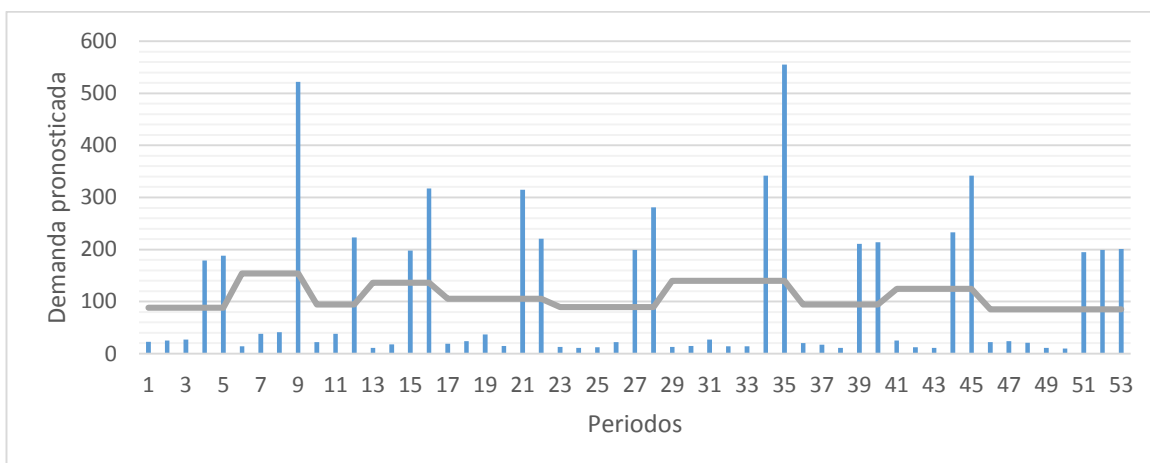


Figura 27. Modelo de tramos extendidos de la demanda pronosticada y demanda promedio sin relación definida.

En este sentido, el comportamiento de la demanda promedio puede ser relativamente constante en todos los tramos extendidos, presentando poca diferencia entre los promedios de demanda de cada periodo, facilitando nuestro trabajo; sin embargo en caso existiera mucha diferencia de los promedios de demanda en todos los tramos de los periodos extendidos, entonces existirán picos de promedio de demanda como se muestra en la Figura 21, para lo cual el modelo presentado puede aplicarse en estudios futuros, extendiendo el modelo.

Para optimizar los parámetros en el presente trabajo de investigación de la demanda estacional, se iniciara analizando un periodo y posteriormente este análisis se aplicara a un modelo extendido de periodos de modo que se pueda determinar el comportamiento que se tiene a lo largo del tiempo.

En la Figura 28 se puede apreciar el comportamiento de la demanda promedio en un tramo definido. La línea punteada representa el promedio de las demandas del tramo en análisis, este promedio se ajusta a las necesidades de la demanda en el tramo y considerara la cantidad mínima a pedir para obtener un inventario final luego del análisis del tramo, sin embargo este promedio permitirá conseguir un inventario final similar a cero, lo que contribuye en optimizar los costos que acarrea mantener el inventario, evitando incurrir en costos innecesarios para mantener productos que no serán comercializados.

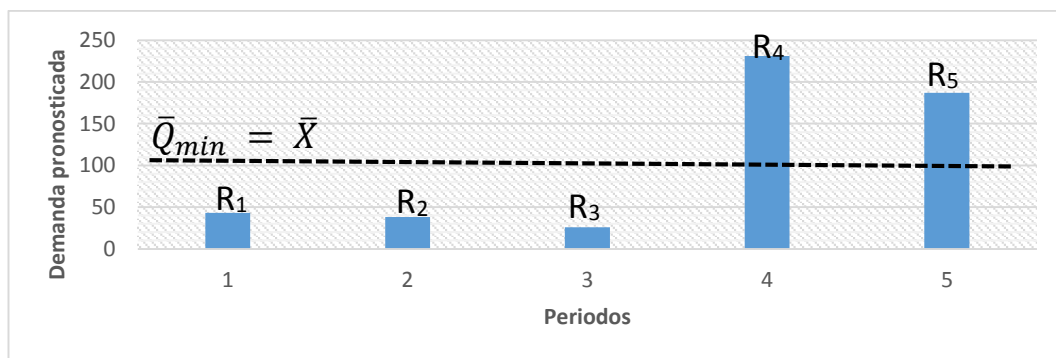


Figura 28. Comportamiento de la demanda promedio en un tramo definido.

Analizando el tramo que se aprecia en la Figura 23, se puede indicar que si se abasteciera todos los periodos de análisis con una cantidad Q_{min} se obtendrá un inventario final similar a cero, además de lograr satisfacer la demanda en todos los periodos; sin embargo realizando pedidos todos los tramos se incurrirá en costos de pedido, puesto que se realizaran muchos pedidos del lote Q_{min} , por esta razón será necesario considerar que los periodos con demanda alta (periodos 4 y 5) satisficieran la demanda de los periodos con demanda baja (periodos 1, 2 y 3), por lo tanto de los periodos con demanda por debajo de la línea del Q_{min} la cantidad necesaria para llegar al promedio será:

- $Q - R_1$ en el periodo 1
- $Q - R_2$ en el periodo 2
- $Q - R_3$ en el periodo 3

Obteniendo la cantidad necesaria para alcanzar el promedio de demanda (Q_{min}) en los tramos 1,2 y 3 como la suma de ellos:

$$3Q - R_1 - R_2 - R_3 \quad (\text{ec. 32})$$

En los periodos 3 y 4 donde la demanda está por encima de la línea del Q_{\min} la cantidad a disminuir para llegar al promedio será:

$$R_4 - Q \quad \text{en el periodo 4}$$

$$R_5 - Q \quad \text{en el periodo 5}$$

Logrando una cantidad necesaria para alcanzar el promedio de demanda, equivalente a:

$$R_4 + R_5 - 2Q \quad (\text{ec. 33})$$

Se puede concluir que la cantidad que falta para alcanzar Q_{\min} en los periodos 1, 2 y 3 se puede cubrir con el excedente de los periodos 4 y 5. Por lo tanto la ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$3Q - (R_1 + R_2 + R_3) - (R_4 + R_5) + 2Q = 0$$

$$5Q - (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5) = 0$$

$$Q = Q_{\min} = \frac{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)}{5} \quad (\text{ec. 34})$$

Sin embargo, es importante considerar que como se considerara un solo volumen de pedido en todos los periodos de análisis de periodos extendidos, esta cantidad “Q” satisficiera solamente al análisis del tramo en cuestión, por lo que para el modelo extendido de periodos, existirán diversas cantidades promedio (Q_{\min}), además considerando lo dicho anteriormente podemos decir que los pedidos realizados durante todos los tramos serán una cantidad única, por lo que existirá un valor de Q_{\min} en cada tramo del modelo extendido del periodos. Entonces existirán diferentes Q_{\min} que diferirán en mayor o menor grado en referencia del promedio del \bar{Q} (promedio de las demandas de promedios de los tramos).

$$Q_1 = Q_{\min}$$

$$Q_2 = Q_{\min}$$

$$Q_3 = Q_{\min}$$

$$Q_4 = Q_{\min}$$

...

$$Q_n = Q_{\min}$$

El promedio de las demandas se definirá como \bar{Q} y se define como:

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{n} \quad (\text{ec. 35})$$

Por lo tanto en cada uno de los tramos de análisis, la diferencia entre \bar{Q} y los Q_i en cada periodo será un margen de productos que quedaran disponible para cubrir la demanda en el siguiente periodo, este stock final en un tramo se denominara “SOBRANTE” (W).

Continuando con el análisis de la Figura 28, podemos concluir que el sobrante del tramo de análisis es:

$$W = 5\bar{Q} - (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)$$

Este sobrante que surge del hecho de tratar de cubrir la demanda del tramo en análisis y con un promedio de demandas de periodos igual a Q_i , con pedidos \bar{Q} , genera un sobrante (W_i) que podría ser optimizable, además de tener un valor de:

$$W_i < 0; \bar{Q} < Q_i$$

$$W_i > 0; \bar{Q} > Q_i$$

$$W_i = 0; \bar{Q} = Q_i$$

Como hemos obtenido un sobrante W_i del hecho de tratar de completar el Tramo en análisis para que las cantidades que cubrirán las demandas en periodos 1, 2 y 3 alcancen el valor de \bar{X} , entonces el sobrante es optimizable, como hemos considerado 5 periodos de análisis, y se realizaran pedidos \bar{Q} todos los periodos, entonces ahora este total de pedidos puede reducirse en “P” pedidos siendo:

$$P = \frac{W_1}{\bar{Q}} = \frac{5Q}{\bar{Q}} - \frac{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)}{\bar{Q}}$$

$$P = 5 - \frac{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)}{\bar{Q}}$$

$$P = 5 - \frac{\sum_{i=1}^5 R_i}{\bar{Q}}$$

Generalizando esta ecuación para “n” periodos, entonces:

$$P = n - \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{\bar{Q}} \quad (\text{ec. 36})$$

Por lo tanto en el tramo de análisis de “n” periodos, podemos definir el número de pedidos como N de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 N &\approx n - P \\
 N &\approx n - \left(n - \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{\bar{Q}} \right) \\
 N &\approx \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{\bar{Q}} \\
 N * \bar{Q} &\approx \sum_{i=1}^n R_i \\
 \sum_{i=1}^n R_i &= (N * \bar{Q}) \pm r \qquad \text{(ec. 37)}
 \end{aligned}$$

Si extendemos el modelo para diversos tramos entonces tendremos que existen diferentes residuos optimizables para cada tramo:

- r_1 optimizable para “Tramo I” con n_1 periodos
- r_2 optimizable para “Tramo II” con n_2 periodos
- r_3 optimizable para “Tramo III” con n_3 periodos
- r_4 optimizable para “Tramo IV” con n_4 periodos
- ...
- r_n optimizable para “Tramo n” con n_n periodos

Además de ello se establece cuanto se disminuirá en la cantidad a pedir en cada tramo, por ello se presentan una serie de condiciones, como se muestra:

- $\frac{r_1}{N_1}$ Condición para “Tramo I” con N_1 pedidos
- $\frac{r_2}{N_2}$ Condición para “Tramo II” con N_2 pedidos
- $\frac{r_3}{N_3}$ Condición para “Tramo III” con N_3 pedidos
- $\frac{r_4}{N_4}$ Condición para “Tramo IV” con N_4 pedidos
- ...
- $\frac{r_n}{N_n}$ Condición para “Tramo n” con N_n pedidos

De todas estas condiciones en los “n” periodos se escoge el más pequeño, de razón que satisfaga el resto de condiciones optimizables; la condición más pequeña (resultado de las divisiones) se denotara con γ . Por lo tanto en vista que el valor de γ se ha optimizado, entonces el valor óptimo del análisis en todos los periodos de análisis será:

$$Q_{optimo} = \bar{Q} - \gamma \quad (ec. 38)$$

Para corroborar lo mencionado, se tendrán cuatro escenarios probables en el análisis de picos de demanda estacional, cada caso presentan un cuadro que permite integrar los inventarios iniciales, finales, lotes de pedido, coeficiente de mantenimiento y el periodo, por ejemplo:

Cuadro 9. *Implicancia del pedido (Q) en el inventario final.*

β	t	Inventario inicial	Demanda (R)	Inventario Final	Pedido (Q)
5	0			0	Q
4	1	Q	R1		
3	2		R2		
2	3		R3		
1	4		R4		

En base a la suma de los pedidos a realizar se estimaran los costos del proceso; además es conveniente considerar que los pedidos se distribuyen primero en el periodo cero (t=0) y luego se distribuye del periodo final (t=4) hacia periodos iniciales (t=1) para que la sumatoria de coeficientes de mantenimiento sea la menor posible, reduciendo la cantidad a mantener y por lo tanto reduciendo los costos de mantenimiento.

4.1.7. Restricción para el modelo.

Para establecer las restricciones que permitirán encontrar el valor óptimo del volumen de pedido se analizaron cuatro escenarios, a continuación se detalla el análisis realizado para cada escenario.

4.1.7.1. Primer escenario: Demanda ascendente en un tramo.

Considerando un inventario que presenta un pico de demanda ascendente a lo largo del tramo, entonces tendrá un comportamiento como el que se representa en la Figura 29.

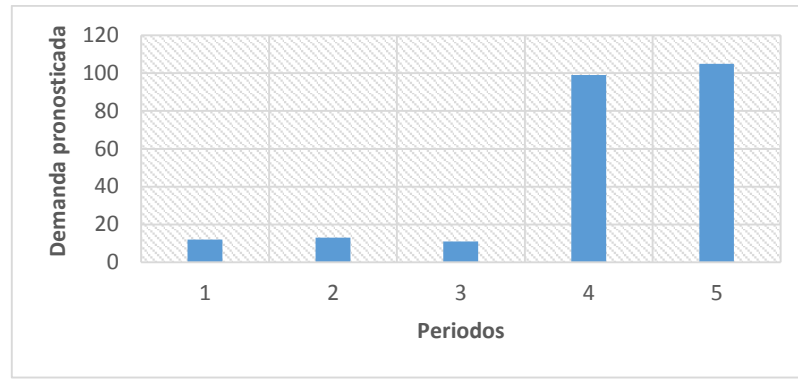


Figura 29. Demanda ascendente en un tramo.

A partir de la Figura 29 se puede concluir que:

- Solo existe un tramo de análisis.
- El Q_{optimo} se pide “N” veces en todo el tramo en análisis.
- No se considerara (t=5) en el programa para recibir pedidos porque al proveerse Q_{optimo} al inventario final de t=5, ya no se analizara para un periodo seis (t=6), por lo que esta cantidad resultara innecesaria.
- El Q_{optimo} en el periodo cero (t=0) es de tipo obligatorio para el inicio de la operación.
- En los periodos 1,2 y 3 se presenta una demanda menor a la del promedio para el tramo de análisis, entonces se puede deducir por lo dicho anteriormente que el multiplicador estacional es menor a uno ($\alpha < 1$).
- En los periodos 4 y 5 se presentan los picos de demanda del tramo por lo que estos valores estarán por encima del promedio para el tramo de análisis, entonces se puede deducir por lo dicho anteriormente que el multiplicador estacional en estos periodos es mayor a uno ($\alpha > 1$).

Entonces se puede partir de la evolución de la demanda, en comparación con el promedio de las demandas para el tramo de análisis, como se muestra en la Figura 30.

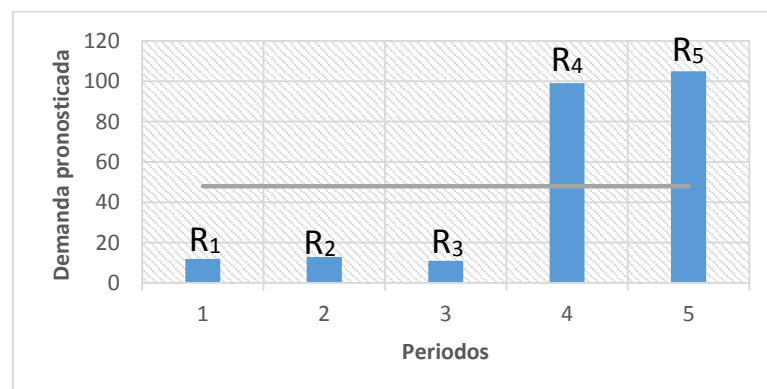


Figura 30. Demanda ascendente en un tramo y demanda promedio.

Siguiendo la ecuación que relaciona el número de pedidos (N) respecto a la sumatoria de demandas y la cantidad a pedir \bar{Q} , entonces podemos obtener:

$$\sum_{i=1}^n R_i = (N * \bar{Q}) \pm r$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n R_i}{\bar{Q}} = N \pm \frac{r}{\bar{Q}} \quad (\text{ec. 39})$$

Si : $N > n$ entonces \bar{Q} es bastante pequeño.

Se puede definir entonces el tamaño del pedido a realizar (Q), en un tramo con “n” periodos según el número de pedidos, de la siguiente manera:

{	si se realizaran “n” pedidos (N=n) ; el volumen de pedido será: $Q = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$
	si se realizaran “n-1” pedidos (N=n-1) ; el volumen de pedido será: $Q = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n-1}$
	si se realizaran “n-2” pedidos (N=n-2) ; el volumen de pedido será: $Q = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n-2}$
	...
	si se realizaran “2” pedidos (N=2) ; el volumen de pedido será: $Q = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{2}$
	si se realizara “1” pedido (N=1) ; el volumen de pedido será: $Q = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{1}$

Podemos notar que mientras los valores del número de pedidos (N) van disminuyendo, los valores del pedido (Q) van incrementándose. Estos valores de Q son valores permitidos para N, puesto que en un tramo de “n” periodos, el número de pedidos puede ser:

$$N = \{n, n - 1, n - 2, n - 3, \dots, 3, 2, 1\}$$

El Número de pedidos (N) en un tramo no puede ser mayor al número de periodos del tramo en análisis (n), por lo tanto la condición necesaria para aceptar valores de “Q”, será:

$$N > n$$

Por lo tanto los valores de Q tienen que ser mayor a “ n ” (número de periodos del tramo). Por ello surge una restricción para los valores de “ Q ”, definiendo los valores permitidos de Q en base a la siguiente restricción:

$$Q \geq \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

Incluyendo esta restricción en la relación matemática que determina el número de pedidos en el tramo, tenemos:

$$\frac{\sum_{i=1}^n R_i}{Q} = N - \frac{r_i}{Q} \quad (\text{ec. 40})$$

Donde el resto optimizable: $\frac{r_i}{Q}$

Puede expresarse de la siguiente forma:

$$\frac{\left(\frac{r_i}{Q} \cdot Q\right)}{N} = \gamma \quad (\text{ec. 41})$$

Luego calculamos el volumen optimo del pedido:

$$Q_{\text{optimo}} = Q - \gamma \quad (\text{ec. 42})$$

4.1.7.2. Segundo escenario: Demanda descendente en un tramo.

Si la demanda estacional presenta picos de demanda en el primer periodo con un comportamiento descendente, entonces se pueden diferenciar dos tramos como en la Figura 31:

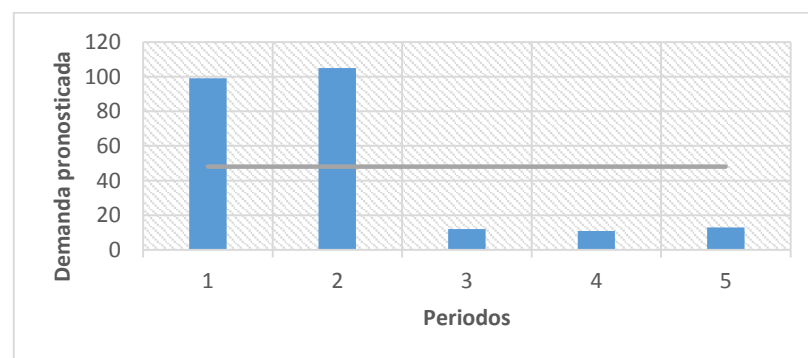


Figura 31. Demanda descendente en un tramo y demanda promedio.

En base a la lógica de inventario analizado, podemos diferenciar 2 tramos, el Tramo I (periodos 1 y 2) y el Tramo II (periodos 3,4 y 5) que genera 2 cantidades de pedidos, que denotaremos de la siguiente manera:

$$N = N_1 + N_2 \quad (\text{ec. 43})$$

N_1 : Número de pedidos en el Tramo I

N_2 : Número de pedidos en el Tramo II

N : Número total de pedidos

Generalizando el número de periodos de cada tramo podemos indicar que:

$$n = n_1 + n_2 \quad (\text{ec. 44})$$

n_1 : Número de periodos en el Tramo I

n_2 : Número de periodos en el Tramo II

n : Número total de periodos

Este caso resulta especial pues el stock disponible en el periodo antes del inicio de operaciones ($t=0$) debe cubrir inmediatamente en el periodo siguiente ($t=1$) la demanda pronosticada. Por ello para este caso se establece una primera restricción:

$$Q > R_1$$

Adicionalmente a esta restricción, hay que tener en cuenta una restricción adicional:

$$Q \geq \frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{n_1}$$

Definiendo el número de pedidos en base a esta restricción, tenemos que:

$$\sum_{i=1}^{n_1} R_i = (N_1 * Q) - r_1$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{Q} = N_1 - \frac{r_1}{Q} \quad (\text{ec. 45})$$

Donde se define $\frac{r_1}{Q}$ como el resto optimizable del Tramo I, optimizando:

$$\frac{\left(\frac{r_1}{Q} * Q\right)}{N_1} = \gamma_1$$

$$Q_{\text{optimo 1}} = Q - \gamma_1$$

Para el Tramo II, se considera:

$$\sum_{i=n_1+1}^n R_i = (N_2 * Q) - r_2$$

$$\frac{\sum_{i=n_1+1}^n R_i}{Q} = N_2 - \frac{r_2}{Q} \quad (\text{ec. 46})$$

Donde el resto optimizable es: $\frac{r_2}{Q}$

Optimizando este resto optimizable del Tramo II, tenemos:

$$\frac{\left(\frac{r_2}{Q} * Q\right)}{N_2} = \gamma_2$$

$$Q_{\text{optimo } 2} = Q - \gamma_2$$

En vista que el Tramo I tiene mayores requerimientos, entonces:

$$Q_{\text{optimo } 1} \gg Q_{\text{optimo } 2}$$

Por lo cual, si se considera un solo valor de Q para el análisis de todo el periodo entonces el inventario final para el Tramo II resultara grande y la cantidad a mantener se incrementara innecesariamente en este tramo.

Por lo tanto ya que el $Q_{\text{optimo } 1}$ es mucho más grande que $Q_{\text{optimo } 2}$ y además los pedidos son N_1 y N_2 respectivamente, se priorizaran solo N_1 pedidos y se incluirá el $Q_{\text{optimo } 2}$ en los pedidos del Tramo I, evitando cantidades a mantener grandes de forma innecesaria.

Por lo tanto:

- El número “N” óptimo de pedidos será similar a N_1
- El valor del $Q_{\text{optimo } 1}$ de “ N_1 ” pedidos en el Tramo I, expresa mayores requerimientos en los periodos de análisis.
- El valor del $Q_{\text{optimo } 2}$ de “ N_2 ” pedidos en el Tramo II, expresa menores requerimientos, por lo cual será absorbido por los requerimientos del Tramo I.
- El valor generalizado $Q_{\text{optimo generalizado}}$ está definido en función de $Q_{\text{optimo } 1}$ y $Q_{\text{optimo } 2}$ expresando de esta forma el valor óptimo de la cantidad a pedir en los Tramos I y II.

En vista que el valor del $Q_{\text{optimo } 2}$ sera absorbido por los pedidos del Tramo I, entonces diremos que el valor del $Q_{\text{optimo generalizado}}$ será:

$$Q_{\text{optimo generalizado}} = Q_{\text{optimo } 1} + \left(\frac{Q_{\text{optimo } 2} * N_2}{N_1}\right) \quad (\text{ec. 47})$$

Como solo se pedirá en el Tramo I, entonces los pedidos se distribuyen primero en (t=0) y luego se distribuye del final del Tramo I (t=1) hacia atrás, para que la suma de los coeficientes de mantenimiento (β) sea lo menor posible, optimizando la cantidad a mantener.

Esta lógica de pedidos y su distribución se aplica para todos los casos en cada tramo. Además presentan desfase pues se contabilizan los pedidos que se realizan un periodo antes, como se muestra a continuación:

Cuadro 10. *Implicancia del pedido (Q) en el inventario inicial del periodo siguiente.*

β	t	Inventario inicial	R	Inventario Final	Pedido (Q)
N	0			0	Q
n-1	1	Q	R ₁		
n-2	2		R ₂		
n-3	3		R ₃		
...
2	n-1		R _{n-1}		
1	n		R _n		

Entonces generalizando este comportamiento, podemos afirmar que los pedidos primero se distribuyen en el periodo previo al inicio de operaciones (t=0) de manera obligatoria en el modelo de inventario presentado. Luego se distribuyen de adelante (t=n) hacia atrás (t=1). Este comportamiento generalizado se aprecia a continuación:

Cuadro 11. *Distribución generalizada de pedidos (Q) dentro de un tramo..*

β	t	Inventario inicial	R	Inventario Final	Pedido (Q)
N	0			0	Q
n-1	1	Q	R ₁		
n-2	2		R ₂		
n-3	3		R ₃		Q
n-4	4				Q
n-5	5				
...
2	n-1		R _{n-1}		
1	n		R _n		

4.1.7.3. Tercer escenario: Series de requerimientos con estacionalidad de demanda que presenta demanda inicial baja.

Si se tiene una serie de requerimientos a lo largo del tiempo, lo que podría considerarse un modelo extendido de periodos, como se muestra en la Figura 32.

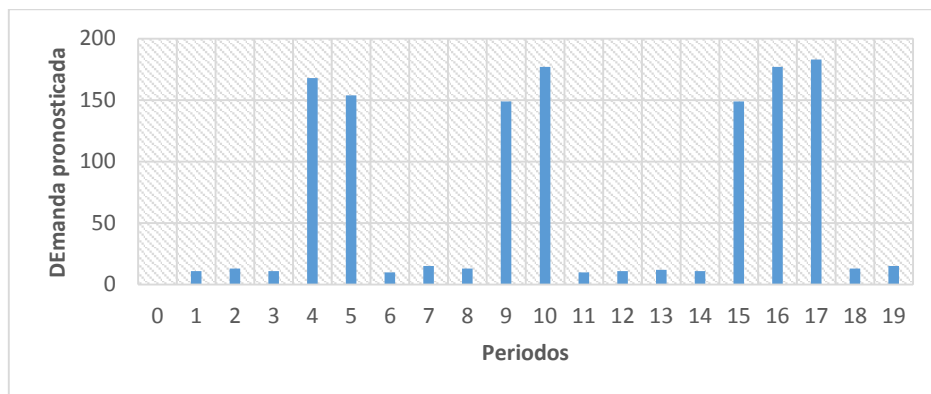


Figura 32. Serie de requerimientos con estacionalidad y demanda inicial baja.

Primero se divide en tramos según la lógica de inventario establecida (Tramo I, Tramo II, Tramo III, Tramo IV) y se analiza para cada tramo en particular, como se indica en la Figura 33, de donde resulta que el Tramo IV tienen menos requerimientos, entonces se agrupara sus requerimientos al tramo anterior (Tramo III) que evitara mantener cantidades innecesarias y reducirá los costos.

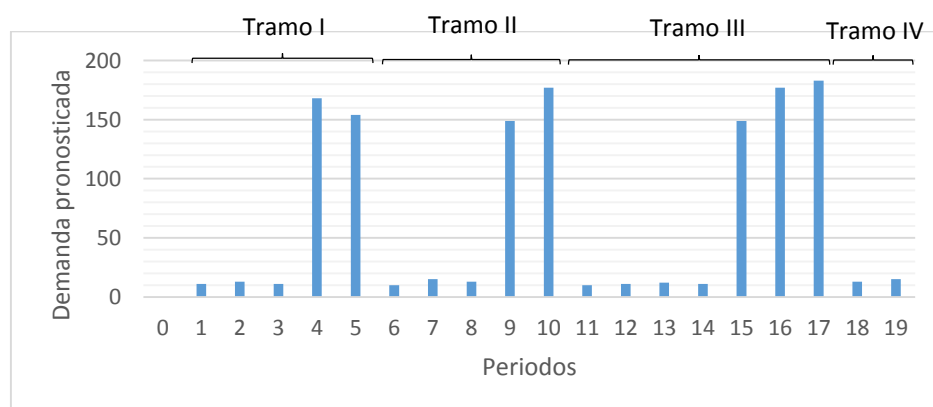


Figura 33. Distribución de tramos en una serie de requerimientos con estacionalidad y demanda inicial baja.

Generalizando este comportamiento se definen los periodos de los tramos de análisis para el Tramo I, Tramo II, Tramo III y Tramo IV, como n_1 , n_2 , n_3 y n_4 respectivamente, adicionalmente se pueden definir el número de pedidos como N_1 , N_2 , N_3 y N_4 respectivamente.

Además el número de periodos total considerando el análisis de todos los tramos es “ n ” y el número de pedidos total es “ N ”; entonces se cumple:

$$n_1 + n_2 + n_3 = n$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = N$$

En el Tramo I, se puede aplicar lo descrito en el “primer escenario” descrito anteriormente para establecer una restricción del Tramo I.

Restricción 1:
$$\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{n_1} \leq Q$$

De donde se puede decir que:

$$\sum_{i=1}^{n_1} R_i = N_1 * Q - r_1$$

En el Tramo II, se puede establecer una nueva restricción:

Restricción 2:
$$\frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} R_i}{n_2} \leq Q$$

De donde se puede decir que:

$$\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} R_i = N_2 * Q - r_2$$

Es importante considerar para el análisis que la demanda en el Tramo IV al ser pequeño será absorbida por pedidos en el Tramo III, por lo que solamente se establecerán 3 restricciones; siendo la restricción para el Tramo III de la siguiente manera:

Restricción 3:
$$\frac{\sum_{i=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} R_i}{n_3} \leq Q$$

De donde se puede decir que:

$$\sum_{i=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} R_i = N_1 * Q - r_3$$

En resumen se tiene que de los tramos analizados:

$$\sum_{i=1}^{n_1} R_i = N_1 * Q - r_1 \dots\dots\dots\text{Restricción 1}$$

$$\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} R_i = N_1 * Q - r_2 \dots\dots\dots\text{Restricción 2}$$

$$\sum_{i=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} R_i = N_1 * Q - r_3 \dots\dots\dots\text{Restricción 3}$$

Sumando los términos tenemos:

$$\sum_{i=1}^{n_1} R_i + \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} R_i + \sum_{i=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} R_i = (N_1 * Q) - r_1 + (N_1 * Q) - r_2 + (N_1 * Q) - r_3$$

$$\sum_{i=1}^n R_i = (N_1 + N_2 + N_3) * Q - (r_1 + r_2 + r_3) \quad (\text{ec. 48})$$

Donde $(r_1 + r_2 + r_3)$ es denominado “resto optimizable”.

Distribuyendo uniformemente el resto optimizable $(r_1 + r_2 + r_3)$ se puede concluir que no satisface en algunos casos a las restricciones en cada uno de los tramos (I, II, III); por lo cual se concluye que no resulta una alternativa adecuada y a pesar que pueda satisfacer en ciertas condiciones, como cuando la restricción mayor no está presente en el Tramo I.

$$\frac{\sum_{i=1}^n R_i}{(N_1 + N_2 + N_3)} = Q - \frac{(r_1 + r_2 + r_3)}{(N_1 + N_2 + N_3)}$$

$$Q_{\text{optimo generalizado}} = Q - \frac{(r_1 + r_2 + r_3)}{(N_1 + N_2 + N_3)}$$

Este pedido $Q_{\text{optimo generalizado}}$ se distribuirá de la siguiente manera:

Tramo I: N_1 pedidos

Tramo II: N_2 pedidos

Tramo III: N_3 pedidos

Al no estar presente la restricción mayor en el Tramo I, esto posibilita que el $Q_{\text{optimo generalizado}}$ satisfaga el Tramo I y cuando se asiente en los

tramos posteriores (Tramos II y III) satisficiera las demandas correspondientes, sin tener ventas perdidas.

Pero si la restricción mayor se encontrara en el Tramo I, entonces el $Q_{optimo\ generalizado}$ no satisficiera los requerimientos del Tramo I.

En vista de que la restricción mayor genera incertidumbre en el modelo matemático que surge de nuestro análisis, entonces podemos buscar otro análisis, donde se analicen a los tramos como “bloques de demanda” donde se busca satisfacer a la demanda total presente en cada bloque como un conjunto y se optimizaran los restos obtenidos de esta operación; cabe mencionar que los restos optimizables no serán analizados de manera individual, sino por el contrario trascenderán en periodos posteriores; de esta manera tenemos el siguiente esquema presentado en la Figura 34:

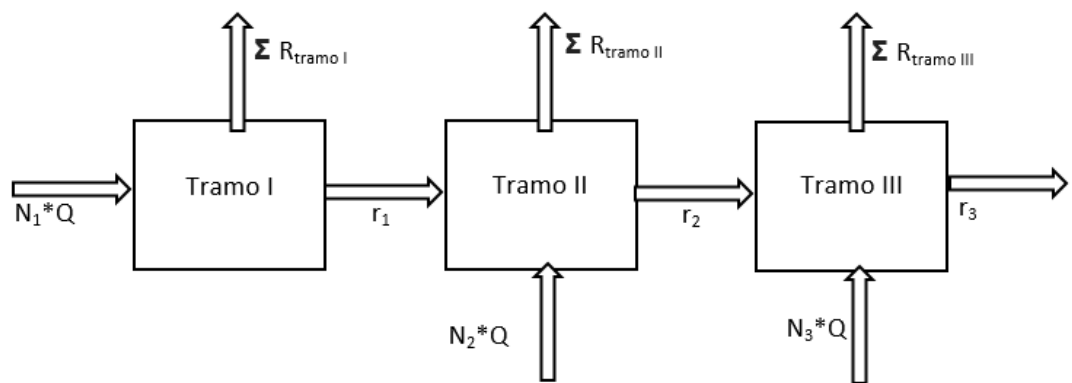


Figura 34. Distribución de tramos en bloques de demanda.

En vista que la cantidad total de pedidos es “N”, el número total de periodos es “n” y además está definido por la cantidad de pedidos en cada tramo (N_1, N_2, N_3) y por los periodos en cada tramo (n_1, n_2, n_3) como sigue:

$$n_1 + n_2 + n_3 = n$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = N$$

Del esquema presentado en la Figura 29 se puede colegir que a medida que se va cubriendo las demandas en los tramos iniciales, entonces el resto de cada tramo va trascendiendo en tramos posteriores, por lo tanto solo existe un resto optimizable y es el resto resultante de la operación en el Tramo III (r_3), entonces el $Q_{optimo\ generalizado}$ puede definirse como:

$$Q_{optimo\ generalizado} = Q - \frac{r_3}{N}$$

Además el inventario final (A_f) contiene únicamente al resto optimizable (r_3), de donde se puede decir que:

$$A_f = r_3$$

Por lo tanto analizando los tramos podemos indicar que:

$$\sum R_{tramo I} = (N_1 * Q) - r_1$$

Sin embargo este resto “ r_1 ” del Tramo I, trasciende en el Tramo II, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \sum R_{tramo II} &= (N_2 * Q) + r_1 - r_2 \\ \left(\sum R_{tramo II} \right) - r_1 &= (N_2 * Q) - r_2 \end{aligned}$$

Este resto “ r_2 ” del Tramo II, trasciende entonces en el Tramo posterior, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \sum R_{tramo III+IV} &= (N_3 * Q) + r_2 - r_3 \\ \left(\sum R_{tramo III+IV} \right) - r_2 &= (N_3 * Q) - r_3 \end{aligned}$$

A partir de un pedido “ Q ” se puede estimar el número de pedidos en cada tramo (N_1 y N_2) y el inventario final (A_f), como se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} \frac{\sum R_{tramo I}}{Q} &= N_1 - \frac{r_1}{Q} \\ \frac{\sum R_{tramo II}}{Q} &= N_2 - \frac{r_2}{Q} \\ \frac{\sum R_{tramo III+IV}}{Q} &= N_3 - \frac{r_3}{Q} \end{aligned}$$

Donde:

$\frac{r_1}{Q}$: Resto acumulable

$\frac{r_2}{Q}$: Resto acumulable

En el Tramo III, el resto optimizable no se acumulara porque acaban las operaciones en los tramos de análisis, entonces $\frac{r_3}{Q}$ representa el inventario final (A_f); por lo tanto:

$$\frac{r_3}{Q} = A_f$$

4.1.7.4. Cuarto escenario: Series de requerimientos con estacionalidad de demanda que presenta demanda inicial alta.

En caso la demanda inicial (R_1) presente en el periodo inicial ($t=1$) que es alta, se tendrá una serie de requerimientos similar a lo que se presenta en la Figura 35:

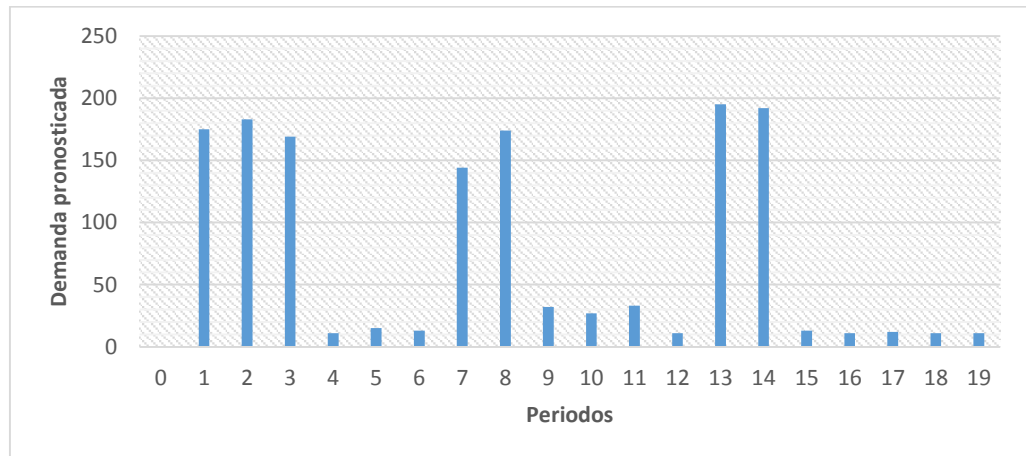


Figura 35. Serie de requerimientos con estacionalidad y demanda inicial alta.

Inicialmente se organizan en tramos siguiendo la lógica de inventario descrita anteriormente, por lo tanto se establecen 4 tramos (Tramos I, II, III y IV) como se presenta en la Figura 36.

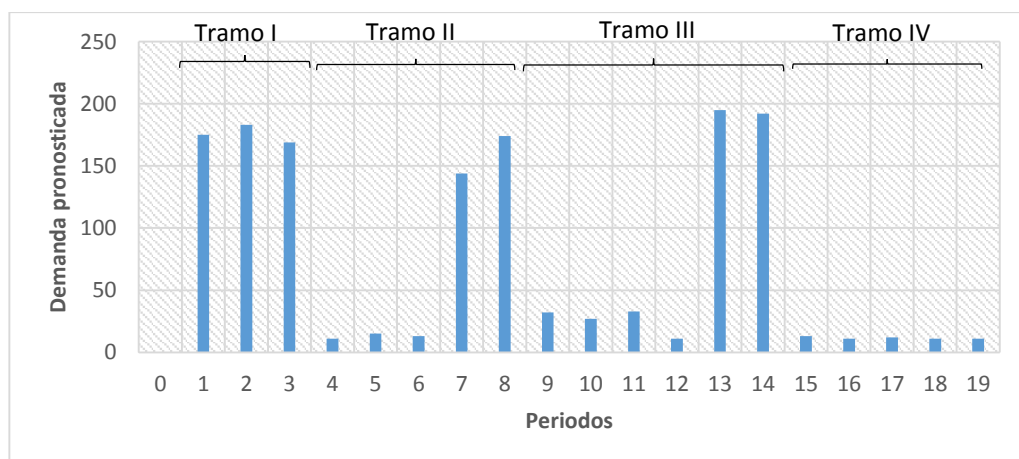


Figura 36. Distribución de tramos en una serie de requerimientos con estacionalidad y demanda inicial alta.

Hay que tener en cuenta que la cantidad total de pedidos es “N”, el número total de periodos es “n” y además está definido por la cantidad de pedidos en cada tramo (N_1, N_2, N_3, N_4) y por los periodos en cada tramo (n_1, n_2, n_3, n_4) expresando la relación de la siguiente manera:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$$

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = N$$

De manera similar a lo descrito en el “tercer escenario” para evitar incurrir en gastos innecesarios en el Tramo IV, los requerimientos del Tramo III incluirán los requerimientos del Tramo IV en la determinación de las restricciones. Además se puede notar que la cantidad de pedido “Q” obligatoria en el periodo previo al inicio de operaciones (t=0) estarán destinados a cubrir el requerimiento R_1 del periodo inicial (t=1), por ello además de las restricciones para cada tramo es necesario considerar que:

$$Q \geq R_1 \dots\dots\dots \text{Restricción}$$

Adicionalmente a ello también se puede mencionar a las restricciones de cada tramo:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{n_1} \leq Q \dots\dots\dots \text{Restricción 1}$$

$$\frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} R_i}{n_2} \leq Q \dots\dots\dots \text{Restricción 2}$$

$$\frac{\sum_{i=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} R_i}{n_3} \leq Q \dots\dots\dots \text{Restricción 3}$$

De donde podemos obtener que:

$$\sum_{i=1}^{n_1} R_i = (N_1 * Q) - r_1$$

$$\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} R_i = (N_2 * Q) - r_2$$

$$\sum_{i=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} R_i = (N_3 * Q) - r_3$$

Sumando los términos obtenemos entonces:

$$\left(\sum_{i=1}^{n_1} R_i \right) + \left(\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} R_i \right) + \left(\sum_{i=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} R_i \right) = (N_1 + N_2 + N_3) * Q - (r_1 + r_2 + r_3)$$

Donde $(r_1 + r_2 + r_3)$ es el resto optimizable; además en base a lo descrito anteriormente en el “tercer escenario”, se distribuirá uniformemente el resto optimizable y será necesario denotar el comportamiento desarrollado:

$$\frac{\sum_{i=1}^n R_i}{(N_1 + N_2 + N_3)} = Q - \left(\frac{r_1 + r_2 + r_3}{N_1 + N_2 + N_3} \right)$$
$$\frac{\sum_{i=1}^n R_i}{N} = Q - \left(\frac{r_1 + r_2 + r_3}{N} \right)$$

De donde es posible despejar el $Q_{optimo\ generalizado}$ de la siguiente manera:

$$Q_{optimo\ generalizado} = Q - \left(\frac{r_1 + r_2 + r_3}{N} \right)$$

Asimismo se distribuirá de la siguiente manera:

Tramo I: N_1 pedidos

Tramo II: N_2 pedidos

Tramo III: N_3 pedidos

De manera similar a lo descrito en el “tercer escenario”, el valor de “Q” es relativo al tratarse de una serie de requerimientos con estacionalidad, porque no siempre satisface a las demandas y es necesario conocer la distribución de la demanda y la lógica a considerar dentro del análisis de restricciones.

Debido a que el valor de las demandas elevadas son indispensables para restringir el pedido a realizar, resulta oportuno relacionar este comportamiento con la metodología a utilizar, por ello se puede relacionar el comportamiento de los multiplicadores estacionales (∞) con la tendencia que presenta la demanda pronosticada (R) descrita anteriormente en “Pronostico de demanda con el método de multiplicadores estacionales”.

Por lo tanto el valor de $Q_{optimo\ generalizado}$ puede satisfacer distribuciones donde los primeros requerimientos presenten valores por encima de la media ($\infty < 1$) y paulatinamente a lo largo de los periodos siguientes se presente requerimientos por debajo de la media ($\infty > 1$); resultando así que los inventarios finales de los primeros periodos vayan acumulándose y contribuyan a satisfacer requerimientos posteriores.

4.1.8. Lógica de análisis de restricciones.

En base a lo descrito en los cuatro escenarios del comportamiento de la demanda, podemos definir una serie de restricciones que deben de cumplirse de manera obligatoria en el cálculo del volumen (cantidad) y momento óptimo para los pedidos en una serie de periodos con demanda pronosticada a partir de información histórica. A continuación se describe la lógica que se ha desarrollado para poder optimizar el comportamiento de la demanda pronosticada.

Como se muestra en las Figuras 37 y 38 donde se presentan el primer y segundo escenario respectivamente, la restricción que se establece es respecto al $Q_{obligatorio}$ para que pueda satisfacer la demanda en todo el tramo (Tramo I), lo que por defecto asegura que el $Q_{obligatorio}$ tiene que satisfacer los requerimientos en el periodo inicial ($t=1$); restringiendo de esta manera el pedido:

$$Q_{obligatorio} \geq R_1$$

Generalizando este pedido $Q_{obligatorio}$ se puede determinar el volumen (Q) del pedido.

$Q \geq R_1$RESTRICCION

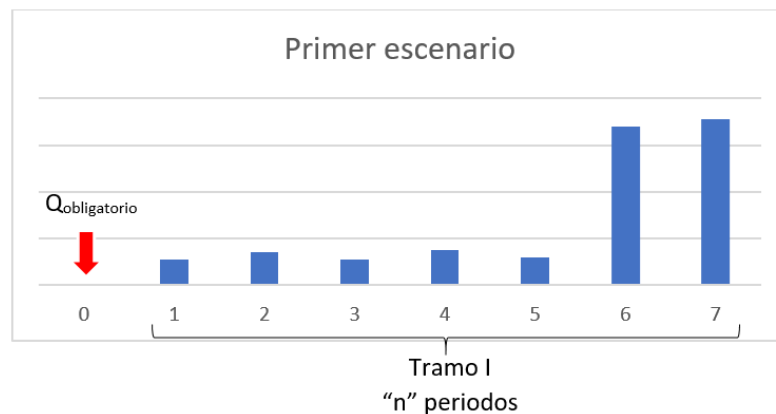


Figura 37. Distribución de tramos del primer escenario.

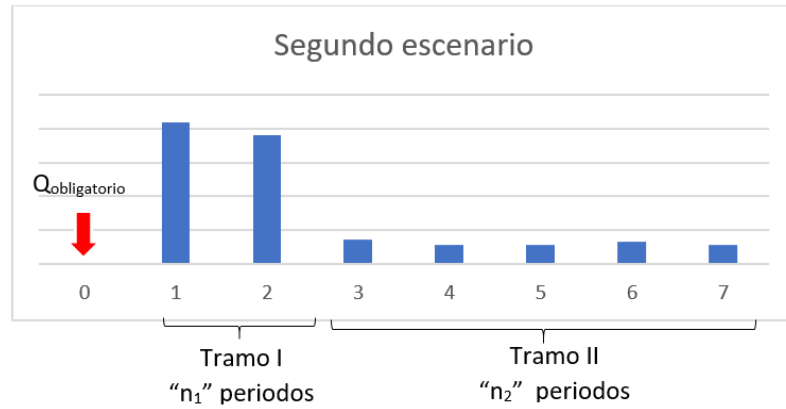


Figura 38. Distribución de tramos del segundo escenario.

Adicionalmente a lo descrito, en el primer escenario también existe la restricción que permite satisfacer los requerimientos en todo el tramo, esta nueva restricción se establece así:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{n_1} \leq Q \dots\dots\dots \text{RESTRICCION}$$

En la Figura 32 se observa que los requerimientos para el Tramo II son pocos, por lo que se realizara el abastecimiento en el Tramo I, siendo modificada la restricción a:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_1+n_2} R_i}{n_1} \leq Q \dots\dots\dots \text{RESTRICCION}$$

A partir de estas restricciones se puede determinar valores permitidos para Q en el análisis generalizando las restricciones:

$$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n_1+n_2} R_i}{n_1} \leq Q \right) \wedge (Q \geq R_1) \dots\dots\dots \text{RESTRICCION GENERAL}$$

Los valores de “Q” tienen que cumplir ambas restricciones; además es importante precisar que estas restricciones son para un solo periodo o cuando solo se haga pedidos en un periodo en específico.

En el tercer escenario descrito anteriormente, tal como se muestra en la Figura 39, determina que “Q” tiene que satisfacer requerimientos iniciales (R₁) bastante bajos; además los requerimientos del Tramo IV al ser pocos se abastecerán en un tramo antes (en el Tramo III) a fin de evitar sobrecostos, por ello estos requerimientos se incluyen en las restricciones del Tramo III.

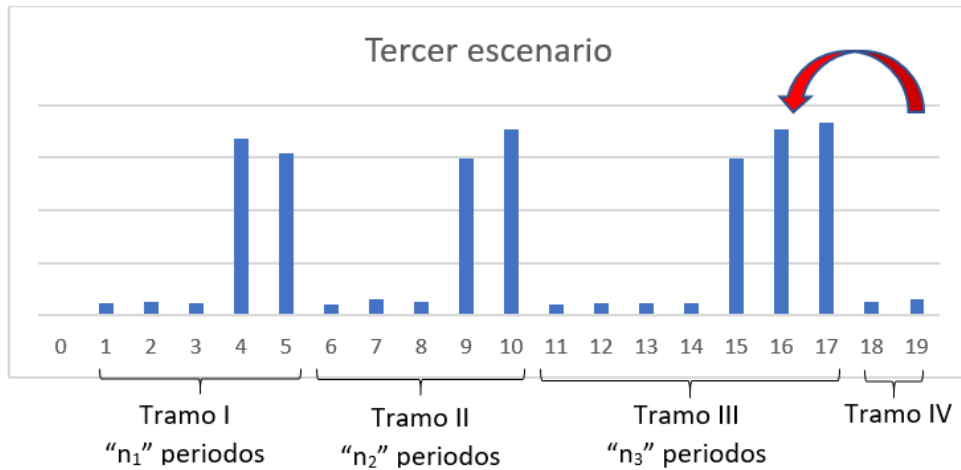


Figura 39. Distribución de tramos del tercer escenario.

Entonces solo se tendrá una restricción para cada periodo:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{n_1} \leq Q \dots\dots\dots \text{RESTRICCIÓN PARA EL TRAMO I}$$

$$\frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} R_i}{n_2} \leq Q \dots\dots\dots \text{RESTRICCIÓN PARA EL TRAMO II}$$

$$\frac{\sum_{i=n_1+n_2+1}^{n_1+n_2+n_3+n_4} R_i}{n_3} \leq Q \dots\dots\dots \text{RESTRICCIÓN PARA EL TRAMO II}$$

Para el cuarto escenario también podemos notar que los requerimientos en el Tramo IV serán absorbidos por el tramo anterior (Tramo III), como se muestra en la Figura 40.

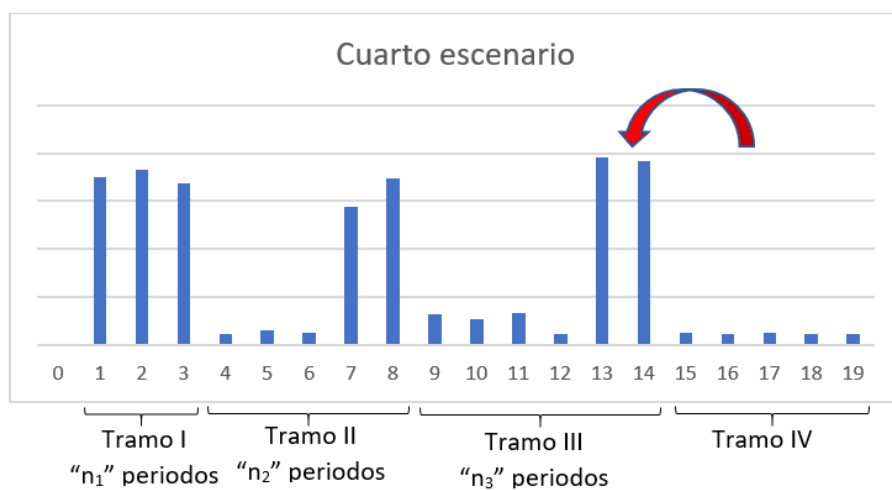


Figura 40. Distribución de tramos del cuarto escenario.

Además de las restricciones por tramos, el valor de “Q” tendrá que satisfacer la demanda pronosticada para el primer tramo de cada escenario (tercer y cuarto escenario), entonces se establece una restricción especial:

Para el tercer escenario:

$$Q_{\text{optimo generalizado}} > Q_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{n_1} \dots \dots \dots \text{RESTRICCION ESPECIAL}$$

Para el cuarto escenario también será necesario restringir la cobertura de la demanda en el periodo inicial (R₁), por lo tanto:

$$\left(Q_{\text{optimo generalizado}} > Q_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{n_1} \right) \wedge (Q_{\text{optimo generalizado}} > R_1)$$

4.1.9. Modelo de inventario.

La variante del modelo de inventario de Cantidad Económica de Pedido (CEP), que considera demanda estacional, utilizara un modelo iterativo para encontrar valores óptimos de volúmenes de pedido y periodos en los cuales se realizan los pedidos; a partir de información histórica de demanda con comportamiento estacional, se utilizara el método de multiplicadores estacionales para pronosticar esta demanda futura en periodos posteriores, este método difiere mucho si se consideran periodos a suavizar grandes, por ello se realizara un pronóstico por sectores, como se indica a continuación:

- A partir de información histórica de demanda de los dos últimos años (organizado por meses) con comportamiento estacional (es decir que presenta picos de demanda y diferencias en volúmenes de demanda durante todo el año) de un producto.

Cuadro 12. Información histórica de demanda, distribuida en meses y años.

INFORMACION HISTORICA DE DEMANDA		
	Periodo	Volumen de Demanda
AÑO 1	MES 1	D ₁
	MES 2	D ₂
	MES 3	D ₃
	MES 4	D ₄
	MES 5	D ₅
	MES 6	D ₆
	MES 7	D ₇
	MES 8	D ₈
	MES 9	D ₉
	MES 10	D ₁₀
	MES 11	D ₁₁
	MES 12	D ₁₂

AÑO 2	MES 1	D ₁₃
	MES 2	D ₁₄
	MES 3	D ₁₅
	MES 4	D ₁₆
	MES 5	D ₁₇
	MES 6	D ₁₈
	MES 7	D ₁₉
	MES 8	D ₂₀
	MES 9	D ₂₁
	MES 10	D ₂₂
	MES 11	D ₂₃
	MES 12	D ₂₄

- Para evitar errores en el pronóstico de demanda, entonces se distribuye por trimestres la información histórica, de la siguiente manera:

Cuadro 13. Información histórica del primer trimestre de cada año.

PRIMER TRIMESTRE		
	Periodo	Volumen de Demanda
AÑO 1	MES 1	D ₁
	MES 2	D ₂
	MES 3	D ₃
AÑO 2	MES 1	D ₁₃
	MES 2	D ₁₄
	MES 3	D ₁₅

Cuadro 14. Información histórica del segundo trimestre de cada año.

SEGUNDO TRIMESTRE		
	Periodo	Volumen de Demanda
AÑO 1	MES 4	D ₄
	MES 5	D ₅
	MES 6	D ₆
AÑO 2	MES 4	D ₁₆
	MES 5	D ₁₇
	MES 6	D ₁₈

Cuadro 15. Información histórica del tercer trimestre de cada año.

TERCER TRIMESTRE		
	Periodo	Volumen de Demanda
AÑO 1	MES 7	D ₇
	MES 8	D ₈
	MES 9	D ₉
AÑO 2	MES 7	D ₁₉
	MES 8	D ₂₀
	MES 9	D ₂₁

Cuadro 16. Información histórica del cuarto trimestre de cada año.

CUARTO TRIMESTRE		
	Periodo	Volumen de Demanda
AÑO 1	MES 10	D ₁₀
	MES 11	D ₁₁
	MES 12	D ₁₂
AÑO 2	MES 10	D ₂₂
	MES 11	D ₂₃
	MES 12	D ₂₄

- El comportamiento de la demanda histórica al analizarse por tramos, presenta menos error, puesto que al ajustar el comportamiento de la demanda agrupada por trimestres, la cantidad a pronosticar es más pequeña, por lo tanto es menos susceptible a variar con el uso de multiplicadores estacionales.
- Sin embargo al realizar este pronóstico agrupando los periodos por trimestres y con el uso de multiplicadores estacionales podemos determinar demandas futuras, que presenten tendencia estacional y además disminuir el error.
- De esta manera podemos utilizar el método de multiplicadores estacionales para periodos extendidos de nuestro modelo; por ello se puede pronosticar el comportamiento de la demanda para periodos ilimitados de tiempo.

Realizado este pronóstico para periodos extendidos en todos los tramos de manera mensual podemos calcular el comportamiento de nuestra demanda con tendencia estacional; luego organizamos este comportamiento por tramos en un conglomerado de los pronósticos de demanda realizados, ante el comportamiento de la demanda de un producto, como se muestra en la Figura 41.

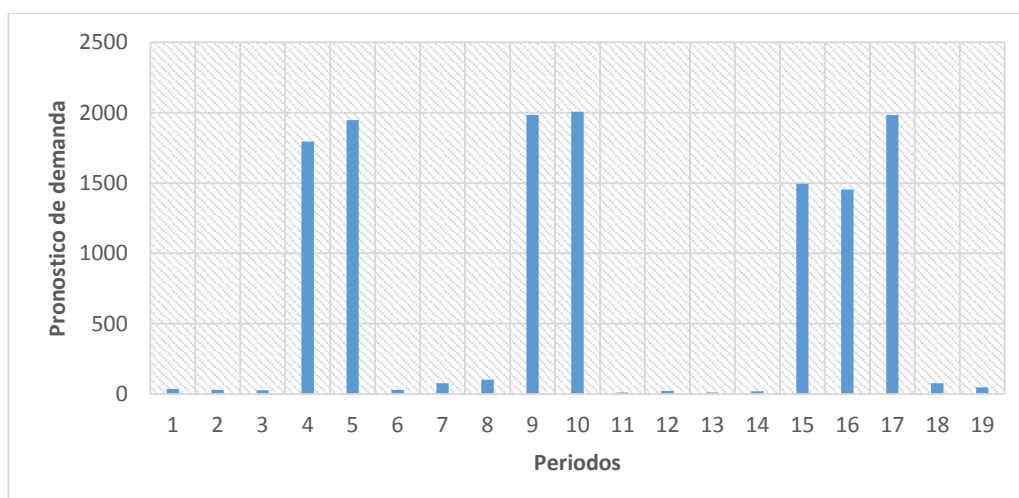


Figura 41. Conglomerado de pronósticos de demanda a lo largo de los periodos.

Para un mejor análisis, se utilizara una tabla que muestra las variables del modelo y su comportamiento estacional, además el cálculo para el inventario final se da a partir de la diferencia entre el inventario inicial y la demanda requerida en el mismo periodo; a continuación presentamos un modelo de la tabla a utilizar, que presenta el comportamiento de la Figura 41:

Cuadro 17. *Plantilla de simulación de datos del conglomerado de pronósticos de demanda a lo largo de los periodos.*

β	t	INVENTARIO INICIAL	SALE	INVENTARIO FINAL	ENTRA	CANTIDAD A MANTENER
			R		pedido (Q)	
19	0			0		
18	1	0	35	-35		
17	2	-35	28	-63		
16	3	-63	27	-90		
15	4	-90	1796	-1886		
14	5	-1886	1948	-3834		
13	6	-3834	29	-3863		
12	7	-3863	76	-3939		
11	8	-3939	103	-4042		
10	9	-4042	1984	-6026		
9	10	-6026	2007	-8033		
8	11	-8033	11	-8044		
7	12	-8044	23	-8067		
6	13	-8067	10	-8077		
5	14	-8077	19	-8096		
4	15	-8096	1495	-9591		
3	16	-9591	1453	-11044		
2	17	-11044	1984	-13028		
1	18	-13028	76	-13104		
0	19	-13104	48	-13152		
		-110862	13152			

Los tramos se definirán según la lógica de inventario establecida en el desarrollo del modelo, a partir de periodos con índices de demanda bajos hasta periodos con picos de demanda, por lo que estos tramos se definirán como se muestra en el cuadro 18 (Ver las áreas sombreadas y no sombreadas, denotan diferentes tramos).

Cuadro 18. *Distribución de datos en la plantilla de simulación de datos del conglomerado de pronósticos de demanda a lo largo de los periodos.*

β	t	INVENTARIO INICIAL	SALE		ENTRA		CANTIDAD A MANTENER
			R	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)		
19	0			0			
18	1	0	35	-35			
17	2	-35	28	-63			
16	3	-63	27	-90			
15	4	-90	1796	-1886			
14	5	-1886	1948	-3834			
13	6	-3834	29	-3863			
12	7	-3863	76	-3939			
11	8	-3939	103	-4042			
10	9	-4042	1984	-6026			
9	10	-6026	2007	-8033			
8	11	-8033	11	-8044			
7	12	-8044	23	-8067			
6	13	-8067	10	-8077			
5	14	-8077	19	-8096			
4	15	-8096	1495	-9591			
3	16	-9591	1453	-11044			
2	17	-11044	1984	-13028			
1	18	-13028	76	-13104			
0	19	-13104	48	-13152			
		-110862	13152				

El pedido que ingresa un periodo anterior (t_x) se contabiliza para el periodo siguiente pues su implicancia en cubrir la demanda se medirá a partir del siguiente periodo (t_{x+1}). En la Figura 37 se puede ver como el pedido recibido en el periodo inicial ($t=0$) constituirá el inventario inicial del “periodo 1” ($t=1$). Entonces el tramo abarca este pedido anterior al periodo de análisis en cada uno de los tramos presentes.

Cuadro 19. *Implicancia del pedido (Q) en el inventario inicial del periodo siguiente.*

β	t	INVENTARIO INICIAL	R	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
19	0			0	1000	
18	1	1000	35	965		
17	2	965	28	937	1000	
16	3	1937	27	1910	1000	
15	4	2910	1796	1114	1000	
14	5	2114	1948	166	1000	
13	6	1166	29	1137	1000	

Para determinar la cantidad a mantener, calcularemos primero el valor de la cantidad a pedir “Q” y le restaremos la demanda “R” de un mismo periodo, el valor que resulte supone el inventario final en el tramo, de modo que se multiplicara por su coeficiente de mantenimiento, de modo que para cada periodo, la cantidad a mantener se definirá de la siguiente manera:

$$\text{Cantidad a mantener del periodo "i"} = (Q_i - R_i) * \beta_i \quad (\text{ec. 48})$$

En todo el periodo de análisis, la cantidad a mantener total para “n” periodos será igual a la suma de las cantidades a mantener de todos los periodos:

$$\text{Cantidad a mantener Total} = \sum_{i=1}^n (Q_i - R_i) * \beta_i \quad (\text{ec. 49})$$

De lo descrito para el ejemplo de la Figura 41, se puede calcularla cantidad a mantener (ver el área resaltada), como se muestra a continuación en el cuadro 20:

Cuadro 20. Cantidad a mantener en la plantilla de simulación de datos.

β	t	INVENTARIO INICIAL	R	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
19	0			0	1000	19000
18	1	1000	35	965		-630
17	2	965	28	937	1000	16524
16	3	1937	27	1910	1000	15568
15	4	2910	1796	1114	1000	-11940
14	5	2114	1948	166	1000	-13272
13	6	1166	29	1137	1000	12623
12	7	2137	76	2061	1000	11088
11	8	3061	103	2958	1000	9867
10	9	3958	1984	1974	1000	-9840
9	10	2974	2007	967	1000	-9063
8	11	1967	11	1956		-88
7	12	1956	23	1933		-161
6	13	1933	10	1923	1000	5940
5	14	2923	19	2904	1000	4905
4	15	3904	1495	2409	1000	-1980
3	16	3409	1453	1956	1000	-1359
2	17	2956	1984	972		-3968
1	18	972	76	896		-76
0	19	896	48	848		0
		43138	13152		TOTAL	43138

Entendiendo este procedimiento para determinar la cantidad a pedir, el número de pedidos y los periodos en cómo se irán distribuyendo, resulta fácil realizar el análisis.

Primero dejaremos en claro la distribución de los periodos por tramos como se muestra en la Figura 42.

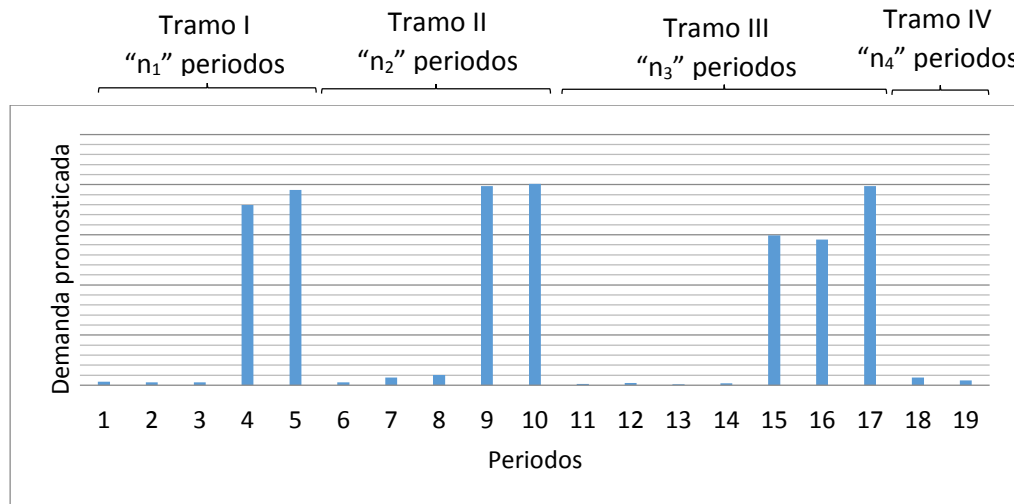


Figura 42. Distribución por tramos del conglomerado de pronósticos de demanda a lo largo de los periodos.

Pero como parte del análisis desarrollado anteriormente podemos incluir las demandas pronosticadas en el cuarto periodo en los requerimientos del Tramo III, de ese modo evitamos sobrecostos, porque quedaría un inventario final grande que generaría costos innecesarios en el mantenimiento del stock, por ello el análisis abarca los tramos I, II y III como se muestra en la siguiente Figura 43:

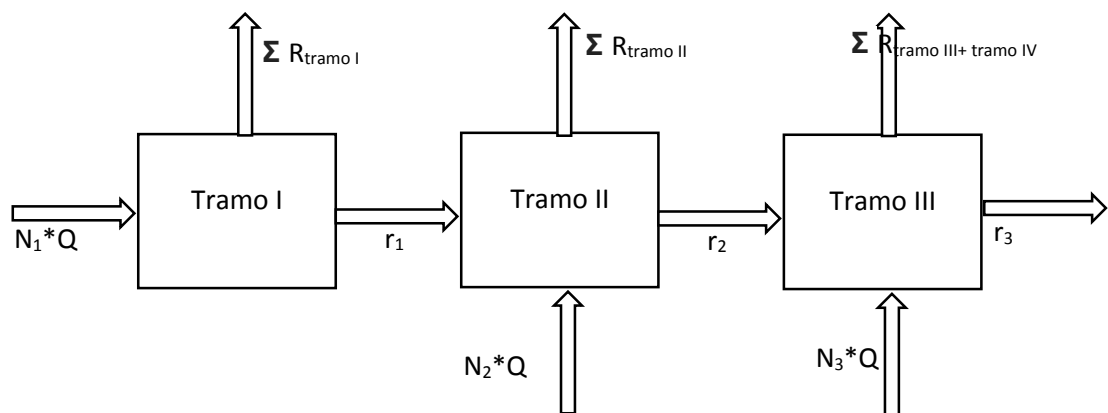


Figura 43. Distribución de tramos en bloques de demanda.

Donde se dan las siguientes operaciones:

En el tramo I:

$$r_1 = (N_1 * Q) - \sum R_{tramo I}$$

De donde la división más pequeña recibirá la denotación de γ_1 siendo igual a:

$$\gamma_1 = \frac{r_1}{N_1}$$

Lo que generara un valor optimizado para “Q” en el Tramo I, de la siguiente manera:

$$Q_{optimo I} = Q - \gamma_1$$

Este resto trascenderá y cubrirá la demanda del primer periodo del tramo siguiente; por lo que para el Tramo II se tiene que, la demanda total será:

$$\left(\sum R_{tramo II} \right) - r_1$$

Consecuentemente se obtendrá la relación para el resto del Tramo II, como sigue:

$$r_2 = (N_2 * Q) - \left\{ \left(\sum R_{tramo II} \right) - r_1 \right\}$$

Donde la división más pequeña será:

$$\gamma_2 = \frac{r_2}{N_2}$$

Lo que generara un valor optimizado para “Q” en el Tramo II, de la siguiente manera:

$$Q_{optimo II} = Q - \gamma_2$$

Asimismo para el Tramo III se da la relación final:

$$r_3 = (N_3 * Q) - \left\{ \left(\sum R_{tramo III+tramo IV} \right) - r_2 \right\}$$

De similar manera se define la división más pequeña:

$$\gamma_3 = \frac{r_3}{N_3}$$

Asimismo, el valor optimizado del pedido “Q” en el Tramo III es:

$$Q_{optimo III} = Q - \gamma_3$$

El modelo iterativo establece un análisis en bloque para el cálculo del $Q_{\text{óptimo}}$; para definir el bloque del modelo necesitamos relacionar las entradas (considerar “Q” de la Figura 41) y las salidas (considerar “ r_3 ” de la Figura 44), para el ejemplo presentado en la Figura 41, se presentara un comportamiento del análisis por tramos tal como se muestra en la Figura 44:

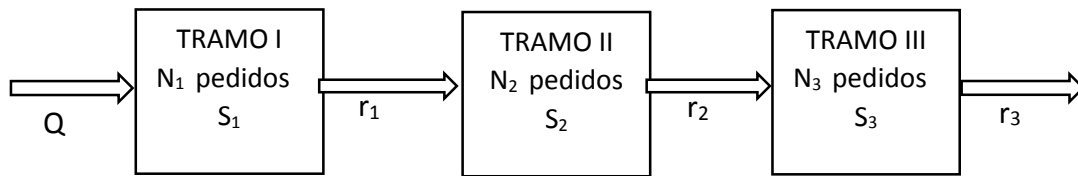


Figura 44. Distribución de tramos en bloques de demanda.

Donde:

S₁: Demanda Total Pronosticada en el Tramo I

S₂: Demanda Total Pronosticada en el Tramo II

S₃: Demanda Total Pronosticada en el Tramo III

Además se establece la Demanda Total en todos los tramos de análisis:

$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

De las relaciones establecidas en cada uno de los tramos de la Figura 41, se tiene que:

$$r_1 = (N_1 * Q) - \sum R_{tramo I} \quad (ec. 50)$$

$$r_2 = (N_2 * Q) - \{(\sum R_{tramo II}) - r_1\} \quad (ec. 51)$$

$$r_3 = (N_3 * Q) - \{(\sum R_{tramo III+tramo IV}) - r_2\} \quad (ec. 52)$$

Desarrollando y agrupando las relaciones presentadas para los tramos presentados podemos indicar que:

$$r_3 = (N_3 * Q) - (\sum R_{tramo III+tramo IV}) + (N_2 * Q) - (\sum R_{tramo II}) + (N_1 * Q) - \sum R_{tramo I}$$

$$r_3 = (N_3 * Q) + (N_2 * Q) + (N_1 * Q) - (\sum R_{tramo III+tramo IV}) - (\sum R_{tramo II}) - \sum R_{tramo I}$$

$$r_3 = (N * Q) - \sum_{i=1}^n R_i$$

Que es equivalente a:

$$r_3 = (N * Q) - S$$

Entonces en función de esta relación, podemos establecer el bloque, como se muestra en la Figura 45:

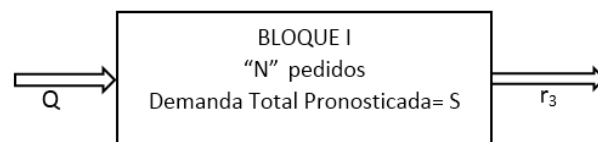


Figura 45. Bloque I: establece la relación de la cantidad que ingresa (Q) y el residuo optimizable (r₃).

En vista que el modelo de inventario a desarrollar utiliza una metodología de cálculo mediante iteraciones, para ello estableceremos un nuevo bloque (Bloque II) como se muestra en la Figura 43, porque es conveniente incluir el valor de r_3 (obtenido del análisis del $Q_{entrada}$ en el Bloque I) en el cálculo del nuevo valor de “Q” (obtenido del análisis de r_3 en el Bloque II), al cual denominaremos Q_{salida} mediante el análisis de restricciones.

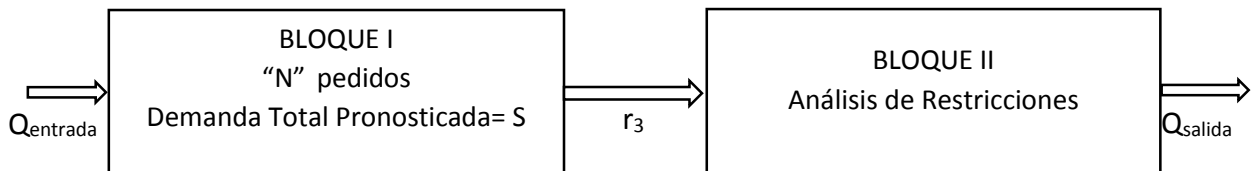


Figura 46. Esquema de bloques (Bloque I y II) que establece la relación de la cantidad que ingresa ($Q_{entrada}$) y la cantidad que sale (Q_{salida}).

El análisis de restricciones en el Bloque II, se realiza a partir de 4 restricciones:

- La primera restricción establece un volumen de pedido “Q” que asegura un inventario final igual a cero y un costo de mantenimiento necesario; se define como:

$$Q_{salida\ 1} = Q_{entrada} - \left(\frac{r_1 + r_2 + r_3}{N} \right) \quad (\text{ec. 53})$$

- La segunda restricción establece un volumen de pedido “Q” que satisface la demanda en su totalidad durante todos los periodos en todos los tramos de análisis; para lo cual es necesario comparar los valores de Q_{optimo} en cada tramo y elegir como Q_{salida} el mayor valor, pues satisface a todos los requerimientos en todas las demandas.

$$Q_{optimo\ I} = Q - \gamma_1$$

$$Q_{optimo\ II} = Q - \gamma_2$$

$$Q_{optimo\ III} = Q - \gamma_3$$

De donde elegimos el Q_{optimo} de mayor valor, definiendo la función máxima para los valores óptimos, por lo tanto:

$$Q_{salida\ 2} = \text{MAX}(Q_{optimo\ I}, Q_{optimo\ II}, Q_{optimo\ III}) \quad (\text{ec. 54})$$

- La tercera restricción permite satisfacer a la demanda en el primer periodo ($t=1$) cuando la demanda pronosticada presenta picos de demanda en los primeros periodos, entonces:

$$Q_{salida\ 3} = R_1$$

- La cuarta restricción restringe el número de pedidos, pues según las condiciones iniciales solo se permitirá realizar un pedido por periodo, por lo cual el volumen “Q” de pedido no podrá ser pequeño porque existirían demasiados pedidos para pocos periodos; definiendo un tope mínimo del volumen de pedido (Q_{min}) del análisis en todos los periodos.

Para definir el volumen de pedido mínimo en cada tramo, es necesario definir la cantidad máxima de pedidos (N_{max}) para cada tramo; el valor de “ N_{max} ” para cualquier tramo es similar al número de periodos existentes en el tramo.

$$\begin{aligned} N_{max\ 1} &= n_1 \\ N_{max\ 2} &= n_2 \\ N_{max\ 3} &= n_3 \end{aligned}$$

Donde:

- $N_{max\ 1}$: Número máximo de pedidos en el Tramo I.
- $N_{max\ 2}$: Número máximo de pedidos en el Tramo II.
- $N_{max\ 3}$: Número máximo de pedidos en el Tramo III.
- n_1 : Numero de periodos en el Tramo I.
- n_2 : Numero de periodos en el Tramo II.
- n_3 : Numero de periodos en el Tramo III.

Para este análisis primero se definen los “ Q_{min} ” en cada tramo:

$$Q_{min\ 1} = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{N_{max\ 1}}$$

$$Q_{min\ 2} = \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_2} R_i}{N_{max\ 2}}$$

$$Q_{min\ 3} = \frac{\sum_{i=n_2+1}^{n_3} R_i}{N_{max\ 3}}$$

Donde:

- $Q_{min\ 1}$: Volumen de pedido mínimo en el Tramo I.

$Q_{\min 2}$: Volumen de pedido mínimo en el Tramo II.

$Q_{\min 3}$: Volumen de pedido mínimo en el Tramo III.

Entonces el valor del volumen de pedido de salida ($Q_{salida 4}$) restringido por el número de pedidos máximos de cada tramo, debe cumplir todas las condiciones del “ Q_{\min} ” para los tres tramos; por lo tanto utilizaremos la función máxima:

$$Q_{salida 4} = MAX(Q_{\min 1}, Q_{\min 2}, Q_{\min 3})$$

$$Q_{salida 4} = MAX\left(\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{N_{\max 1}}, \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_2} R_i}{N_{\max 2}}, \frac{\sum_{i=n_2+1}^{n_3} R_i}{N_{\max 3}}\right) \quad (\text{ec. 55})$$

En base a las 4 restricciones desarrolladas en el Bloque II y aplicadas para los volúmenes de pedido de salida (Q_{salida}), se puede inferir que el volumen de pedido de salida tendrá que condicionarse a las 4 restricciones del Bloque II, por ello utilizaremos la función máximo.

Entonces el volumen “ Q_{salida} ” del pedido optimizado que sale del Bloque II tendrá que cumplir las 4 restricciones descritas anteriormente, por lo que el volumen “ Q_{salida} ” será equivalente a:

$$Q_{salida} = MAX(Q_{salida 1}, Q_{salida 2}, Q_{salida 3}, Q_{salida 4}) \quad (\text{ec. 56})$$

Entonces el volumen del pedido de entrada ($Q_{entrada}$) y el volumen del pedido de salida “optimizado” (Q_{salida}), se relacionan por los bloques I y II establecidos, como se muestra en la Figura 47.

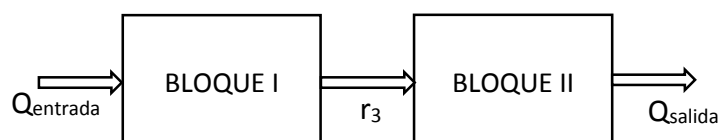


Figura 47. Esquema de bloques (Bloque I y II) que establece la relación de la cantidad que ingresa ($Q_{entrada}$) y la cantidad que sale (Q_{salida}).

Siguiendo el modelo iterativo de bloques, como se muestra en la Figura 48, el Q_{salida} volverá a reingresar como un nuevo valor de $Q_{entrada}$, este procedimiento se realizara hasta que los valores de Q_{salida} convergan en un mismo valor:

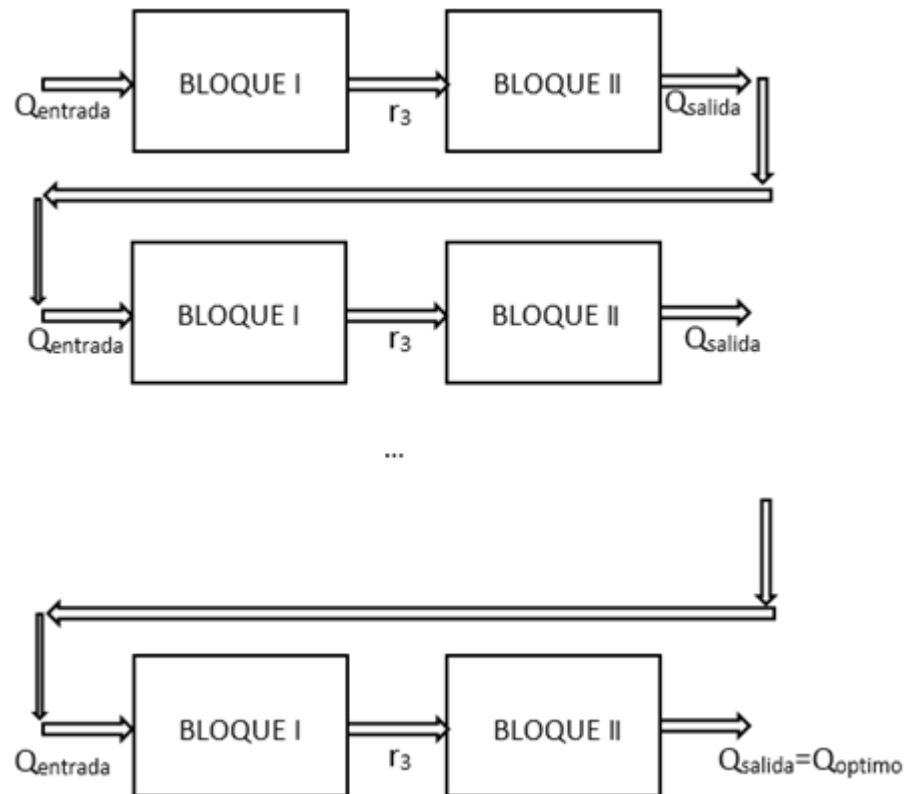


Figura 48. Modelo iterativo de análisis de bloques.

Después de varias iteraciones y cuando el Q_{salida} converge en un valor, podemos afirmar que es el valor óptimo de la cantidad a pedir ($Q_{optimo\ final}$), en base a esta cantidad también quedan definidos la cantidad de pedidos por cada tramo del análisis.

$$Q_{salida} = Q_{optimo\ final}$$

De igual manera es posible calcular la cantidad innecesaria a mantener durante todo el periodo de análisis, comparando $Q_{salida\ 1}$ (que asegura un inventario final igual a cero) con el $Q_{optimo\ final}$; de esta manera la cantidad a mantener innecesaria durante todos los periodos en todos los tramos de análisis, que generan “N” pedidos será:

$$Cantidad\ innecesaria\ a\ mantener\ en\ el\ analisis = (Q_{optimo\ final} * N) - (Q_{salida\ 1} * N)$$

4.1.10. Validación el modelo matemático.

A continuación se presentan las pruebas oficiales del modelo matemático de inventario, manteniendo la misma estructura del anexo 1 como formato general para modelación de datos, asimismo se asumió supuestos pronósticos respecto a las diferentes cantidades de demanda pronosticada, los cuales son utilizados en las tres primeras pruebas, para la cuarta prueba los datos pronosticados se obtuvieron de datos recopilados de fuentes primarias. En la primera prueba oficial se generan 4 tramos de análisis con picos de demanda de volúmenes similares para 19 periodos, con tramos de 5, 5, 7 y 2 periodos respectivamente, además se han considerado los requerimientos del último tramo en el tramo anterior, puesto que generaría costos innecesarios debido a la poca demanda existente respecto al pico anterior al tramo final.

En la segunda prueba se analizó el mismo comportamiento de demanda estacional solamente que se consideraron demandas elevadas en el Tramo I y Tramo II, estas demandas difieren mucho de la demanda en el Tramo III de manera que tiene implicancia en el cálculo del volumen de pedido “Q”; se analizaron 19 periodos, distribuidos en 4 tramos de 5, 5, 7 y 2 periodos respectivamente, además se consideraron los requerimientos del último tramo (Tramo IV) dentro del tramo anterior (Tramo III), puesto que los requerimientos generarían costos innecesarios debido a la poca demanda existente en el tramo final.

En la tercera prueba se consideraron volúmenes altos de los picos de demanda para el Tramo II y Tramo III, que difieren considerablemente en cantidad del pico de demanda del Tramo I; asimismo se analizaron 19 periodos en total para esta prueba, distribuido en 4 tramos de 5, 5 y 7 periodos respectivamente, además se consideraron los requerimientos del tramo final (Tramo IV) dentro de los requerimientos del tramo anterior (Tramo III).

Para la cuarta prueba se analizaron los datos de demanda histórica de la venta de panetones de la marca “Meza” durante los periodos de Noviembre 2017 a Enero 2018 y de Noviembre 2018 a Enero 2019, esta información presenta estacionalidad en la demanda, a partir de los datos proporcionados se pronosticó la demanda para el año 2020 y además se estableció el modelo iterativo para determinar la cantidad optima de pedidos y mediante el análisis de restricciones se obtuvo como resultados el tamaño de pedido apropiado que permite reducir costos y optimizar la cantidad a mantener.

4.1.10.1. Resultados para la primera prueba.

En base al formato general para análisis de modelo de inventario en el análisis del modelo matemático desarrollado considerando demanda estacional, se ha establecido picos de demanda similares en todos los tramos de análisis. La cantidad a mantener se calcula a partir de la suma de las cantidades en la columna de cantidad a

mantener. Además se distribuyeron por tramos siguiendo la lógica de inventario establecida según la demanda pronosticada (R), definiendo 4 tramos de análisis.

Cuadro 21. Plantilla de simulación de datos para la primera prueba.

			SALE		ENTRA		
	β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
	19	0			0		0
Tramo I	18	1	0	35	-35		-630
	17	2	-35	28	-63		-476
	16	3	-63	27	-90		-432
	15	4	-90	1990	-2080		-29850
	14	5	-2080	2000	-4080		-28000
Tramo II	13	6	-4080	29	-4109		-377
	12	7	-4109	76	-4185		-912
	11	8	-4185	103	-4288		-1133
	10	9	-4288	1839	-6127		-18390
	9	10	-6127	1934	-8061		-17406
Tramo III	8	11	-8061	11	-8072		-88
	7	12	-8072	23	-8095		-161
	6	13	-8095	10	-8105		-60
	5	14	-8105	19	-8124		-95
	4	15	-8124	1795	-9919		-7180
	3	16	-9919	1994	-11913		-5982
Tramo IV	2	17	-11913	2014	-13927		-4028
	1	18	-13927	76	-14003		-76
	0	19	-14003	48	-14051		0
	TOTAL		-115276	14051		0	-115276

Mediante el modelo iterativo y partiendo de un valor Q de 6000 se fijó la cantidad óptima de pedido en 4080 unidades, pues las iteraciones convergían en este valor, obteniéndose los siguientes resultados:

Cuadro 22. Resultados de la iteración para la primera prueba.

N1+N2+N3	4
N	4
r1	0
r2	99
r3	2269
r1+r2+r3	2368
Q	4080

N1	1
N2	1
N3	2

Es importante notar que para este resultado obtenido los pedidos fueron pocos, sin embargo el volumen de pedido que es 4080 es elevado para mantener en ciertos

tramos, por lo que este modelo a seguir se utilizara solo cuando el costo por pedir sea más elevado que el costo por mantener.

A partir de los resultados, la distribución será de la siguiente manera:

Cuadro 23. *Distribución de pedidos para la primera prueba.*

			SALE		ENTRA	
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
19	0			0	4080	77520
18	1	0	35	4045		-630
17	2	-35	28	4017		-476
16	3	-63	27	3990		-432
15	4	-90	1990	2000		-29850
14	5	-2080	2000	0	4080	29120
13	6	-4080	29	4051		-377
12	7	-4109	76	3975		-912
11	8	-4185	103	3872		-1133
10	9	-4288	1839	2033		-18390
9	10	-6127	1934	99	4080	19314
8	11	-8061	11	4168		-88
7	12	-8072	23	4145		-161
6	13	-8095	10	4135		-60
5	14	-8105	19	4116		-95
4	15	-8124	1795	2321		-7180
3	16	-9919	1994	327	4080	6258
2	17	-11913	2014	2393		-4028
1	18	-13927	76	2317		-76
0	19	-14003	48	2269		0
TOTAL		-115276	14051		16320	68324

Los indicadores de control para esta distribución indican lo siguiente:

Cuadro 24. *Indicadores de control para la primera prueba.*

FOP	Cantidad innecesaria a mantener
0.205652479	2368

Este valor de del factor de optimización (FOP) indica que la cantidad a mantener es grande, además el indicador de la “Cantidad innecesaria a mantener” es alto por lo que se incurren en costos innecesarios de mantenimiento; el objetivo de seguir el modelo encontrado es minimizar costos de pedido, pues el número de pedidos es bajo, por lo que no se incurrirán en costos de pedido elevados, así podemos indicar que se recomienda este volumen de pedido de 4080 solo cuando los costos de mantenimiento sean bajos y los costos de pedido sean elevados.

Asimismo partiendo de un punto inicial para Q de 3000, luego de las iteraciones se calculó 2040 unidades como valor óptimo para Q en todo el periodo de análisis, con los siguientes resultados:

Cuadro 25. Resultados de la iteración para la primera prueba.

N1+N2+N3	7		
N	7	N1	2
r1	0	N2	2
r2	99	N3	3
r3	229		
r1+r2+r3	328		
Q	2040		

A partir de la distribución de los cálculos realizados se puede distribuir los pedidos de la siguiente manera:

Cuadro 26. Distribución de pedidos para la primera prueba.

			SALE		ENTRA	
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
19	0			0	2040	38760
18	1	0	35	2005		-630
17	2	-35	28	1977		-476
16	3	-63	27	1950		-432
15	4	-90	1990	-40	2040	750
14	5	-2080	2000	0	2040	560
13	6	-4080	29	2011		-377
12	7	-4109	76	1935		-912
11	8	-4185	103	1832		-1133
10	9	-4288	1839	-7	2040	2010
9	10	-6127	1934	99	2040	954
8	11	-8061	11	2128		-88
7	12	-8072	23	2105		-161
6	13	-8095	10	2095		-60
5	14	-8105	19	2076		-95
4	15	-8124	1795	281	2040	980
3	16	-9919	1994	327	2040	138
2	17	-11913	2014	353		-4028
1	18	-13927	76	277		-76
0	19	-14003	48	229		0
TOTAL		-115276	14051		14280	35684

Además es importante considerar los indicadores de control, como son el “Factor de Optimización” (FOP) y la cantidad innecesaria a mantener, donde podemos notar que el FOP al ser relativamente alto indica que la cantidad a mantener es óptima para esta distribución.

Cuadro 27. *Indicadores de control para la primera prueba.*

FOP	Cantidad innecesaria a mantener
0.39376191	328

Partiendo de esta distribución, podemos indicar que el número de pedidos es mayor que la primera iteración, por lo cual podemos indicar que la distribución propuesta es óptima siempre y cuando los costos de pedido sean mucho menores que los costos de mantenimiento.

4.1.10.2. Resultados para la segunda prueba.

Para la segunda prueba se ha considerado cuatro tramos de 5, 5, 7 y 2 periodos, además se presentan picos de demanda estacional bastante altos y claramente diferenciados en los tramos II y III, además se ha incluido los requerimientos del Tramo IV dentro de los requerimientos del tramo III, pues de realizarse pedidos en el cuarto tramo estos acarrearán costos innecesarios. La distribución de las demandas pronosticadas es como se muestra a continuación:

Cuadro 28. *Plantilla de simulación de datos para la segunda prueba.*

			SALE		ENTRA		
	β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
	19	0			0		0
Tramo I	18	1	0	35	-35		-630
	17	2	-35	28	-63		-476
	16	3	-63	27	-90		-432
	15	4	-90	1483	-1573		-22245
	14	5	-1573	2000	-3573		-28000
Tramo II	13	6	-3573	29	-3602		-377
	12	7	-3602	76	-3678		-912
	11	8	-3678	103	-3781		-1133
	10	9	-3781	18886	-22667		-188860
	9	10	-22667	29342	-52009		-264078
Tramo III	8	11	-52009	11	-52020		-88
	7	12	-52020	23	-52043		-161
	6	13	-52043	10	-52053		-60
	5	14	-52053	19	-52072		-95
	4	15	-52072	7533	-59605		-30132
	3	16	-59605	34753	-94358		-104259
	2	17	-94358	5014	-99372		-10028
Tramo IV	1	18	-99372	76	-99448		-76
	0	19	-99448	48	-99496		0
	TOTAL		-652042	99496		0	-652042

Para satisfacer la demanda en la segunda prueba, se ha comenzado las iteraciones considerando 60000 como valor inicial, luego de varias iteraciones

se determinó que el valor óptimo de Q resulta en 49748 con el que se obtuvo cero pedidos para el Tramo III, sin embargo este valor de cero dificulta el cálculo del pedido “Q” óptimo, debido a que el volumen de pedido mínimo ($Q_{\min 3}$) en el Tramo III para la cuarta restricción se hace indefinida, por ello el valor inicial de Q tiene que ser menor a 49748, entonces se consideró como valor inicial a 45000 convergiendo en valores que oscilan entre 8668 y 8669 valores al cual converge el modelo luego de las iteraciones; obteniéndose los siguientes resultados para ambas cantidades:

Cuadro 29. Resultados de la iteración para la segunda prueba.

N1	1	N1	1
N2	6	N2	5
N3	5	N3	6
Q	8668	Q	8669

En vista que el Tramo II solo abarca 5 periodos, entonces no podría distribuirse los 6 pedidos de 8668 para el segundo tramo porque sería necesario realizar por lo menos dos pedidos en un solo periodo, incumpliendo las condiciones iniciales establecidas en el desarrollo del modelo matemático. Por lo tanto será necesario distribuir los pedidos en base a 8669 unidades. Luego se realizó la distribución de las cantidades de los pedidos de la siguiente forma:

Cuadro 30. Distribución de pedidos para la segunda prueba.

β	t	INVENTARIO INICIAL	SALE Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	ENTRA pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
19	0			0	8669	164711
18	1	8669	35	8634		-630
17	2	8634	28	8606		-476
16	3	8606	27	8579		-432
15	4	8579	1483	7096		-22245
14	5	7096	2000	5096	8669	93366
13	6	13765	29	13736	8669	112320
12	7	22405	76	22329	8669	103116
11	8	30998	103	30895	8669	94226
10	9	39564	18886	20678	8669	-102170
9	10	29347	29342	5	8669	-186057
8	11	8674	11	8663		-88
7	12	8663	23	8640	8669	60522
6	13	17309	10	17299	8669	51954
5	14	25968	19	25949	8669	43250
4	15	34618	7533	27085	8669	4544
3	16	35754	34753	1001	8669	-78252
2	17	9670	5014	4656		-10028
1	18	4656	76	4580		-76
0	19	4580	48	4532		0
TOTAL		327555	99496		104028	327555

Los indicadores de control presentan un “Factor de optimización” (FOP) de 0,3037 que indica un margen relativamente pequeño para la cantidad a mantener en comparación con la demanda total de todos los periodos de análisis, la cantidad innecesaria a mantener es de 9621 unidades, esta cantidad a mantener es pequeña respecto a las cantidades demandadas en picos de demanda elevados; cabe señalar que se han realizado 12 pedidos en total en todos los periodos de análisis, este número de pedidos es de mucha importancia en el cálculo de costos pues se ha realizado una considerable número de pedidos en todo el análisis.

Cuadro 31. *Indicadores de control para la segunda prueba.*

FOP	Cantidad innecesaria a mantener
0.3037	9621

Estos indicadores sugieren la implementación de esta distribución de los pedidos siempre y cuando los costos por pedir sean menores respecto a los costos por mantener, ya que este modelo optimiza las cantidades innecesarias a mantener. Asimismo si consideramos el primer valor de pedido de “Q unidades”, se tendrá la siguiente distribución del número de pedidos:

Cuadro 32. *Resultados de la iteración para la segunda prueba.*

N1	1
N2	1
N3	0
Q	49748

Entonces la distribución de los pedidos será de la siguiente manera:

Cuadro 33. *Distribución de pedidos para la segunda prueba.*

			SALE		ENTRA	
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
19	0			0	49748	945212
18	1	49748	35	49713		-630
17	2	49713	28	49685		-476
16	3	49685	27	49658		-432
15	4	49658	1483	48175		-22245
14	5	48175	2000	46175	49748	668472
13	6	95923	29	95894		-377
12	7	95894	76	95818		-912
11	8	95818	103	95715		-1133
10	9	95715	18886	76829		-188860
9	10	76829	29342	47487		-264078
8	11	47487	11	47476		-88
7	12	47476	23	47453		-161
6	13	47453	10	47443		-60
5	14	47443	19	47424		-95
4	15	47424	7533	39891		-30132
3	16	39891	34753	5138		-104259
2	17	5138	5014	124		-10028
1	18	124	76	48		-76
0	19	48	48	0		0
TOTAL		989642	99496		99496	989642

Sin embargo con esta distribución de 2 pedidos en todos los periodos de análisis, el “Factor de optimización” (FOP) de 0,1005, cuyo valor es bajo, nos indica que se está manteniendo innecesariamente stock en el almacén, por lo cual es recomendable implementar este modelo cuando los costos de mantenimiento sean bajos respecto a los costos por pedir.

4.1.10.3. *Resultados para la tercera prueba.*

Para la tercera prueba se ha considerado cuatro tramos de 5, 5, 7 y 2 periodos, además se presentan picos de demanda estacional altos y claramente diferenciados en los tramos I y II, además se ha incluido los requerimientos del Tramo IV dentro de los requerimientos del tramo III, pues de realizarse pedidos en el cuarto tramo estos acarrearán costos innecesarios. La distribución de las demandas pronosticadas es como se muestra a continuación:

Cuadro 34. *Plantilla de simulación de datos para la tercera prueba.*

			SALE		ENTRA		
	β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
	19	0			0		0
Tramo I	18	1	0	35	-35		-630
	17	2	-35	28	-63		-476
	16	3	-63	27	-90		-432
	15	4	-90	45889	-45979		-688335
	14	5	-45979	87443	-133422		-1224202
Tramo II	13	6	-133422	29	-133451		-377
	12	7	-133451	76	-133527		-912
	11	8	-133527	103	-133630		-1133
	10	9	-133630	38886	-172516		-388860
	9	10	-172516	79342	-251858		-714078
Tramo III	8	11	-251858	11	-251869		-88
	7	12	-251869	23	-251892		-161
	6	13	-251892	10	-251902		-60
	5	14	-251902	19	-251921		-95
	4	15	-251921	3533	-255454		-14132
Tramo IV	3	16	-255454	2753	-258207		-8259
	2	17	-258207	3014	-261221		-6028
	1	18	-261221	76	-261297		-76
	0	19	-261297	48	-261345		0
	TOTAL			-3048334	261345		0

Partiendo de un valor inicial de 30000 se converge en valores de 27373 y 26685; para el valor de 27373 se puede apreciar que el número de pedidos presenta la siguiente distribución:

Cuadro 35. *Resultados de la iteración para la tercera prueba.*

N1	5	
N2	5	
N3	-1	
Q	27373	
		FOP
		0.2838

Respecto a los resultados presentados para un pedido de 27373 unidades, se puede apreciar que en el Tramo III existe un número de pedidos negativo debido a que con los pedidos realizados en los tramos I y II se satisficiera la demanda pronosticada en todos los periodos de análisis, por lo que en el tercer tramo no será necesario realizar ningún pedido; adicionalmente podemos notar que el “Factor de optimización” (FOP) es 0.2838, este valor es óptimo e indica que no es bastante alta la cantidad que se

mantiene innecesariamente, por lo que se puede concluir que la cantidad a mantener es óptima. La distribución de los pedidos es de la siguiente manera:

Cuadro 36. *Distribución de pedidos para la tercera prueba.*

			SALE		ENTRA	
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
19	0			0	27373	520087
18	1	27373	35	27338	27373	492084
17	2	54711	28	54683	27373	464865
16	3	82056	27	82029	27373	437536
15	4	109402	45889	63513	27373	-277740
14	5	90886	87443	3443	27373	-840980
13	6	30816	29	30787	27373	355472
12	7	58160	76	58084	27373	327564
11	8	85457	103	85354	27373	299970
10	9	112727	38886	73841	27373	-115130
9	10	101214	79342	21872		-714078
8	11	21872	11	21861		-88
7	12	21861	23	21838		-161
6	13	21838	10	21828		-60
5	14	21828	19	21809		-95
4	15	21809	3533	18276		-14132
3	16	18276	2753	15523		-8259
2	17	15523	3014	12509		-6028
1	18	12509	76	12433		-76
0	19	12433	48	12385		0
TOTAL		920751	261345		273730	920751

Para el valor de 26685 se obtiene la siguiente distribución de los pedidos:

Cuadro 37. *Resultados de la iteración para la tercera prueba.*

N1	5
N2	5
N3	-1
Q	26685

FOP
0.3183

De similar manera, el número de pedidos del Tramo III se debe a que los requerimientos ya fueron cubiertos con todos los pedidos del primer y segundo tramo, por lo que en el tercer tramo no se realizaran pedidos; asimismo el “Factor de optimización” (FOP) presenta un valor alto de 0.3183 que indica una cantidad baja de productos que se mantiene innecesariamente en el almacén.

La distribución de productos que se realizan a partir de pedidos de 26685 unidades se realiza de la siguiente manera:

Cuadro 38. *Distribución de pedidos para la tercera prueba.*

			SALE		ENTRA	
β	t	INVENTARIO INICIAL	Demanda (R)	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
19	0			0	26685	507015
18	1	26685	35	26650	26685	479700
17	2	53335	28	53307	26685	453169
16	3	79992	27	79965	26685	426528
15	4	106650	45889	60761	26685	-288060
14	5	87446	87443	3	26685	-850612
13	6	26688	29	26659	26685	346528
12	7	53344	76	53268	26685	319308
11	8	79953	103	79850	26685	292402
10	9	106535	38886	67649	26685	-122010
9	10	94334	79342	14992		-714078
8	11	14992	11	14981		-88
7	12	14981	23	14958		-161
6	13	14958	10	14948		-60
5	14	14948	19	14929		-95
4	15	14929	3533	11396		-14132
3	16	11396	2753	8643		-8259
2	17	8643	3014	5629		-6028
1	18	5629	76	5553		-76
0	19	5553	48	5505		0
TOTAL		820991	261345		266850	820991

Comparando la distribución en todos los periodos de análisis, para los pedidos de 27373 y 26685 se tiene las cantidades a mantener de 920751 y 820991 unidades respectivamente, asimismo los inventarios finales después del análisis es de 12385 y 5505 unidades respectivamente, además el Factor de optimización (FOP) es mucho mayor y por lo tanto más óptimo en los pedidos de 26685 unidades.

Cuadro 39. *Indicadores de control para la tercera prueba.*

Q	FOP	Cantidad a mantener	Inventario final
27373	0.2838	920751	12385
26685	0.3183	820991	5505

De los indicadores presentados se concluye que es más óptimo utilizar la distribución descrita para cantidades de pedido de 26685; esto puede explicarse debido a que el valor de 26685 se deduce de la lógica de restricciones, pues las restricciones presentadas para los tramos en análisis se encuentran sesgadas en función de los picos de demanda elevados de los Tramos I y II, pues los primeros pedidos tendrán que cubrir estos requerimientos, esta condición se establece en la cuarta restricción que indica:

$$Q_{salida\ 4} = MAX \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{N_{max\ 1}}, \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_2} R_i}{N_{max\ 2}}, \frac{\sum_{i=n_2+1}^{n_3} R_i}{N_{max\ 3}} \right)$$

Así entonces tenemos que la cuarta restricción sesga la cantidad óptima a pedir a un valor de 26685 a partir de la siguiente relación:

$$Q_{salida\ 4} = MAX(26685, 23687, 787)$$

$$Q_{salida\ 4} = 26685$$

El valor de 27373 se obtiene de la primera restricción, considerando el valor de $Q_{entrada}$ a 26685 a partir de la siguiente relación:

$$Q_{salida\ 1} = Q_{entrada} - \left(\frac{r_1 + r_2 + r_3}{N} \right)$$

Sin embargo, el cálculo no es fiable y presenta errores en el cálculo debido a que el residuo optimizable “ r_3 ” es de valor negativo ya que los requerimientos de los periodos de análisis se han cubierto en los 2 primeros tramos.

Asimismo, la segunda restricción también depende del valor de “ r_3 ”, pero a diferencia de la primera restricción se comparan los residuos optimizables de todos los tramos, operando mediante la función máximo. Por lo tanto se puede establecer como valor óptimo de pedido “Q” solo basándonos en la segunda, tercera y cuarta restricción cuando los picos de demanda en tramos iniciales difieren mucho de los picos de demanda de tramos posteriores.

Asimismo se puede generalizar este comportamiento indicando que si se presentan números de pedidos negativos, se consideraran solo las restricciones 1, 2 y 3 para el cálculo del Q_{optimo} .

Analizando las restricciones 2, 3 y 4 para la tercera prueba se obtiene como valor óptimo del pedido (Q_{optimo}) un valor de 26685.

4.1.10.4. Resultados para la cuarta prueba

Para la cuarta prueba se pronosticó el volumen de pedido y los periodos en los cuales se realizara el pedido para el año 2019 de panetones producidos en la panadería y pastelería “Meza” de la ciudad de Abancay, provincia de Abancay en el departamento de Apurímac.

En base a la información histórica de la demanda de panetones producidos en la panadería y pastelería “Meza” (RUC 10310313594) brindada por su propietaria PILAR GUERRA HUAITA (DNI 31031359) se tiene los siguientes datos de demanda de paneton de la marca “Meza” durante los años 2017 y 2018 distribuidos semanalmente y en concordancia con la producción total, se tiene que el volumen de producción fue de 500 y 800 panetones para los años 2017 y 2018 respectivamente, tal como se muestra en los cuadros 40 y 41 correspondientemente.

Cuadro 40. Información histórica de demanda semanal de paneton “Meza” de los periodos Noviembre 2017- Enero 2018.

Demanda Noviembre 2017 – Enero 2018		
MES	Semana	Demanda (unidades)
NOVIEMBRE 2017	1	21
	2	22
	3	20
	4	20
	5	21
DICIEMBRE 2017	6	21
	7	21
	8	160
	9	170
ENERO 2018	10	24

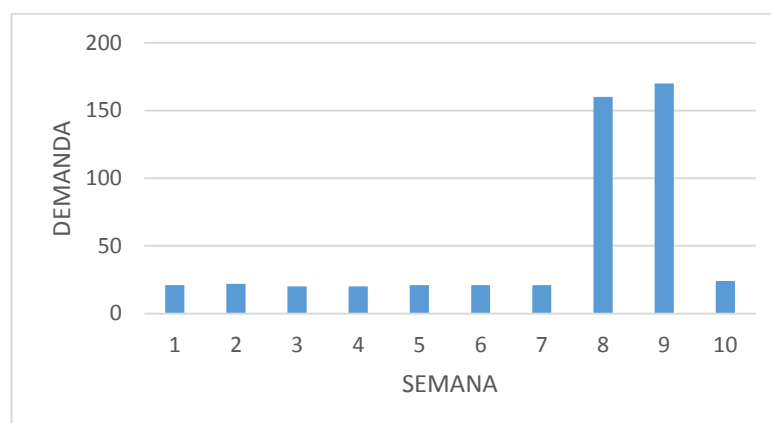


Figura 49. Evolución de la demanda semanal de paneton en el 2017-2018.

Cuadro 41. *Información histórica de demanda semanal de paneton “Meza” de los periodos Noviembre 2018- Enero 2019.*

Demanda Noviembre 2018 – Enero 2019		
MES	Semana	Demanda (unidades)
NOVIEMBRE 2018	1	28
	2	28
	3	35
	4	33
	5	31
DICIEMBRE 2018	6	32
	7	41
	8	264
	9	288
ENERO 2019	10	20

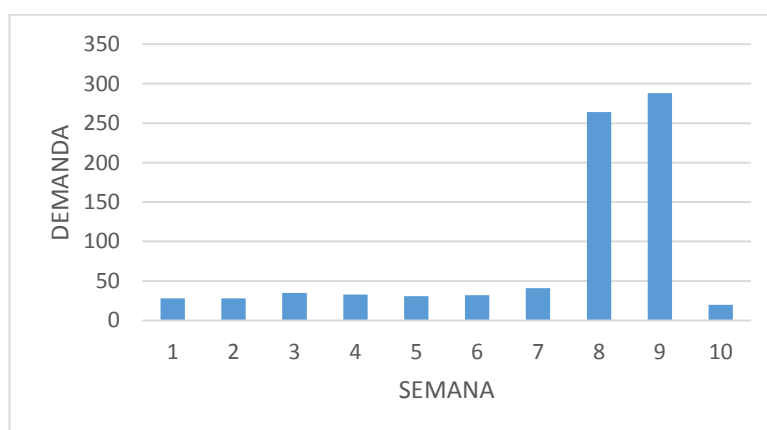


Figura 50. *Evolución de la demanda semanal de paneton en el 2018-2019.*

En función de la demanda histórica, se realizó un pronóstico de demanda para el año 2019 utilizando el método de multiplicadores estacionales; agrupando primero la información en grupos de 5 semanas para facilitar el pronóstico y disminuir el error del pronóstico.

Para las 5 primeras semanas de cada año (correspondientes al mes de Noviembre en la información histórica) se ha establecido el siguiente cuadro de distribuciones de las demandas.

Cuadro 42. *Consolidado de la información histórica de demanda semanal de paneton “Meza” para los meses de Noviembre en los últimos años*

	t	DEMANDA
NOVIEMBRE 2017	1	21
	2	22
	3	20
	4	20
	5	21
NOVIEMBRE 2018	6	28
	7	28
	8	35
	9	33
	10	31
NOVIEMBRE 2019	11	
	12	
	13	
	14	
	15	

Se realizó un ajuste lineal y se obtiene la ecuación que ajusta los puntos de la demanda histórica.

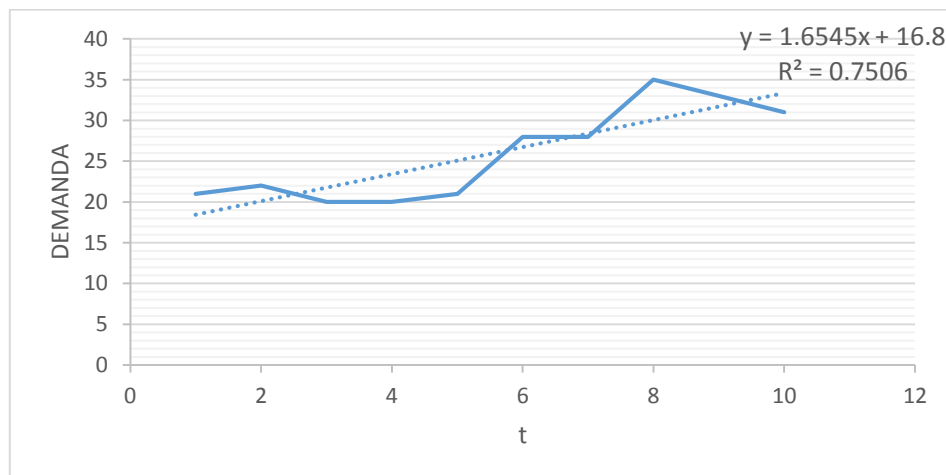


Figura 51. Ajuste lineal para evolución anual de la demanda de paneton “Meza” en el mes de Noviembre.

Se obtuvo la regresión de demanda (φ) para los valores de t involucrados en la regresión (valores de “t” de 1 a 10) en base a la ecuación de ajuste lineal:

$$y = 1.6545x + 16.8$$

Luego se establecieron las relaciones de Demanda (D) y Regresión de demanda (φ), finalmente se obtuvieron los multiplicadores estacionales (α) a partir del promedio de relaciones (D/ φ) para los periodos correspondientes, por ejemplo para la primera semana de Noviembre del año 2017 (t=1) y para la primera semana de Noviembre del año 2018 (t=6) el multiplicador estacional será similar y resultara del

promedio de las relaciones D/ϕ para ambos periodos ($t=1$ y $t=6$); asimismo este valor del multiplicador estacional (α) se conservara en orden correlativo para el pronóstico de Noviembre del año 2019.

Asimismo se obtendrán los multiplicadores estacionales (α) para el resto de periodos; para calcular el pronóstico de demanda suavizado estacionalmente (R) se multiplica la regresión de demanda (ϕ) y el multiplicador estacional (α) correspondiente a cada periodo.

A continuación se muestra un cuadro con todos los valores obtenidos de la regresión por el método de multiplicadores estacionales obtenidos para las 5 primeras semanas de nuestra información histórica de los años 2017 y 2018, es importante indicar que la región resaltada que corresponden a los valores del pronóstico de demanda suavizado estacionalmente.

Cuadro 43. Pronostico de demanda suavizado estacionalmente para el mes de Noviembre del 2019

	t (semanas)	Demanda (D) (unidades)	Regresión de demanda (ϕ)	D/ ϕ	Multiplicador estacional (α)	Pronostico de demanda suavizado estacionalmente (R)
NOVIEMBRE 2017	1	21	18.4545	1.13793384	1.09278179	20.1667415
	2	22	20.109	1.0940375	1.04029782	20.9193489
	3	20	21.7635	0.91896983	1.04211909	22.6801588
	4	20	23.418	0.8540439	0.94768271	22.1928338
	5	21	25.0725	0.83757104	0.88362283	22.1546334
NOVIEMBRE 2018	6	28	26.727	1.04762974	1.09278179	29.2067788
	7	28	28.3815	0.98655815	1.04029782	29.5252126
	8	35	30.036	1.16526834	1.04211909	31.301089
	9	33	31.6905	1.04132153	0.94768271	30.0325391
	10	31	33.345	0.92967461	0.88362283	29.4644032
NOVIEMBRE 2019	11		34.9995		1.09278179	38.2468162
	12		36.654		1.04029782	38.1310763
	13		38.3085		1.04211909	39.9220191
	14		39.963		0.94768271	37.8722443
	15		41.6175		0.88362283	36.7741731

Luego se realizó el mismo procedimiento para las 4 semanas del mes de Diciembre y la primera semana del mes de Enero de los datos de la demanda histórica para cada año obteniendo la siguiente ecuación del ajuste lineal: $y = 12.127x + 37.4$

Cuadro 44. Consolidado de la información histórica de demanda semanal de paneton “Meza” para los meses de Diciembre y Enero en los últimos años

	t (semana)	Demanda (unidades)
DICIEMBRE 2017	1	21
	2	21
	3	160
	4	170
ENERO 2018	5	24
DICIEMBRE 2018	6	32
	7	41
	8	264
	9	288
ENERO 2019	10	20
DICIEMBRE 2019	11	
	12	
	13	
	14	
ENERO 2020	15	

Luego de realizar un ajuste lineal, se obtiene la ecuación que ajusta los puntos de la demanda histórica, tal como se aprecia en la Figura 52.

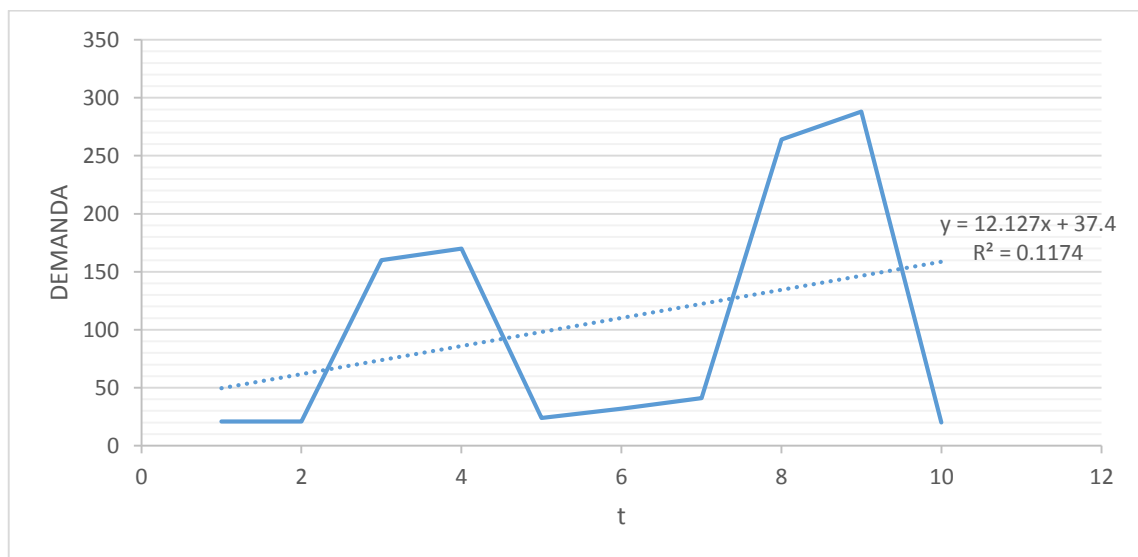


Figura 52. Ajuste lineal para evolución anual de la demanda de paneton “Meza” en los meses de Diciembre y Enero.

De manera similar se utilizó la metodología para hallar el pronóstico de demanda suavizado estacionalmente (R) del resto de semanas de la información histórica, como se muestra en el siguiente cuadro:

Cuadro 45. *Pronostico de demanda suavizado estacionalmente para los meses de Diciembre del 2017 Enero del 2018*

	t (semanas)	Demanda (D) (unidades)	Regresión de demanda (φ)	D/ φ	Multiplicador estacional (α)	Pronostico de demanda suavizado estacionalmente (R)
DICIEMBRE 2017	1	21	49.527	0.42401115	0.35724622	17.6933335
	2	21	61.654	0.3406105	0.33794093	20.8354104
	3	160	73.781	2.16857999	2.06631594	152.454857
	4	170	85.908	1.97886111	1.97207729	169.417215
ENERO 2018	5	24	98.035	0.24481053	0.18542915	18.1785467
DICIEMBRE 2018	6	32	110.162	0.29048129	0.35724622	39.3549579
	7	41	122.289	0.33527137	0.33794093	41.3264589
	8	264	134.416	1.9640519	2.06631594	277.745924
	9	288	146.543	1.96529346	1.97207729	288.994122
ENERO 2019	10	20	158.67	0.12604777	0.18542915	29.4220431
DICIEMBRE 2019	11		170.797		0.35724622	61.0165823
	12		182.924		0.33794093	61.8175075
	13		195.051		2.06631594	403.036991
	14		207.178		1.97207729	408.571028
ENERO 2019	15		219.305		0.18542915	40.6655396

Considerar la información resaltada como el pronóstico de demanda suavizado estacionalmente, a partir de los datos de las últimas semanas de nuestra información histórica.

Agrupando los pronósticos hallados para los dos grupos de 5 semanas, consolidaremos un pronóstico general de la demanda, además asignaremos un nuevo valor de “t” según el orden de los datos pronosticados.

Cuadro 46. *Pronostico general de demanda semanal para los meses de Noviembre y Diciembre del 2019 y Enero 2020.*

MES	t (Semana)	Demanda Pronosticada "R" (unidades)
NOVIEMBRE 2019	1	38.2468162
	2	38.1310763
	3	39.9220191
	4	37.8722443
	5	36.7741731
DICIEMBRE 2019	6	61.0165823
	7	61.8175075
	8	403.036991
	9	408.571028
ENERO 2020	10	40.6655396

Graficamos el pronóstico de demanda consolidado y definimos la lógica de inventario más adecuada para la distribución de tramos.

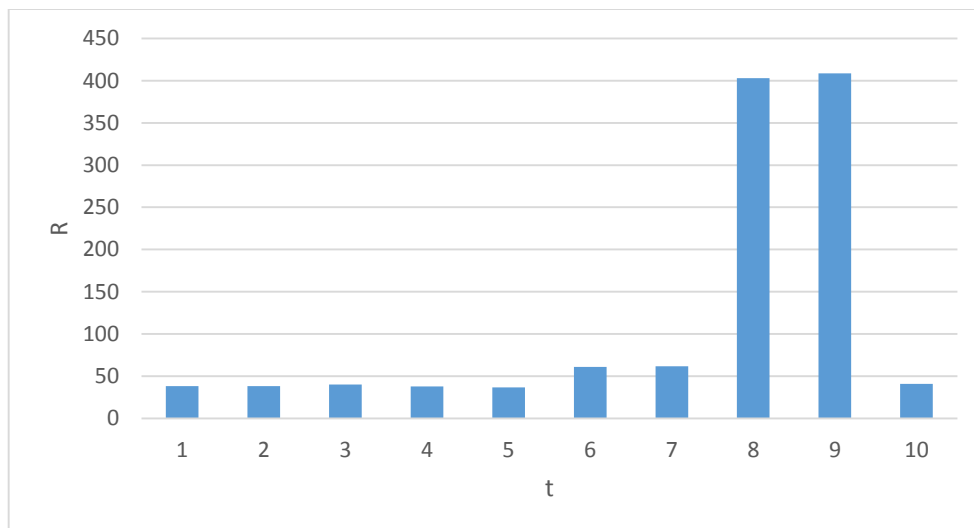


Figura 53. *Consolidado del pronóstico semanal de demanda para paneton "Meza" de Noviembre de 2019 a Enero 2020.*

Entonces en base al modelo desarrollado se puede establecer 2 tramos que son bien diferenciados; de modo que el "Tramo I" abarca para los valores de "t" desde 1 hasta 9, luego el "Tramo II" abarca solo el último periodo de "t" (t=10). En vista que la demanda en el último periodo (t=10) es más pequeña en comparación a los requerimientos anteriores (t=8 y t=9), entonces se puede incluir los requerimientos de este último periodo en los requerimientos de los tramos anteriores, para evitar incurrir en gastos innecesarios de mantenimiento.

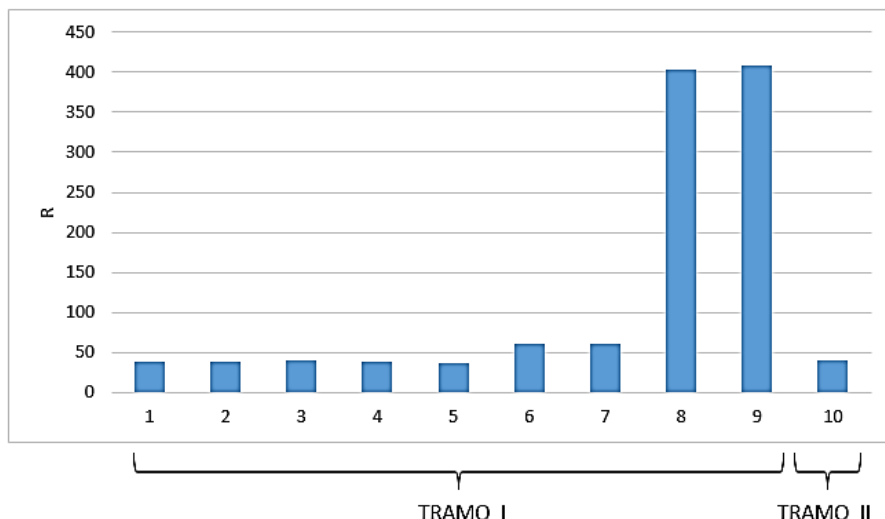


Figura 54. Distribución por tramos de la demanda pronosticada para el periodo de Noviembre 2019 a Enero 2020.

En base a esta distribución de tramos, establecemos nuestro análisis de restricciones y describiremos los resultados en una plantilla para distribución de pedidos.

Cuadro 46. Plantilla de distribución del pronóstico de demanda semanal.

			SALE		ENTRA	
β	t (semanas)	INVENTARIO INICIAL	R	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
10	0			0		1670
9	1	167	38.2468162	128.7531838		-344.2213458
8	2	128.7531838	38.1310763	90.6221075		-305.0486104
7	3	90.6221075	39.9220191	50.7000884		889.5458663
6	4	50.7000884	37.8722443	12.8278441		774.7665342
5	5	179.8278441	36.7741731	143.053671		651.1291345
4	6	310.053671	61.0165823	249.0370887		423.9336708
3	7	416.0370887	61.8175075	354.2195812		315.5474775
2	8	521.2195812	403.036991	118.1825902		-472.073982
1	9	285.1825902	408.571028	- 123.3884378		-408.571028
0	10	43.6115622	40.6655396	2.9460226		0
		2193.007717	1166.05398		1169	2193.007717

Mediante el modelo iterativo y partiendo de un valor Q de 200 se fijó la cantidad óptima de pedido en 195 unidades, pues las iteraciones convergían en este valor, obteniéndose los siguientes resultados:

Cuadro 47. Resultados de la distribución para pedidos de 195 unidades.

N	6
Q	195
FOP	0.406856538

La distribución de los pedidos se presenta a continuación:

Cuadro 48. Plantilla de distribución de pedidos semanales de 195 unidades.

			SALE		ENTRA	
β	t (semanas)	INVENTARIO INICIAL	R	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
10	0			0	195	1950
9	1	195	38.2468162	156.7531838		-344.2213458
8	2	156.7531838	38.1310763	118.6221075		-305.0486104
7	3	118.6221075	39.9220191	78.7000884		-279.4541337
6	4	78.7000884	37.8722443	40.8278441	195	942.7665342
5	5	235.8278441	36.7741731	199.053671	195	791.1291345
4	6	394.053671	61.0165823	333.0370887	195	535.9336708
3	7	528.0370887	61.8175075	466.2195812	195	399.5474775
2	8	661.2195812	403.036991	258.1825902	195	-416.073982
1	9	453.1825902	408.571028	44.6115622		-408.571028
0	10	44.6115622	40.6655396	3.9460226		0
		2866.007717	1166.05398		1170	2866.007717

Sin embargo, partiendo de un valor inicial para Q de 250 unidades, se encontró la cantidad óptima de pedido en 234 unidades, obteniéndose los siguientes resultados:

Cuadro 49. Resultados de la distribución para pedidos de 234 unidades.

N	5
Q	234
FOP	0.443028328

Que presentan una distribución de pedidos de la siguiente manera:

Cuadro 50. Plantilla de distribución de pedidos semanales de 234 unidades.

			SALE		ENTRA	
β	t (semanas)	INVENTARIO INICIAL	R	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
10	0			0	234	2340
9	1	234	38.2468162	195.7531838		-344.2213458
8	2	195.7531838	38.1310763	157.6221075		-305.0486104
7	3	157.6221075	39.9220191	117.7000884		-279.4541337
6	4	117.7000884	37.8722443	79.8278441		-227.2334658
5	5	79.8278441	36.7741731	43.053671	234	986.1291345
4	6	277.053671	61.0165823	216.0370887	234	691.9336708
3	7	450.0370887	61.8175075	388.2195812	234	516.5474775
2	8	622.2195812	403.036991	219.1825902	234	-338.073982
1	9	453.1825902	408.571028	44.6115622		-408.571028
0	10	44.6115622	40.6655396	3.9460226		0
		2632.007717	1166.05398		1170	2632.007717

Después a partir de un valor inicial para Q de 300 unidades, se encontró la cantidad óptima de pedido en 234 unidades, obteniéndose los siguientes resultados:

Cuadro 51. Resultados de la distribución para pedidos de 292 unidades.

N	4
Q	292
FOP	0.454777874

Que presentan una distribución de pedidos de la siguiente manera:

Cuadro 52. Plantilla de distribución de pedidos semanales de 292 unidades.

			SALE		ENTRA	
β	t (semanas)	INVENTARIO INICIAL	R	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
10	0			0	292	2920
9	1	292	38.2468162	253.7531838		-344.2213458
8	2	253.7531838	38.1310763	215.6221075		-305.0486104
7	3	215.6221075	39.9220191	175.7000884		-279.4541337
6	4	175.7000884	37.8722443	137.8278441		-227.2334658
5	5	137.8278441	36.7741731	101.053671		-183.8708655
4	6	101.053671	61.0165823	40.0370887	292	923.9336708
3	7	332.0370887	61.8175075	270.2195812	292	690.5474775
2	8	562.2195812	403.036991	159.1825902	292	-222.073982
1	9	451.1825902	408.571028	42.6115622		-408.571028
0	10	42.6115622	40.6655396	1.9460226		0
		2564.007717	1166.05398		1168	2564.007717

Finalmente a partir de un valor inicial de Q de 400 obtenemos valores que convergen en 389 unidades, además se obtuvieron los siguientes resultados:

Cuadro 53. Resultados de la distribución para pedidos de 389 unidades.

N	3
Q	389
FOP	0.408997131

Entonces la distribución de pedidos se realiza de la siguiente manera:

Cuadro 54. Plantilla de distribución de pedidos semanales de 389 unidades.

			SALE		ENTRA	
β	t (semanas)	INVENTARIO INICIAL	R	INVENTARIO FINAL	pedido (Q)	CANTIDAD A MANTENER
10	0			0	389	3890
9	1	389	38.2468162	350.7531838		-344.2213458
8	2	350.7531838	38.1310763	312.6221075		-305.0486104
7	3	312.6221075	39.9220191	272.7000884		-279.4541337
6	4	272.7000884	37.8722443	234.8278441		-227.2334658
5	5	234.8278441	36.7741731	198.053671		-183.8708655
4	6	198.053671	61.0165823	137.0370887		-244.0663292
3	7	137.0370887	61.8175075	75.2195812	389	981.5474775
2	8	464.2195812	403.036991	61.1825902	389	-28.073982
1	9	450.1825902	408.571028	41.6115622		-408.571028
0	10	41.6115622	40.6655396	0.9460226		0
		2851.007717	1166.05398		1167	2851.007717

Por lo tanto a partir de todos los datos encontrados se puede establecer un comportamiento óptimo.

Cuadro 55. Relación del número de pedidos (N) respecto al factor de optimización (FOP).

N	6	5	4	3
FOP	0.4068	0.4430	0.4547	0.4089

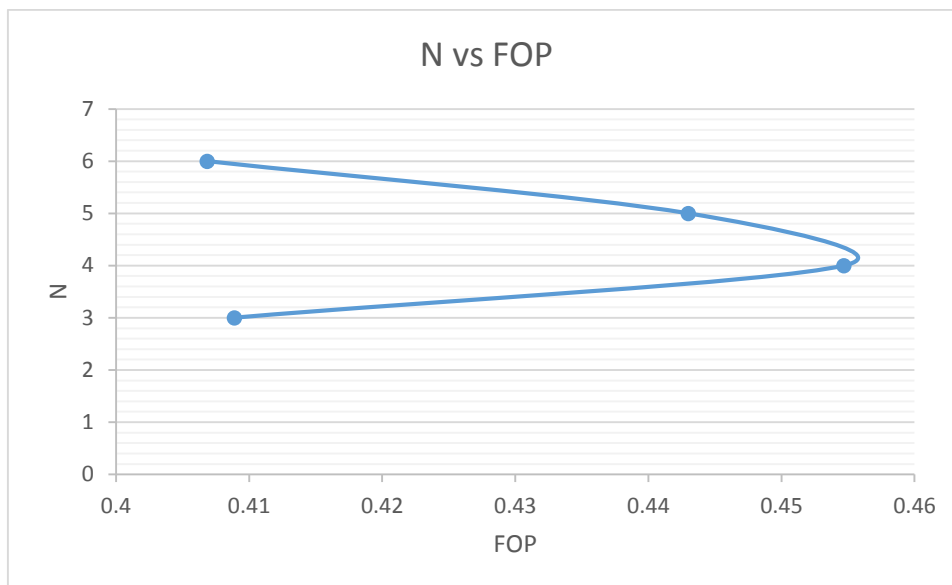


Figura 55. Distribución del número de pedidos (N) y el factor de optimización (FOP)

Según los datos brindados por la propietaria, los panetones producidos no son distribuidos fuera del local de la misma empresa, por lo que son almacenados y producidos en el mismo local de procesamiento, entonces presentan menor costo de mantenimiento por lo que es importante optimizar el Factor de Optimización “FOP”, en nuestro grafico podemos notar que el FOP más alto es aquel que aproxima a un requerimiento de 4 pedidos, entonces podemos utilizar una distribución de 4 pedidos de frecuencia semanal de 292 unidades cada uno, esta distribución de pedidos está relacionado al área de producción ya que en la misma empresa se expende y produce los panetones.

4.1.10.5. *Perspectiva de funcionamiento del modelo matemático.*

De los resultados obtenidos en las dos primeras pruebas se observa que el modelo matemático desarrollado permite pronosticar y predecir las cantidades optimas de pedido y los periodos en los cuales se requerirán estos pedidos, es importante conocer anticipadamente estos datos pues en base al tiempo de reabastecimiento para el almacén, permite realizar pedidos con mucho tiempo de antelación, facilitando la gestión de la cadena de suministros; sin embargo es importante señalar que este comportamiento se rige a ciertas condiciones, entre las cuales podemos indicar que los picos de demanda bastante elevados y que difieran del resto de picos de demanda pronosticada, deben presentarse en tramos distintos al tramo inicial. Para análisis de periodos en los cuales se presentan picos de demanda bastante elevados en tramos iniciales y que difieren del resto de picos de demanda de tramos posteriores, tal como

se muestra en la tercera prueba, el valor óptimo del pedido llega a sesgarse en función de la cuarta restricción, de este cálculo obtenemos valores altos del pedido Q que cubre la demanda para periodos posteriores obteniendo valores negativos de residuos optimizables para tramos finales, de este modo se incurre un error en el cálculo de la primera restricción, por lo cual solo se consideran la segunda, tercera y cuarta restricción.

Por lo tanto el funcionamiento del modelo matemático desarrollado se sujeta al cumplimiento de ciertas condiciones:

- Se busca optimizar la gestión de cadena de suministros a partir del planeamiento y programación anticipada de productos a solicitar por parte del almacén hacia los proveedores.
- Los pedidos que se realiza a los proveedores son de similar volumen en todo el periodo de análisis, además no está permitido realizar varios pedidos en un solo periodo, sino un solo pedido como máximo por cada periodo.
- Es necesario satisfacer la demanda en todo el periodo de análisis, evitando crear “ventas pendientes” o “ventas perdidas”.
- Se pretende optimizar la cantidad a mantener así como la cantidad de pedidos a realizar, para minimizar los costos.
- No se consideran descuentos en el costo de compra por el número de productos a solicitar.
- Se pretende conseguir como inventario final una cantidad baja de productos en stock, luego del periodo de análisis, para evitar incurrir en gastos innecesarios de mantenimiento.
- Como el inventario a analizar (considerado dentro del periodo de análisis), considera periodos desde t_0 hasta t_n , por lo tanto no se consideraran datos anteriores al periodo de análisis.

4.1.10.6. Beneficios del uso del modelo.

Conociendo la demanda histórica de los dos últimos años, para un producto que presenta demanda estacional, se pueden pronosticar las demandas futuras mediante el método de multiplicadores estacionales, reduciendo los errores en el pronóstico, en base a este pronóstico de demanda con tendencia estacional y aplicando el modelo matemático descrito en el presente trabajo de investigación se puede:

- Predecir el volumen óptimo de los pedidos a realizar en todos los periodos de análisis.
- Predecir la distribución más adecuada para realizar los pedidos, en función del comportamiento de la demanda pronosticada.

- Predecir los periodos en los que se requerirá abastecer el almacén, de modo que se comunique anticipadamente a los proveedores y se programe el pedido, facilitando la gestión de la cadena de suministros.
- Que facilite la Reducir los costos de mantenimiento innecesarios para lotes de productos innecesarios en stock.
- Reducir los costos de pedido, optimizando el número de pedidos.
- Optimizar la cantidad a mantener en todos los periodos de análisis evitando incurrir en gastos innecesarios.
- Facilita la gestión del flujo de productos en la cadena de suministros, debido a la programación anticipada de pedidos.

4.1.10.7. Modelo matemático

A partir de los procedimientos desarrollados en el presente trabajo de investigación, es posible establecer un modelo matemático que se basa en iteraciones a partir de un análisis de bloques:

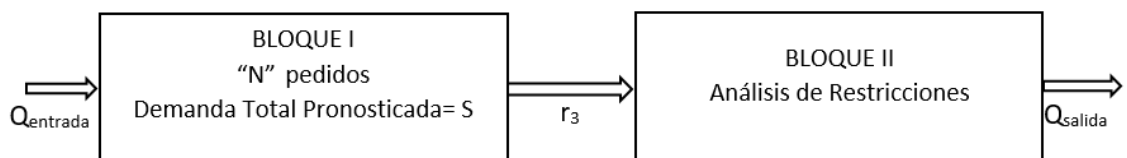


Figura 56. Análisis por bloques del modelo matemático de manejo de inventario considerando estacionalidad de demanda.

En el bloque I consideraremos un análisis de demanda en función de la cantidad a pedir, de modo que optimizamos el volumen de pedidos solicitar, asumiendo un análisis para tres tramos se establece un comportamiento como se muestra a continuación en la Figura 57.

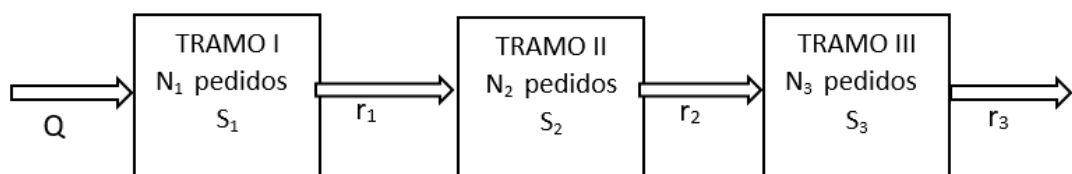


Figura 57. Distribución en tramos de los bloques de demanda.

$$r_3 = (N * Q) - \sum_{i=1}^n R_i$$

$$r_3 = (N * Q) - S$$

Donde:

- S₁: Demanda Total Pronosticada en el Tramo I
- S₂: Demanda Total Pronosticada en el Tramo II
- S₃: Demanda Total Pronosticada en el Tramo III
- N₁: Numero de pedidos en el Tramo I
- N₂: Numero de pedidos en el Tramo II
- N₃: Numero de pedidos en el Tramo III
- r₁: Resto en el Tramo I
- r₂: Resto en el Tramo II
- r₃: Resto en el Tramo III
- S: Demanda total Pronosticada en el todos los tramos
- N: Número total de pedidos en todos los tramos
- Q: Volumen de pedido optimo

En el bloque II se analizaran cuatro restricciones, que permitirán que los valores obtenidos sean reales y se ajusten al pronóstico de demanda existente.

- La primera restricción establece un volumen de pedido “Q_{salida 1}” que asegura un inventario final igual a cero y un costo de mantenimiento necesario.

$$Q_{salida\ 1} = Q_{entrada} - \left(\frac{r_1 + r_2 + r_3}{N} \right)$$

- La segunda restricción establece un volumen de pedido “Q_{salida 2}” que satisface la demanda en su totalidad durante todos los periodos en todos los tramos de análisis.

$$Q_{salida\ 2} = MAX(Q_{optimo\ I}, Q_{optimo\ II}, Q_{optimo\ III})$$

Además:

$$Q_{optimo\ I} = Q - \gamma_1$$

$$Q_{optimo\ II} = Q - \gamma_2$$

$$Q_{optimo\ III} = Q - \gamma_3$$

Donde:

- Q_{óptimo I}: Volumen de pedido con resto optimizado en el Tramo I
- Q_{óptimo II}: Volumen de pedido con resto optimizado en el Tramo II
- Q_{óptimo III}: Volumen de pedido con resto optimizado en el Tramo III
- γ₁ : Condición optimizable en el Tramo I
- γ₂ : Condición optimizable en el Tramo II
- γ₃ : Condición optimizable en el Tramo III

- La tercera restricción permite satisfacer a la demanda en el primer periodo ($t=1$) cuando la demanda pronosticada presenta picos de demanda en los primeros periodos. determinando un “ $Q_{salida\ 3}$ ” como:

$$Q_{salida\ 3} = R_1$$

- La cuarta restricción restringe el número de pedidos, pues según las condiciones iniciales solo se permitirá realizar un pedido por periodo, por lo cual el volumen de pedido “ $Q_{salida\ 4}$ ” no podrá ser pequeño porque existirían demasiados pedidos para pocos periodos; definiendo un tope mínimo del volumen de pedido (Q_{min}) del análisis en todos los periodos.

$$Q_{salida\ 4} = MAX \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_1} R_i}{N_{max\ 1}}, \frac{\sum_{i=n_1+1}^{n_2} R_i}{N_{max\ 2}}, \frac{\sum_{i=n_2+1}^{n_3} R_i}{N_{max\ 3}} \right)$$

Donde:

- $N_{max\ 1}$: Número máximo de pedidos en el Tramo I.
- $N_{max\ 2}$: Número máximo de pedidos en el Tramo II.
- $N_{max\ 3}$: Número máximo de pedidos en el Tramo III.
- n_1 : Numero de periodos en el Tramo I.
- n_2 : Numero de periodos en el Tramo II.
- n_3 : Numero de periodos en el Tramo III.

Luego establecemos el volumen de pedido óptimo “ Q_{salida} ” como el mayor valor de los valores obtenidos en las restricciones, porque satisfacen todas las condiciones, entonces tenemos:

$$Q_{salida} = MAX(Q_{salida\ 1}, Q_{salida\ 2}, Q_{salida\ 3}, Q_{salida\ 4})$$

4.2. Discusión de resultados

Para el análisis de inventario desarrollado en el presente trabajo se ha considerado la demanda con tendencia estacional presente en algunos productos; en la búsqueda de información relativa a modelos desarrollados anteriormente considerando comportamientos de demanda se encontraron a Gutiérrez et al. (1963) que indica la admisión de los modelos de aleatoriedad de la demanda independiente se clasifican en dos grupos: (1) los modelos clásicos y (2) las nuevas tendencias. Asimismo Gutiérrez et al. (1963) afirma que dentro de la categoría de modelos clásicos, el método de tratamiento de la aleatoriedad de la demanda independiente más común, es ignorar dicho fenómeno en el diseño y operación de los sistemas de inventarios y de planeación de la producción; no obstante a lo indicado por Gutiérrez et al. (1963) en el modelo matemático desarrollado se ha convenido que resultaría útil optimizar los procesos de la gestión de cadena de suministros estableciendo una relación entre la demanda y la producción de modo que teniendo en cuenta la demanda pronosticada se planifique las ventas y se programe la producción.

El desarrollo y la metodología descrita en el presente modelo matemático desarrollado está basado fundamentalmente en pronósticos a partir de información histórica, buscando una aplicación de pronósticos de demanda para optimizar el uso de recursos y reducir costos en el manejo de inventario, corroborado por Gutiérrez et al. (1963) que señala que cuando se empieza a tener en cuenta la variabilidad de la demanda, una de las metodologías clásicas más comúnmente usada es la aplicación de sistemas de pronósticos; asimismo respecto a la utilización de sistemas de pronósticos en modelos de gestión de inventarios como lo utilizado en el desarrollo del modelo matemático, Snyder (2002) indica que los sistemas tradicionales computacionales de control de inventarios confían en la suavización exponencial para pronosticar la demanda de ítems de alta rotación; si bien muchos autores toman en cuenta este comportamiento y la suavización exponencial, estos aspectos no fueron considerados en este trabajo porque la tendencia estacional y el suavizado por el método de los multiplicadores estacionales permiten pronosticar demandas futuras fiables.

En el desarrollo del presente modelo matemático a partir de pronósticos de demanda con tendencia estacional, se ha establecido una serie de condiciones que permiten su implementación, estas condiciones son recurrentes en el desarrollo de las variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) lo que concuerda con Yao et al. (2007) que indican que los modelos desarrollados complementan y extienden trabajos previos que surgen de la teoría clásica de Cantidad Económica de Pedido.

En base a lo desarrollado para el siguiente trabajo de investigación se ha considerado que el volumen de los pedidos que se realiza a los proveedores son de similar volumen en todo el periodo de análisis, además no está permitido realizar varios pedidos en un solo periodo facilitando de esta manera la gestión óptima de la cadena de suministros, sin embargo Hadley et al. (1963) consideran que la cantidad a ordenar es nQ donde $n=1,2,3 \dots$, lo que contraviene las condiciones planteadas en el modelo del presente trabajo donde se establece un volumen de pedido constante en todos los periodos de análisis.

Para reducir costos en el modelo desarrollado se realiza un análisis de restricciones definidas a partir de la dinámica del inventario y luego se recurre a las iteraciones para calcular el valor óptimo mediante el comportamiento de las variables a utilizar, afianzando este concepto Liu et al.(2004) buscan resolver los problemas de optimización que tienen restricciones no-lineales que capturan puntos clave de la dinámica de los sistemas complejos de producción e inventarios desarrollando un modelo de múltiples etapas de colas en los inventarios y el sistema de producción, con el objetivo de minimizar los costos de inventarios a lo largo de la cadena.

Para evaluar la optimización de la cantidad a mantener se estableció un indicador de control denominado Factor de Optimización (FOP), pues el manejo de inventario tratara de optimizar la cantidad a mantener, por lo tanto este indicador medirá unidades almacenadas como parte del stock disponible, entonces enfocando nuestros esfuerzos en reducir los productos a mantener en nuestro almacén podemos reducir los costos de mantener y por ende reducir los costos totales. De manera similar pero aplicado al área de producción en un trabajo desarrollado por Kapuscinski et al. (2004) se diseña un sistema de gestión para la toma de decisiones de los inventarios de la cadena de suministro de la empresa Dell Computers, que no maneja inventarios de producto terminado y se reconoce que debe enfocar sus esfuerzos al control de los componentes.

El modelo desarrollado es de revisión continua pues permiten realizar pedidos en cualquier ocasión, además por la naturaleza de la lógica de inventario establecido por tramos en la distribución de pedidos en todos los periodos de análisis, podemos indicar que en el tramo de análisis se busca cubrir toda la demanda existente, por lo que en periodos iniciales del tramo siguiente el pedido será de tipo obligatorio, este comportamiento es repetitivo en todos los tramos de análisis, concordando con las condiciones establecidas por Winston (1994).

Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

- Es posible establecer una variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) considerando estacionalidad de demanda, que permite determinar el volumen óptimo de pedido de alimentos procesados a proveedores, satisfaciendo la demanda pronosticada y minimizando los costos, recurriendo para ello a un análisis de dos bloques en serie, en el primer bloque se optimiza el volumen y número de pedidos en función de los restos (sobrantes), posteriormente en el segundo bloque se realiza un análisis de cuatro restricciones: la primera restricción permite asegurar un inventario final igual a cero y un costo de mantenimiento necesario; la segunda restricción permite satisfacer la demanda pronosticada en todos los tramos de análisis; la tercera restricción permite satisfacer la demanda del primer periodo abasteciendo anticipadamente el almacén antes del inicio de operaciones; la cuarta restricción restringe el número de pedidos en función de la cantidad de periodos existentes en los tramos. Estas restricciones están basados en función del comportamiento de la estacionalidad de la demanda, por lo que al generarse un proceso iterativo en el uso de este método es posible encontrar una convergencia en un valor óptimo que minimiza los costos.
- Se estableció una variante del modelo de Cantidad Económica de Pedido (CEP) considerando estacionalidad de demanda, que pronostica los tiempos de reabastecimiento óptimos para realizar los pedidos; mediante el análisis de la lógica de manejo de inventario y definiendo los tramos presente en nuestro pronóstico de demanda, se reabastece un periodo antes del periodo inicial del tramo en cuestión, luego se completa el número de pedidos empezando del periodo final del tramo y continuando hacia los periodos anteriores; satisfaciendo la demanda y minimizando costos.

5.2. Recomendaciones

- En vista del proceso repetitivo de estacionalidad que surge a partir de la tendencia de los volúmenes de picos de demanda, cuando se analiza por tramos, se recomienda estudiar modelos con tendencia estacional presentes en el comportamiento de los picos de demanda para series de tiempo.
- Como el diseño del modelo matemático es de revisión continua, porque se realizan los pedidos en cualquier instante, sería recomendable que se estudie la influencia de la demanda estacional en un modelo de inventario de revisión periódica, cubriendo la demanda y minimizando los costos.

Referencias bibliográficas

- ABSI, N., & SIDHOUM, S. (2008). The Multiitem Capacitated Lot-sizing Problem with Setup and Shortage Costs. *European Journal of Operational Research*, 185(3), 1351-1374.
- BALLOU, R. H. (1991.). *Logística Empresarial: Control y Planificación*. Diaz de Santos.
- BALLOU, R. H. (2004.). *Logística: Administración de la Cadena de Suministro*. (Quinta edición. ed.). Pearson Educación.
- BOLAND, L. (2007.). *Funciones de la Administración*. EdiUNS.
- BROOKING, S., HAILEY, W., PARKER, H., & WOODRUFF, C. (1995). Evolving Production Technologies: Implications for Inventory Ordering Formulations. *International Journal of Operations & Production Management.*, 15(2), 30-42.
- BUSTOS FLORES, C. E., & CHACON PARRA, G. B. (2012). Modelos determinísticos de inventarios para demanda independiente. Un estudio en Venezuela. *Contaduría y Administración*, 57 (3), 239-258.
- CASHIN, J. A., & POLIMENI, R. S. (2009.). *Fundamentos y Técnicas de Contabilidad de Costos*. editorial Mc Graw Hill.
- CEDILLO, M. (2008.). *Sánchez Análisis Dinámico de Sistemas Industriales*. México.: Editorial Trillas.
- CHAPMAN, S. N. (2006). *Planificación y control de la producción*. Mexico: Pearson Educación.
- CORREA ESPINAL, A. A., GÓMEZ MONTOYA, R. A., & CANO ARENAS, J. A. (2010). *Gestión de Almacenes y Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC)*. Mc Graw Hill.
- D.M. LAMBERT, M. C. (1998.). *Supply Chain Management: Implementation Issues and Research Opportunities, the International Journal of Logistics Management*. (Vol. 9).
- DARWISH, M., & ODAH, O. (2010). Vendor managed inventory model for single-vendor multi-retailer supply chains. *European Journal of Operational Research* 204, 3, 473-484.
- EMIGH, J. (1999). Vendor-managed inventory. *Computerworld*, 33 (34), 52.
- FERRIN GUTIERREZ, A. (2007.). *Gestión de stocks en la logística de almacenes*. FC Editorial.

- FISCHER, L. (2010). *Mercadotecnia*. (Quinta edición. ed.). Mc Graw Hill.
- GITMAN, L. J. (2012.). *Principios de Administración Financiera*. Pearson Educación.
- GUTIERREZ, V., & VIDAL, C. (2008). Modelos de Gestión de Inventarios en Cadenas de Abastecimiento: Revisión de la Literatura. *Revista facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*(43), 134-149.
- HADLEY, G., & THOMSON, W. (1963). *Analysis of Inventory Systems*. Prentice Hall.
- HEIZER, J., & RENDER, B. (2001). *Dirección de la producción. Decisiones tácticas*. (6a. ed. ed.). España: Pearson Educación.
- KAPUSCINSKI, R., ZHANG, R. Q., CARBONNEAU, P., MOORE, R., & REEVES, B. (2004). Inventory decisions in Dell's Supply Chain. *Interfaces*, 34, 191-205.
- KOTLER, P. (2002). *Dirección de Marketing: Análisis, planificación, gestión y control*. (Décima edición. ed.).
- KUSRINI, E. (2005). Sistema de Inventario Multiitem con Restricciones de Inversión y Espacio de Almacén. *Indonesia: Teknoin*, 10(2), 95-103.
- LAMBERT, D., & STOCK, J. (2001). *Strategic Logistics Management*. Boston: Irwin- Mc Graw Hill.
- LIU, C., & RIDGWAY, K. (1995). A Computer-Aided Inventory Management System part 2: Inventory Level Control. *Integrated Manufacturing Systems*, 6(2), 11-17.
- LIU, L., XIAOMING, L., & YAO, D. (2004). Analysis and Optimization of a Multistage Inventory-Queue System. *Management Science*, 50, 365-380.
- MILLER, F. (2010). *Curso de Contabilidad Intermedia. Volumen 4*. Biblioteca UTEHA de contabilidad superior.
- Ministerio de Hacienda del Gobierno de Chile. (2014.). *Sistema de compras y contratación pública. Proceso de abastecimiento*. Santiago de Chile.
- MOYA NAVARRO, M. J. (1999.). *Control de Inventarios y Teoría de colas*. EUNED.
- MULLER, M. (2005). *Fundamentos de administración de inventarios*. Editorial Norma.
- NAHMIAS, S. (2007). *Análisis de la producción y las operaciones* (5a. ed. ed.). México: McGrawHill.

- NEUNER, J. J. (2004). *Contabilidad de Costos*. México D.F.: Editorial Mc. Graw Hill.
- PERDOMO MORENO, A. (2004.). *Fundamentos de Control Interno*. Cengage Learning Editores.
- PEREGRINA PEÑA, P. M. 2000. Empleo de superficies de respuesta para la solución de problemas de inventarios estocásticos. Tesis Licenciatura. Ingeniería Industrial. Departamento de Ingeniería Industrial y Textil, Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas Puebla. Mayo. Derechos Reservados © 2000.
- PIÑA GUTIERREZ, J. (2012). Determinacion de la cantidad economica de pedida en una empresa cauchera venezolana aplicando la tecnica LIMIT. *Ingenieria Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias*, 6(2), 61-72.
- POSADA BOLIVAR, A. (1988). *Analisis e implementacion de un modelo de inventarios*. Puebla.
- PRAHALAD, C., & HAMEL, G. (1990). The Core Competence of the Corporation. *Harvard Business Review*, 68, 79-91.
- SABINO, C. (1991.). *Diccionario de economía y finanzas*. Panapo.
- SANTANDREU, E. (2002.). *Diccionario de términos financieros*. Ediciones Granica.
- SIPPER, D., & BULFIN, R. (1998). *Planeacion y control de la produccion*. México: McGraw - Hill Interamericana.
- SNYDER, R. (2002). Forecasting sales of slow and fast moving inventories. *European Journal of Operational Research*, 140, 684-699.
- TORRES, F., BALLESTEROS, F., & VILLA, M. (2012). Modelo matematico de un sistema coordinando productor-comprador bajo el enfoque VMI. *Ingeniería*, 17 (2), 6-25.
- WINSTON, W. (1994). *Investigacion de operaciones, aplicaciones y algoritmos*. Mexico D.F.: Grupo Editorial Iberoamerica.
- WINSTON, W. (1994). *Investigación de operaciones, aplicaciones y algoritmos*. Mexico D.F.: Grupo Editorial Iberoamerica.
- YAO, Y., EVERS, P., & DRESNER, M. (2007). Supply chain integration in vendor-managed inventory. *Decision Support Systems*(43), 663-674.