UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS SOCIALES

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

ESPECIALIDAD MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

MODELO VAN HIELE Y EL DESARROLLO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS EN EL APRENDIZAJE DE TRIÁNGULOS CON ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA 54036 DE TAMBURCO, 2010

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

EDITH PEÑA HUAMANÍ

Abancay, junio de 2011
PERÚ

UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURIMAC
CÓDIGO MFN
BIBLIOTECA CENTRAL
FECHA DE INGRESO: 28 MAR 2012
Nº DE INGRESO: 00029

MODELO VAN HIELE Y EL DESARROLLO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS EN EL APRENDIZAJE DE TRIÁNGULOS CON ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA 54036 DE TAMBURCO, 2010

DEDICATORIA

Con cariño a mi madre.

AGRADECIMIENTOS

Con gratitud:

A mi amiga y asesora de tesis

Lic. Belén Cabrera Navarrete

por sus orientaciones,

sugerencias y

apoyo.

Al Profesor Joao Ed Morocco Ramos,

por apoyo incondicional

y paciencia.

Al director y docentes de la I.E. 54036 de

Tamburco, por facilitar la realización

de la investigación.

A los estudiantes,

por su alegría y participación.

A todos ellos, mis más sinceros agradecimientos.

Edith Peña Huamaní

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN 8

ABSTRACT 9

INTRODUCCIÓN 10

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 **Definición y formulación del problema** **13**

1.1.1 Interés personal y motivación 13

1.1.2 Descripción del problema 14

1.1.3 Formulación del problema 17

1.2 **Justificación e importancia de la investigación** **17**

1.3 **Objetivos** **19**

1.3.1 Objetivo general 19

1.3.2 Objetivos específicos 19

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la investigación 20

2.1.1 Investigaciones locales 20

2.1.2 Investigaciones nacionales 20

2.1.3 Investigaciones internacionales 21

2.2 Bases teóricas **25**

2.2.1 Modelo van Hiele 25

2.2.1.1 Descripción del modelo van Hiele 26

2.2.1.2 Características del modelo van Hiele 26

2.2.1.3 Niveles de razonamiento según el modelo van Hiele 27

2.2.1.4 Fases del aprendizaje según el modelo van Hiele 29

2.2.2 Capacidades matemáticas 31

2.2.2.1 Comunicación matemática 33

2.2.2.2 Razonamiento y demostración 36

2.2.3 Proceso de enseñanza/aprendizaje 37

2.2.3.1 Escuelas psicopedagógicas 37

2.2.3.2 Proceso de enseñanza/aprendizaje de la matemática 43

2.2.3.3 Proceso de enseñanza/aprendizaje de la geometría 44

2.2.3.3.1 Capacidades específicas en geometría 46

2.2.3.3.2 Geometría como componente del área de matemática 48

2.2.3.3.3 Triángulos como contenido de geometría plana 49

2.3 Marco Conceptual 51

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Formulación de hipótesis 53

3.1.1 Hipótesis general 53

3.1.2 Hipótesis específica 53

3.1.3 Variables y definición operacional 54

3.2 **Diseño de investigación** 55

3.2.1 Tipo y nivel de investigación 55

3.2.2 Método y diseño de investigación 56

3.3 **Población** 56

3.4 **Muestra** 57

3.5 **Descripción de la experimentación** 57

3.6 **Técnicas e instrumentos de recolección de datos** 58

3.6.1 Validez de contenido de las pruebas CM y RD 58

3.6.2 Confiabilidad de las pruebas CM y RD 60

3.7 **Procesamiento de datos** 62

3.8 **Prueba de hipótesis** 62

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Análisis comparativo por grupo 64

4.1.1 Tablas y gráficos comparativos de pre-pruebas 64

4.1.2 Tablas y gráficos comparativos de post-pruebas 68

4.2 Análisis jerárquico 71

4.2.1 Análisis jerárquico de las escalas de forma independiente 71

4.2.2 Análisis jerárquico de los resultados obtenidos en las dos pruebas 73

4.2.3 Resultados sobre la hipótesis general 74

4.3 Análisis de los ítems de las Pruebas CM y RD 75

4.3.1 Análisis de los ítems del test CM y RD 75

4.3.2 Análisis cualitativo de los resultados de los test CM y RD 76

4.3.2.1 Análisis cualitativo del test CM 77

4.3.2.2 Análisis cualitativo del test RD 87

4.4 Discusión y consideraciones 90

CONCLUSIONES 92

RECOMENDACIONES 94

BIBLIOGRAFÍA 96

ANEXOS 102

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla N° 01: Validez de contenido por criterio de jueces del test CM 59

Tabla N° 02: Validez de contenido por criterio de jueces del test CM 60

Tabla N° 03: Confiabilidad del test CM 61

Tabla N° 04: Confiabilidad del test RD 62

Tabla N° 05: Resultados del pre-test CM 65

Tabla N° 06: Resultados del pre-test RD 66

Tabla N° 07: Resultados del post-test CM 68

Tabla N° 08: Resultados del post-test RD 69

Tabla N° 09: Comparación de medias del test CM 71

Tabla N° 10: Comparación de medias del test RD 72

Tabla N° 11: Medias de los resultados de los test aplicados 73

Tabla N° 12: Aciertos del grupo experimental 75

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro N° 01: Operacionalización de la variable independiente " Modelo van Hiele" 54

Cuadro N° 02: Operacionalización de la variable dependiente

" Capacidad Matemática en el Aprendizaje de Triángulos" 54

Cuadro N° 03: Distribución de la muestra 57

Cuadro N° 04: Valores que determinan la confiabilidad interna

del instrumento según el Coeficiente Alfa de Cronbach 61

Cuadro N° 05: Formulación de la hipótesis nula e hipótesis de investigación 63

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico N° 1: Resultados del pre-test CM 65

Gráfico N° 2: Resultados del pre-test RD 67

Gráfico N° 3: Resultados del post-test CM 68

Gráfico N° 4: Resultados del post-test RD 70

Gráfico N° 5: Nivel de significancia del test CM 71

Gráfico N° 6: Nivel de significancia del test RD 72

Gráfico N° 7: Resultados de las dos pruebas aplicadas 74

RESUMEN

El aprendizaje de las matemáticas se ve obstaculizado por problemas entre los que resaltan: enseñanza basada en contenidos con clases magistrales y uso casi exclusivo del pizarrón, manejo excesivo de algoritmos, aprendizaje memorístico sin comprensión.

En este contexto, destacando las ventajas de la aplicación del modelo van Hiele y el desarrollo de capacidades matemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en especial de su componente geometría, se desarrolla la presente investigación bajo la pregunta general *¿Cómo influye la aplicación del modelo de van Hiele en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, al tratar el tema triángulos?*

En esta investigación se utilizó un diseño de investigación "cuasi-experimental" con un grupo experimental y otro de control, con muestra de 43 estudiantes de sexto grado de la IE 54036 de Tamburco. La medición se efectuó mediante la aplicación de pre-test y post-test de dos pruebas denominadas CM y RD, las mismas que permitieron evaluar el desarrollo de las capacidades: Comunicación Matemática y Razonamiento y Demostración. Los resultados de los pre-test demuestran que al inicio los grupos eran homogéneos; después de la aplicación del modelo van Hiele, el grupo experimental muestra mejor rendimiento y comprensión que el grupo de control. Por lo cual se confirma la hipótesis general: *el modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de primaria, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.*

ABSTRACT

The learning of the mathematics meets prevented by problems between those who stand out: education based on contents with magisterial classes and almost exclusive use of the blackboard, excessive managing of algorithms, memory learning without comprehension.

In this context, distinguishing the advantages of the application of the model van Hiele the development of mathematical capacities in the process of education - learning of the mathematics especially from his component geometry, the present investigation develops under the general question: *How the application of the model van Hiele influences in the development of mathematical capacities of the students of the sixth degree of the Educational Institution 54036 of Tamburco, when the topic treats triangles?*

In this investigation there was in use a design of "quasi-experimental" investigation with an experimental and different group of control, with sample of 43 students of sixth degree of the IE 54036 of Tamburco. The measurement was effected by means of the application of pre-test and post-test of two tests named CM and RD, the same ones who allowed to evaluate the development of the capacities: Mathematical Communication and Reasoning and Demonstration. The results of the pre-test demonstrate that to the beginning the groups were homogeneous; after the application of the model van Hiele, the experimental group shows better performance and comprehension that the group of control. By which the general hypothesis is confirmed: *The model van Hiele influences significantly the development of mathematical capacities of the students of the sixth degree of primary, during the development of the content curricular triangles.*

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las matemáticas es un proceso que exige el desarrollo de capacidades cognitivas desde las más básicas hasta las más complejas. Así para lograr un aprendizaje significativo el estudiante necesita partir de experiencias básicas, vocabulario adecuado a la edad y nivel del estudiante, uso de materiales manipulables y participación colectiva y en juegos educativos, para ir avanzando progresivamente a niveles de comprensión más elevados. Sin embargo, en la mayoría de las instituciones educativas del Distrito de Abancay y Tamburco, el proceso de enseñanza/aprendizaje del área de matemática viene centrado en el docente, contenido y reproducción fiel de fórmulas; dejando como resultado niveles de comprensión inferiores a los deseados, bajas calificaciones, exclusión académica y poca disposición frente al aprendizaje.

En este contexto, se destaca el modelo van Hiele que surge en 1957 durante las disertaciones de las tesis doctorales de Pierre M. van Hiele y Dina van Hiele-Geldof y que ha sido aplicado en la elaboración de currículos a nivel internacional; sin embargo en nuestro contexto resulta desconocido. Así la tesis titulada *"Modelo van Hiele y el desarrollo de capacidades matemáticas en el aprendizaje de triángulos con estudiantes del sexto grado de la institución educativa "54036" de Tamburco, 2010*", es producto de una investigación aplicada y cuyo objetivo principal es demostrar que la aplicación del modelo de van Hiele mejora significativamente el desarrollo de capacidades matemáticas.

Esta investigación centra su interés en el desarrollo de capacidades matemáticas (Comunicación matemática y Razonamiento y demostración) a partir del bloque Geometría y Medida dentro del cual se considera como objeto de estudio los triángulos (descripción, notación, elementos, propiedades básicas, clasificación). Para ello se elaboró y ejecutó sesiones

de aprendizaje basadas en las directrices del modelo de van Hiele (ideal para el desarrollo de contenidos geométricos, con capacidad para extenderse a otros contenidos matemáticos); y el desarrollo de la temática se ajusta a la programación del quinto y sexto ciclo de Educación Básica Regular.

El diseño de investigación utilizada es "cuasi-experimental" con un grupo experimental y otro de control. La medición se efectuó mediante la aplicación de pre-test y post-test de dos pruebas denominadas CM y RD, las mismas que evaluaron el desarrollo de las capacidades Comunicación Matemática y Razonamiento y Demostración. Los resultados de los pre-test demuestran que al inicio los grupos eran homogéneos. Después de la aplicación del modelo van Hiele, el grupo experimental obtiene ventajas notorias frente al grupo de control, así mismo, los resultados comparativos entre el pre-test y post-test del grupo experimental se elevan considerablemente. Dichos resultados permiten aseverar que *el modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de primaria, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos*; así mismo conduce a la adquisición de aprendizajes significativos y a mejorar el rendimiento académico, respecto de quienes abordaron el tema en forma pasiva, con exposición del profesor y participación receptiva de los estudiantes.

Por consiguiente, la información contenida en el presente trabajo, se estructura en cuatro capítulos que se resumen a continuación:

En el Primer Capítulo, titulado *PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA*, se presenta y formula el problema de investigación, los objetivos, la justificación e importancia de la investigación.

En el Segundo Capítulo, denominado *MARCO TEÓRICO*, se menciona investigaciones que se utilizan como antecedentes de la investigación, se presenta el marco teórico que orienta y sustenta el trabajo de investigación y finalmente se realiza una exposición de la definición de algunos términos básicos utilizados. En este apartado cabe resaltar que para lograr mayor sustento teórico/científico, la investigación se apoya en las teorías psicopedagógicas de mayor referencia en nuestro país.

En el Tercer Capítulo, denominado *MARCO METODOLÓGICO*, se expone el sistema de hipótesis de investigación, se identifican las variables operacionalizadas y se detallan los indicadores; así mismo se describe el procedimiento metodológico seguido, indicando el tipo, nivel, método y diseño de investigación, delimitando la población y muestra, así como las técnicas e instrumentos para la recolección de datos y las consideraciones para la prueba de hipótesis.

En el cuarto capítulo, denominado *ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS*, se presenta, analiza e interpreta los resultados, se redacta las conclusiones y recomendaciones.

Finalmente a la estructura planteada, acompaña la sección *REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS*, que es el registro de autores en orden alfabético, cuya redacción se basa en el sistema APA y la Guía para el Registro y Citado de Fuentes Documentales de la Pontífice Universidad Católica del Perú (PUCP). Es preciso resaltar que las referencias bibliográficas fueron extraídas de la base de datos DIALNET, de revistas educativas como: REDALIC, RELIME, OEI, PNA, SUMA, de fuentes confiables como MINEDU; complementan la información de bibliotecas locales y nacionales.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. DEFINICIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1.1. Interés personal y motivación

El interés por realizar esta investigación tiene su origen durante mi experiencia de estudios, prácticas pre-profesionales y laborales. Periodos en que se observó cómo se desarrolla el proceso de enseñanza/aprendizaje en el Distrito de Abancay y Tamburco. Me llamó la atención ver las dificultades que enfrentan los estudiantes en su aspiración voluntaria e involuntaria de apropiarse de conocimientos matemáticos al punto de observar en ellos frustración y rechazo a esta. En las observaciones de las clases de matemática referentes al bloque de Geometría y Medida, tenía la impresión de que eran abordados velozmente a excepción del cuarto grado del nivel secundaria. La enseñanza básicamente estaba reducido a la memorización y aplicación de fórmulas y unos cuántos gráficos en muchos casos mal dibujados y en otros recurriendo a figuras prototípicas. Por otro lado, me parecía que llegar a un debate en clase de matemática resulta una utopía, para muchos docentes del área es mejor avanzar y evitar situaciones que produzcan pérdida de tiempo. Estas observaciones me llevaron a

preguntándome por primera vez ¿Comentar sobre lo avanzado en la clase de matemáticas es pérdida de tiempo?

Con el tiempo una reflexión más profunda, estas prácticas educativas están o no conectadas con las orientaciones curriculares y metodológicos del MED, pues en la práctica las clases de matemáticas distaban mucho de ser lugares apropiados para que el estudiante explore situaciones matemáticas y no matemáticas, las verifique, negocie, valide, se comunique eficazmente, etc.

Finalmente, en la maraña de pensamientos se reflexionaba sobre cómo se debe orientar la enseñanza de la matemática, por un lado para conseguir desarrollar en nuestros estudiantes capacidades que le permitan ser personas reflexivas y críticas y por otro lado elevar el rendimiento académico.

Entre una y otra reflexión, me ayudaron a vislumbrar las lecturas sobre didáctica de la matemática y finalmente la primera lectura sobre el modelo de van Hiele y sus aportes a la enseñanza de la geometría.

1.1.2. Descripción del problema

En la actualidad existe un problema señalado por muchos y es que aprender matemática no resulta fácil y si a esto le sumamos una enseñanza basada sólo en contenidos nos tropezamos con actitudes negativas, poco desarrollo de capacidades y comprensión de la matemática que se ve reflejada en el cuadro de los malos resultados y la exclusión académica de muchos estudiantes al abordar temas de matemática. Como afirma Rico (1991: 243) "La experiencia escolar que recordamos la mayoría de nosotros sobre las matemáticas está mucho más relacionado con las dificultades, incomprensión, fracaso y rechazo que con las actitudes positivas"

El Perú no es ajeno a vivir este problema y peor aún, es uno de los países con menores índices de rendimiento académico, así lo revelaron las diversas evaluaciones internacionales de medición de la calidad educativa en las que ha participado. Por ejemplo, los resultados comparativos en alfabetización matemática PISA 2000 reportan que "El desempeño de los mejores estudiantes peruanos, es inferior al promedio de los países desarrollados (OCDE)... inclusive los mejores estudiantes peruanos obtienen un desempeño por debajo del de sus pares en la región" (MED 2004: 138). Similares resultados se obtienen en el SERCE organizado y coordinado por el LLECE - UNESCO, donde se evidencia que nuestros estudiantes sólo son capaces de resolver problemas que involucran aplicación directa de fórmulas.

Así mismo, en la última década el MED viene analizando y reportando los avances de los peruanos en alfabetización matemática a partir de la UMC, donde se pone de relieve que los "Estudiantes muestran limitaciones para reflexionar, realizar inferencias y para comprender y resolver las situaciones de contenido matemático elemental que se les presentan" (MED 2005: 219). En los reportes emitidos sobre los resultados de la EN 2001, se informa que "... menos del 5 por ciento logró un desempeño suficiente, el 13 por ciento un nivel básico y alrededor del 83 por ciento un nivel por debajo del básico" (MED 2003: 47).

Por otro lado, las observaciones realizadas en diferentes I.E de la localidad son similares a las que se señalan en otros ámbitos territoriales, donde resaltan la falta de actualización e innovación en temas de enseñanza, que se refleja en la repetición de las mismas definiciones, ejemplos y tareas por varios años consecutivos, y el carácter individual de enseñanza. Así "En la práctica la asignatura de matemática se desarrolla siguiendo un tradicional enfoque, así por lo general, una clase de matemática se inicia con definiciones (correspondientes al tema) mediante clases magistrales a cargo de un docente con poco o ningún uso de instrumentos mediacionales

aparte de pizarra y plumón" (Ramos y Font 2008: 236). El propósito es desarrollar el mayor número de contenidos en detrimento de la calidad de los aprendizajes. Respecto a la evaluación, en la mayoría de centros educativos el aprendizaje matemático se evalúa en base a la aplicación fiel de las técnicas y algoritmos aplicados en clase, con énfasis a los resultados obtenidos (el estudiante que sabe, es aquél que repite las definiciones y sigue al pie de la letra los algoritmos enseñados). Las matemáticas requeridas son, por lo general evidentes, mediante la aplicación de fórmulas, concibiéndose al proceso enseñanza/aprendizaje de la matemática como una simple transmisión de: definiciones, principios, conceptos, métodos y aplicaciones donde la actividad del estudiante se limita a tratar de captar lo que los grandes matemáticos han descubierto. Esto trae como colación, la poca disposición de los estudiantes frente a diversos temas matemáticos, considerando como la asignatura más complicada y aburrida. Esto bajo el mito las matemáticas son para personas inteligentes, genios, con habilidades especiales,..., donde sólo los estudiantes inteligentes son los que obtienen notas aprobatorias.

Así mismo "La incongruencia entre el lenguaje natural y el lenguaje formal propio del conocimiento matemático y actitudes como el miedo al fracaso, a la equivocación, el miedo al ridículo, el deseo de terminar pronto la actividad, la ansiedad, la apatía, ... son algunas de las actitudes que pueden provocar una dificultad añadida al quehacer matemático" (Sordo 2005: 21-23). Por otro lado "Los docentes atribuyen mayor reconocimiento del trabajo realizado en otras ramas de la matemática, así los conocimientos geométricos son sacrificados y desplazados hacia las últimas unidades didácticas de la planificación escolar, inclusive se llega a prescindir de su tratamiento por falta de tiempo" (Etcheverr, Reid y Botta 2009: 104). Por otro lado en nuestras aulas sigue preponderando el estudio memorístico fórmulas y con excesivo tratamiento de tipo algebraico, desconociendo la importancia de la visualización, así es común ver

cuadernos, ejercicios o exámenes de geometría en los que no hay dibujos, sino que el estudiante pasa directamente del enunciado a la aplicación de fórmula sin necesidad de visualizarlo y, por supuesto, sin comprender realmente lo que está haciendo.

Se coincide con Hernandez (1997: 22) "Nuestras escuelas inciden fuertemente en los algoritmos y menos en el desarrollo de estrategias y en la maduración de procesos cognitivos superiores, tales como el nivel de razonamiento y la comprensión conceptual".

1.1.3. Formulación del problema

¿Cómo influye la aplicación del modelo de van Hiele en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, al abordar el tema triángulos?

Con respecto a ello tenemos las siguientes preguntas orientadoras:

P.E.1 ¿Cómo influye la aplicación del modelo de van Hiele en el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, 2010?

P.E.2 ¿Cómo influye la aplicación del modelo de van Hiele en el desarrollo de la capacidad razonamiento y demostración de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, 2010?

1.2. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación comparte la interpretación de educación matemática como "conjunto de procesos implicados; en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es decir en la construcción, comprensión, transmisión y valoración del conocimiento matemático, que ocurre con carácter intencional y tienen lugar durante las interacciones entre profesores y estudiantes al asignar y compartir significados ... su campo de estudio se amplía a la globalidad

de centros escolares y centros de formación de profesores" (Rico 1999: 305-306). Así mismo dado que la investigación se centra en el desarrollo de capacidades matemáticas a partir del tema triángulos (considerado como una pequeña parte del programa curricular del quinto y sexto ciclo de la EBR) y teniendo los medios necesarios y la facilidad otorgada por el director Dionisio Soria para la aplicación de la investigación en la I.E 54036 de Tamburco; se considera que esta investigación queda justificada en el aspecto de factibilidad.

Se cree que la presente investigación resulta original, por cuanto pone énfasis en el desarrollo de capacidades matemáticas enmarcado en un ambiente cooperativo promovido y mediado por el docente, en un entorno atractivo al estudiante considerando su nivel de razonamiento, además se busca abordar conceptos matemáticos (triángulos) a partir de la manipulación de materiales concretos.

Se considera que este trabajo puede constituir un aporte en la organización de las clases de matemática (especialmente en el tema de triángulos) con miras a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, de esta manera se estaría alcanzando la justificación de implicancia didáctica.

Así mismo, se cree que la presente investigación tiene relevancia social por que investigar acciones educativas permite validar propuestas de intervención para matemática, esto favorece a elevar el rendimiento académico y desarrollar capacidades cognitivas básicas y propias de esta área. En este sentido los beneficiados son los estudiantes que tienen la posibilidad de aprender geometría (triángulos) con más entusiasmo, motivación, interés, interacción; así mismo les permitirá mejorar sus rendimiento académico y estar mejor preparados para niveles de conocimiento superior. También se considera que serán beneficiados los docentes al poder contar con información empírica que arroja luces sobre el impacto del uso del modelo van

Hiele, incorporando así un recurso más para enfrentar la tarea docente de una forma motivadora y creativa.

Finalmente, se presume que los resultados de la presente investigación servirán como antecedente de propuestas didácticas para enriquecer el aprendizaje de la matemática.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo general

Demostrar que la aplicación del modelo de van Hiele mejora significativamente el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, al abordar el tema de triángulos.

1.3.2. Objetivos específicos.

O.E.1 de Determinar la influencia de la aplicación del modelo de van Hiele en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática de estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa 54036 Tamburco, al abordar el tema de triángulos.

O.E.2 Determinar la influencia de la aplicación del modelo de van Hiele en el desarrollo de la capacidad de Razonamiento y Demostración de los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, al abordar el tema de triángulos.

CAPÍTULO II:

MARCO TEÓRICO

Considerando que todo trabajo de investigación se apoya en investigaciones anteriores y conceptos teóricos ya validados, en este apartado se asienta las fuentes que sustentan la presente investigación.

2.1 ANTECEDENTES

Al analizar los trabajos de investigación acerca del tema, se encontró investigaciones a nivel internacional que cuenta de efectos positivos de la aplicación del modelo van Hiele sin embargo, trabajos de tal naturaleza son muy limitados a nivel nacional.

2.1.1 Antecedentes Locales

En las bibliotecas de la Universidad Nacional Micaela Bastidas de Apurímac, Universidad Tecnológica de los Andes y del Instituto Pedagógico La Salle de Abancay, no se encontraron trabajos de investigación referentes a la aplicación del modelo van Hiele y capacidades matemáticas.

2.1.2 Antecedentes Nacionales

Para ubicar estos estudios en primera instancia se procedió a buscar a través de las bibliotecas virtuales de la Universidad Mayor de San Marcos y de la Pontificia Universidad

Católica del Perú. Lamentablemente no se encontró investigaciones sobre el tema. A continuación se cita las investigaciones más cercanas a nuestro objeto de estudio.

a) **SULCA ARBAIZA, Arturo** (2000) "Uso de la regla y el compás para la enseñanza aprendizaje de la Matemática en Educación Secundaria", tesis de maestría presentado en la Pontificia Universidad Católica del Perú. Investigación que demuestra que el uso de la regla y el compás durante las sesiones de clase, elevan el rendimiento de los estudiantes en el dominio cognoscitivo de algunos temas de la Matemática en la Educación Secundaria. El proceso experimental se realiza con estudiantes del cuarto grado de secundaria.

b) **CARREÑO, Emma y CLIMENT, Nuria** (2010), Este trabajo se ejecutó la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Piura, especialidad de matemática y física. El objetivo de este, es analizar el conocimiento geométrico sobre polígonos de estudiantes para profesor peruano; dicho conocimiento se describen en función de las capacidades que evidencian, para ello se utilizó como referente el modelo de van Hiele, específicamente los tres primeros niveles. Entre sus conclusiones tenemos: los estudiantes muestran seria limitaciones al definir, clasificar y representar gráficamente objetos geométricos, más aún al momento de realizar alguna demostración. Los estudiantes tienen imágenes prototípicas fuertemente establecidas que originan confusión y finalmente dichos estudiantes se moverían entre los niveles uno y dos.

2.1.3 Antecedentes Internacionales

A nivel internacional, se hizo una búsqueda a través de la base de datos Dialnet y se encontró investigaciones en relación con la aplicación del modelo van Hiele y unos pocos en relación a las capacidades matemáticas, los cuales son citados a continuación:

a) **MARCOS LORENZÓN, Guillermina** (2009) "Un Modelo de Competencias Matemáticas en un Entorno Interactivo", tesis doctoral de la Universidad de la Rioja. Este estudio se enmarca en la investigación acción, cuya población de estudio lo constituyen tres estudiantes elegidos no aleatoriamente los cuales participaron de un taller bimodal (virtual y presencia) de geometría. Concluyendo que estos tres estudiantes han progresado en relación al desarrollo de su competencia comunicativa geométrica a lo largo del taller; además de acuerdo a sus objetivos se llegó a las siguientes conclusiones:

- La comunicación matemática debe constituir un objetivo muy importante y a la vez un contenido fundamental en relación a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en la ESO.
- El escribir de geometría, constituye una modalidad comunicativa que favorece el desarrollo de la competencia comunicativa matemática en particular y mejorar las capacidades geométricas en general.
- Resulta posible y motivador organizar la enseñanza de la geometría en la ESO a través de un entorno interactivo de aprendizaje que incluya el uso de las TIC.
- El proceso de enseñanza de la geometría, puede organizarse a través de un modelo que permita atender a la diversidad en el aula, adaptando las actividades a cada estudiante de manera que cada uno desarrolle al máximo sus potencialidades de aprendizaje y sin perder la coherencia dado por los contenidos geométricos planteados.

b) **ROJAS ÁLVAREZ, Carlos** (2005) "Mentefactos y Niveles de Razonamiento Geométrico, según van Hiele, en alumnas de Licenciatura de Pedagogía Infantil",

reporte de investigación de la Universidad del Norte. Este estudio tiene como objetivo la descripción del razonamiento geométrico, según van Hiele. El estudio es de tipo cuantitativo, con diseño pre-experimental con un sólo grupo, realizado a 15 alumnas del primer semestre de la licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad del Norte en el año 2005, de las cuales se seleccionó una muestra de ocho estudiantes por muestreo no probabilístico intencional. Se aplicó una prueba antes de comenzar la unidad de geometría y otra al terminar la unidad para describir el razonamiento geométrico según van Hiele. Se realizó un análisis estadístico-descriptivo de los niveles y se concluyó que al comenzar la unidad de geometría la moda era el nivel cero y el nivel dos, y al finalizar la unidad la moda era el nivel dos.

c) **AFONSO MARTÍN, María** Candelaria (2003) "Los niveles de pensamiento geométrico de van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio", tesis doctoral de la Universidad de la Laguna. Esta investigación se ha desarrollado en cuatro etapas, correspondientes a las fases: exploratoria, preparación y diseño de la investigación, implementación en el aula y cierre de la investigación; y fue aplicado a 11 docentes en actividad. Los objetivos planteados fueron tres: Diseñar, implementar y evaluar un programa de formación de profesores de matemáticas, en activo, que utiliza las competencias didácticas que derivan de las modelizaciones de van Hiele, Analizar las competencias didácticas de los profesores en activo, antes y después de cursar el programa de formación y Analizar la predisposición de los profesores en activo hacia el uso de las modelizaciones de van Hiele, después de cursar un programa de formación. Las conclusiones arribadas expresan que el diseño instruccional muestra pertinencia y congruencia entre los objetivos del programa y las necesidades de los

profesores de matemáticas en activo por lo que puede considerarse como viable y satisfactorio; respecto a la aplicación de este modelo en las aulas se tiene que siete de los once profesores aplicaron por lo menos seis meses después de manera autónoma las modelizaciones de van Hiele y por último la implementación del microcurrículo de geometría (ángulos, medida de los ángulos y giros). De acuerdo con los resultados de la evaluación del diseño del programa de formación se concluye que éste fue satisfactorio.

a) **NAVARRO DOMÍNGUEZ, María de los Ángeles** (2002) "Un estudio de convergencia encuadrada en el modelo de van Hiele y sus correspondiente propuesta metodológica", tesis doctoral presentado en la Universidad de Sevilla. Esta investigación tiene como objetivos: determinar los descriptores de los niveles de razonamiento del proceso de convergencia de una sucesión, en concordancia con el modelo educativo de van Hiele, y proporcionar una propuesta metodológica que permita introducir el concepto de convergencia de una sucesión de forma que el estudiante construya el concepto a partir de la visualización. Se diseñaron guiones de entrevista clínica, semiestructurada y de tipo socrático aplicado a 26 estudiantes de la Escuela Universitaria de Arquitectura Técnica y estudiantes de 4° de la ESO y 1° y 2° de Bachillerato; así mismo se aplicó un cuestionario de respuesta múltiple a 301 estudiantes que cursaban el primer ciclo de estudios universitarios en distintas Escuelas Técnicas y Facultades. Las conclusiones a las que arriba el autor son: La visualización utilizada hace que el estudiante se sienta inclinado a manejar por sí mismo, de una forma intuitiva, nociones y razonamiento del infinito, que tradicionalmente han supuesto un obstáculo en la adquisición de este concepto.

2.2 BASES TEÓRICAS

2.2.1 Modelo van Hiele

Es un prototipo de enseñanza y aprendizaje de la geometría, que describe, por un lado cómo evoluciona el razonamiento geométrico de los estudiantes y, por el otro, cómo el docente puede ayudar al estudiante a mejorar la calidad de ese razonamiento.

Este modelo fue diseñado por Pierre Marie van Hiele y Dina van Hiele-Geldof, un matrimonio holandés. Data de final de los cincuenta y a pesar de ello no ha perdido vigencia, y es más está en concordancia con la concepción constructivista del aprendizaje. Estos autores fundamentan que en la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos. Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento.

Un aspecto muy importante señalado por Pierre van Hiele (1957) es el relacionado a comprensión geométrica, a partir de tres estructuraciones: perceptiva, lingüística y lógica. Así mismo señala algunas condiciones prácticas que favorecen la formación de la comprensión, entre estas tenemos: el interés por un determinado tema, recapacitación, uso de material didáctico y empleo de mecanismos de control que indiquen el progreso alcanzado por el estudiante; sugiere también que es necesario averiguar y analizar los errores cometidos por los estudiantes. Además señala, que el mayor peligro para que el aprendizaje progrese es la falta de confianza en sí mismo, por lo que es evidente que la primera tarea del profesor será quitarle al estudiante la idea de que para las matemáticas se necesita ser un cerebro.

2.2.1.1. Descripción del modelo van Hiele

La propuesta didáctica de los van Hiele, consta de dos partes, una descriptiva en la que se identifica una secuencia de tipos de razonamiento y su progreso en los denominados "niveles de razonamiento", y otra instructiva que sugiere a los profesores directrices sobre cómo pueden ayudar a sus estudiantes para que alcancen con más facilidad un nivel superior de razonamiento, que reciben el nombre de "fases de aprendizaje".

El corazón de este modelo, se basa en las ideas planteadas por los esposos van Hiele tal como señalan Jaime y Gutiérrez (1990: 305):

- Se puede encontrar varios niveles diferentes de perfección en el razonamiento de los estudiantes de matemática.
- Un estudiante sólo podrá comprender realmente aquellas partes de las matemáticas que el profesor le presente de manera adecuada a su nivel de razonamiento.
- Si una relación matemática no puede ser expresada en el nivel actual de razonamiento de los estudiantes, será necesario esperar a que éstos alcancen un nivel de razonamiento superior para presentársela.
- No se pude enseñar a una persona a razonar de una determinada forma. Pero sí se le puede ayudar, mediante una enseñanza adecuada de las matemáticas a que llegue lo antes posible de esa forma.

2.2.1.2. Características del modelo van Hiele

Las características asignadas al modelo van Hiele, por diferentes autores son:

a) Secuencial: Se debe avanzar en orden por los niveles, ya que cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior.

b) Progresivo: El progreso de nivel a nivel, depende más de los contenidos y los métodos que de la edad o maduración biológica. El paso de un nivel a otro se produce de manera continua y pausada.

c) Intrínseco / extrínseco: Los objetos propios de un nivel llegan a ser los objetos de estudio en el siguiente nivel.

d) Lingüística: Cada nivel tiene sus símbolos lingüísticos y una red de relaciones.

e) Emparejamiento: La instrucción y el nivel de razonamiento del estudiante deben estar en concordancia, de lo contrario el aprendizaje deseado y su progreso no se dará.

2.2.1.3. Niveles de razonamiento según el modelo van Hiele

Los niveles describen las capacidades de razonamiento que condicionan la forma de resolver problemas, los modos de expresión, la comprensión y utilización de los conceptos geométricos y se reflejan en los modos de interpretación, definición, clasificación y demostración que realizan los estudiantes.

Nivel 1: Reconocimiento (Visualización), en este nivel los estudiantes:

- Reconocen el espacio como algo que existe alrededor del estudiante.
- Perciben las figuras geométricas globalmente, no por sus elementos ni componentes.
- Describen las figuras por su forma y a veces por semejanza con objetos de su entorno; utilizan con frecuencia expresiones como "... se parece a...""...tiene forma de..."
- Identifican formas específicas, pueden copiar las figuras.

- No pueden comparar las figuras con características comunes, debido a que perciben las figuras como objetos individuales, por lo que no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase.
- Aprender vocabulario geométrico básico.

Nivel 2: Análisis, en *este* nivel los estudiantes se caracterizan por:

- Comenzar a analizar algunos conceptos geométricos usando para ello la observación y la experimentación.
- Describir y reconocer las figuras por sus componentes y propiedades.
- No pueden realizar clasificaciones de los cuerpos y figuras a partir de las propiedades (que en términos piagetanos, se diría no tienen la habilidad de hacer inclusiones de clases).

Nivel 3: *Clasificación* (Abstracción), en este nivel los estudiantes:

- Reconocen que unas propiedades se deducen de otras y de describir esas implicaciones.
- Establecen interrelaciones de las propiedades dentro de las figuras y entre figuras.
- Realizan clasificaciones lógicas.
- Describen las figuras de manera formal, es decir en función de las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir.

- Justifican informalmente y entienden el significado de una definición explicada por el profesor o desarrollada en el libro de texto, pero no son capaces de construir por sí mismos.
- Al no ser capaces de realizar razonamientos lógicos formales ni sentir su necesidad, no comprenden la estructura axiomática de las matemáticas.

Nivel 4: Deducción, en este nivel los estudiantes se caracterizan por:

- Realizar deducciones y demostraciones lógicas y formales, y aceptan que es el único medio para verificar la veracidad de una afirmación.
- Comprender la estructura axiomática de la matemática es decir, el sentido y la utilidad de términos no definidos, axiomas y teoremas.
- Comprender el proceso de cómo llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas.

Nivel 5: Rigor, en este *nivel* los individuos son capaces de trabajar en distintos sistemas axiomáticos prescindiendo de cualquier soporte concreto para desarrollar su actividad matemática.

2.2.1.4. Fases del aprendizaje según el modelo van Hiele.

De acuerdo con Jaime y Gutiérrez (1990: 330) "La idea central del modelo de van Hiele en lo que respecta a la relación entre la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de la capacidad de razonamiento es que la adquisición por una persona de nuevas habilidades de razonamiento es fruto de su propia experiencia"; sin embargo, es posible ayudar y acelerar

dicho desarrollo. En este sentido el modelo de van Hiele propone las fases de aprendizaje como orientadores para secuenciar y organizar el currículo geométrico.

Fase 1: "Información", es una fase de toma de contacto, donde el profesor informa sobre el objeto de estudio a trabajar, con que materiales, nuevo vocabulario y hace preguntas necesarias para el trabajo. Por lo que también es una fase para detectar los conocimientos previos de los estudiantes.

Fase 2: "Orientación Dirigida", en esta fase, el maestro presenta materiales de manera organizada que permitan al estudiante explorar y realizar actividades. El objetivo principal de ésta fase es conseguir que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuales son los conceptos, propiedades de los cuerpos o figuras que están estudiando.

Fase 3: "Explicación", en esta fase, se intercambia opiniones sobre los objetos y figuras desde las experiencias previas que trae el estudiante. Así mismo, el profesor ayuda con la utilización del lenguaje buscando que el estudiante se apropie del lenguaje geométrico pertinente.

Fase 4: "Orientación Libre", en esta fase, los estudiantes aplican los conocimientos y el lenguaje que acaban de adquirir a otras investigaciones; el docente presenta actividades más complejas donde los estudiantes puedan resolverlas de diferentes maneras combinando los conocimientos aprendidos, pueden ser tareas abiertas o cerradas. Es decir el aprendizaje se apoya en la experiencia del estudiante, dando lugar

a la investigación que puede dar lugar a explicaciones descubiertas por el mismo estudiante.

Fase 5: "Integración", en esta fase, los estudiantes hacen un análisis y síntesis de lo aprendido para tener una visión general del tema, con nuevo lenguaje, nuevos objetos, propiedades y relaciones observadas.

2.2.2 Capacidades matemáticas

En los últimos años, se ha extendido y popularizado el término "desarrollo de capacidades" en estrecha relación con la palabra competencia y comprensión, abriéndose camino con asombrosa facilidad en programaciones, currículos y evaluaciones. A pesar de ello el concepto de capacidades así como de competencia matemática y comprensión, sigue siendo objetos de muy difícil operativización.

Este apartado se inicia resaltando la importancia de la comprensión en el proceso de enseñanza/aprendizaje de matemáticas. Así el NCTM (2003: 21) señala que uno de los objetivos de los programas de matemáticas es propiciar la autonomía de aprendizaje y aprender comprendiendo, agrega además que desgraciadamente, aprender sin comprender a sido resultado frecuente de la enseñanza de las matemáticas. Pierre van Hiele coincide que el término comprensión se encuentran en las memorias de las programaciones didácticas y señala que con frecuencia se suele oír en reuniones y encuentros con padres y profesores; señala además que no manifestar comprensión en una determinada materia sirve como argumento para hacer elegir al estudiante una opción académica distinta. Según Bransford, Brown y Cocking (1999) citados por el NCTM indican que "Los estudiantes que memorizan hechos o procedimientos sin comprender, frecuentemente no están seguros de cuándo o cómo utilizar lo

que saben, y tal aprendizaje es muchas veces bastante frágil" y su lado Skemp (1976) también citado por NCTM, considera que "Si las ideas están bien conectadas y conceptualmente fundamentadas, son más fácilmente asequibles para su empleo en situaciones nuevas".

De lo anterior es evidente que el término comprensión resulta importante, pero cabría la pregunta de ¿Qué es comprensión?

En los Principios y Estándares de la Educación Matemática, comprender implica hacer conexiones internas y externas, vale decir los estudiantes deben conectar ideas matemáticas estudiados desde sus diferentes componentes, relacionar los temas matemáticos con otras disciplinas y reconocer su utilidad para la vida y el trabajo. Aunque van Hiele no define el término comprensión, considera que un estudiante comprende cuando ofrece para cada paso una explicación que el mismo ha hallado, cuando reproduce los pasos hallados en esa solución fácilmente y cuando es capaz de actuar de forma adecuada ante nuevas situaciones, y esta manifestación sólo se logra en colaboración con el propio estudiante (logrando entablar una relación de confianza). Este autor enfatiza que comprensión y situación de aprendizaje van muy unidas, señala que una de las características de la comprensión es la intransferibilidad, no negando la posibilidad de ayuda.

Respecto al término competencia matemática, PISA la define como: "Una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos" (PISA 2006: 74). Así mismo PISA considera que las actitudes y los sentimientos positivos, como la seguridad en uno mismo, la curiosidad, los sentimientos de

interés y relevancia o el deseo de hacer o comprender ciertas cosas, contribuyen considerablemente.

El LLECE-UNESCO, entiende por competencia matemática: "La capacidad de administrar nociones, representaciones y utilizar procedimientos matemáticos para comprender e interpretar el mundo real." Esto implica que el estudiante desarrolle capacidades matemáticas como: interpretar datos, establecer relaciones y conexiones; poner en juego conceptos matemáticos; analizar regularidades; establecer patrones de cambio; encontrar, elaborar, diseñar y/o construir modelos; argumentar; justificar; comunicar procedimientos y resultados.

Para Goldin (1987) citado por Hernández, la palabra competencia describe las capacidades del individuo para ejecutar con éxito una clase de tareas, en su caso, la resolución de problemas matemáticos.

A criterio personal, la palabra competencia alude a la habilidad de afrontar, a partir de las habilidades adquiridas, nuevas tareas o retos que supongan ir más allá de lo ya aprendido. De todas maneras, el logro de una competencia matemática implica el desarrollo de varias capacidades.

Por otro lado, de acuerdo a la organización educativa del Perú, el área de matemática involucran el desarrollo transversal de las capacidades de: Razonamiento y Demostración, Comunicación Matemática y Resolución de Problemas. Esta investigación pone énfasis en las capacidades de comunicación matemática y razonamiento y demostración.

2.2.2.1 **Comunicación matemática**

En los últimos años, es notable la importancia que ha cobrado el aprender a comunicarnos matemáticamente, así lo demuestran las orientaciones curriculares de muchos países incluido el Perú.

La comunicación matemática es la "Transmisión y recepción de códigos relacionados a situaciones matemáticas o de un lenguaje cotidiano" (MED 2007a: 22). Implica el uso de las diferentes formas de representación: diagramas, gráficas, expresiones simbólicas, expresiones verbales.

"El lenguaje matemático es un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos... y por su capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto" (MEC 2006, citado por Marcos 2008)

El NCTM (2003: 64), señala la necesidad de capacitar a los estudiantes para "Organizar y consolidar su pensamiento a través de la comunicación; comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros, profesores y otras personas; analizar y evaluar las estrategias del pensamiento matemático de los demás y usar el lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas con precisión".

El proyecto OCDE/PISA también destaca la importancia de la comunicación matemática, es así que de las 8 capacidades elegidas, 4 hacen referencia a comunicación matemática (argumentar; comunicar; representar; utilizar lenguaje simbólico, formal y técnico).

El MED a través del DCN-EBR pone de manifiesto que el estudiante al finalizar la EBR debe ser comunicativo; es decir, capaz de "Expresa con libertad y en diferentes lenguajes y contextos lo que piensa y siente, comprende mensajes e ideas diversas, es dialogante y capaz de escuchar a otros. Interpreta diversos lenguajes simbólicos" (MED 2008: 33) Específicamente en el área de matemática, este mismo documento señala que:

"El proceso de Comunicación matemática implica organizar y consolidar el pensamiento matemático para interpretar, representar (diagramas, gráficas y expresiones simbólicas) y expresar con coherencia y claridad las relaciones entre conceptos y variables

matemáticas; comunicar argumentos y conocimientos adquiridos; reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y aplicar la matemática a situaciones problemáticas reales" (ídem 187)

Así mismo el Modelo de van Hiele sugiere que cada nivel lleve asociado un tipo de lenguaje para comunicarse y un significado específico del vocabulario matemático e ir ganando precisión y perfeccionando en el lenguaje geométrico.

Según el Informe COCKROFT (1985: 89) "La capacidad de expresar con claridad lo que se piensa debe ser uno de los resultados de una buena enseñanza de las matemáticas" y esto sólo se desarrolla cuando se ha contado con la posibilidad de hablar sobre la materia, de explicar y debatir los resultados obtenidos y de verificar las hipótesis. Este mismo informe señala que "Hay que dedicar más tiempo a hablar ... Las ideas y hallazgos se transmiten mediante el lenguaje y se asimilan gracias a la discusión, pues es ésta, si se mantienen después de desarrollada la actividad, la que termina por centrar las ideas" (ídem 111).

Una de las formas de comunicación matemática son las representaciones, cuya importancia cita Hernandez (1997: 79) a partir de dos puntos: la primera tiene que ver con las propias Matemáticas pues que las representaciones son algo inherente a ellas, y la otra es de tipo psicológico, ya que las representaciones mejoran notablemente la comprensión en los estudiantes.

En la actualidad se está infrautilizando las posibilidades que brindan las matemáticas para el desarrollo y sensibilidad por la comunicación oral, escrita y gráfica; desconociendo que su desarrollo es importante porque "A medida que los estudiantes van desarrollando una comunicación más clara y coherente (utilizando explicaciones verbales, notaciones y representaciones matemáticas apropiadas), se van convirtiendo en mejores pensadores matemáticos" (NCTM óp.cit 354).

De lo anterior se concluye que la comunicación matemática, es la capacidad para formular, interpretar y comunicar información referente al área de matemática, ya sea en forma oral, escrita o gráfica, usando símbolos y vocabulario propios de éste área.

2.2.2.2 **Razonamiento y demostración**

El MED, mediante sus fascículos para mejorar la práctica docente nos dice, el razonamiento "Es expresarse ordenando ideas en la mente para llegar a una conclusión" (MED 2007a:21). Respecto a la demostración sugiere que "Demostrar es establecer una sucesión finita de pasos partiendo de proposiciones verdaderas para fundamentar la veracidad de una proposición" (ibídem). Esto implica que los estudiantes deben ser capaces de comprender el razonamiento y los pasos para realizar una demostración, arriesgarse a proponer conjeturas, discriminar la validez de argumentos y escoger el método de demostración más pertinente (MED 2007b: 8).

Desde la óptica de Gutiérrez Cruz (2009: 29-71), el razonamiento es una actividad mental, es un pensamiento dirigido que conduce a una demostración, siendo ésta una cadena finita de inferencias lógicas mediante el cual se establece la verdad de una proposición. Ahora bien: considerando que la clase de matemática debe ser un continuo uso de demostración, podemos señalar que existen dos tipos de demostraciones: la demostración formal y la demostración no formal. La primera es aquella que parte de una conjunto de premisas llamadas hipótesis para, mediante nexos lógicos, llegar a una conclusión. La segunda es fundamentalmente intuitiva, se razona sobre situaciones particulares para generalizar en la medida de lo posible. La demostración formal sólo es posible en la escuela secundaria. Así mismo, la esencia de una demostración radica en la lógica de las relaciones, por lo tanto el objetivo de una demostración es estimular la capacidad de obtener y establecer relaciones.

Para el NCTM (2003: 59), razonar matemáticamente es un hábito mental y como todo hábito, ha de desarrollarse mediante un uso coherente en muchos contextos. Así mismo señala que, una demostración matemática es una manera formal de expresa tipos de razonamiento y de justificación. Siguiendo los estándares es evidente que los primeros niveles, el razonamiento que aprenden y utilizan los estudiantes es informal y que éstos progresivamente van alcanzando la deducción lógica de los matemáticos. Así mismo es preciso recordar que las primeras tentativas de justificación implican estrategias de ensayo-error o el tratamiento no sistemático.

2.2.3 Proceso de enseñanza/aprendizaje

La enseñanza y el aprendizaje constituyen una unidad y son elementos indesligables en todo acto educativo.

2.2.3.1. Escuelas psicopedagógicas

A continuación se observa la manera como enfocan este proceso de enseñanza/aprendizaje las distintas escuelas consideradas referentes en la actualidad:

a) *Enfoque Conductista*, considera que el aprendizaje es el cambio de conducta (comportamiento observable) que surge de las conexiones de estímulo-respuesta, por lo que el fin educativo es obtener (del estudiante) respuestas esperadas frente a estímulos proporcionadas por el docente; se privilegia el aprendizaje de contenidos conceptuales a partir de programaciones instruccionales seguidas al pie de la letra. En este enfoque el rol del estudiante es pasivo, éste es instruido por un especialista al que se debe creer y obedecer. Por otro lado, en el campo de la investigación, prepondera los experimentos en laboratorios y el uso de métodos estadísticos.

b) *Enfoque Cognitivista*, surge debido a las limitaciones del conductismo que negaba que en el aprendizaje participen procesos internos; surgiendo así la necesidad de estudio detallado de los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje. El aprendizaje tiene lugar cuando la información es organizada de forma significativa en las estructuras cognitivas, por ello el docente considerado mediador tiene que preparar las condiciones más óptimas para favorecer dicho aprendizaje; el rol del estudiante es activo ya que de él depende su aprendizaje. En esta escuela se prioriza los procesos de pensamiento más que los contenidos. Por otro lado, en el ámbito de la investigación se incorpora métodos de investigación de corte cualitativo.

Jean Piaget, considerado el principal exponente del desarrollo cognitivo, Dedicó más de 55 años en entender y explicar la naturaleza del pensamiento, razonamiento y conducta de los niños. Actualmente es una fuente de consulta infaltable para los docentes, independiente del nivel educativo dentro de la EBR, pues se cree que es importante porque ayuda a diseñar actividades de educativas debido a que se reconoce las posible potencialidades y limitaciones de los estudiantes en relación con el estadio en el que se encuentran. Este es el motivo que lleva a realizar un estudio más detallado de su propuesta.

En principio se dirá que Piaget parte del interés por estudiar la génesis del conocimiento que lo explica a partir de mecanismos biológicos arraigados al desarrollo del sistema nervioso (maduración de redes neuronales). En este sentido propone un paradigma focalizada en el desarrollo humano a partir de la maduración orgánica y la historia individual.

Piaget (1991: 12), sostiene que "El desarrollo mental es una construcción continua... a partir del desarrollo de estructuras variables bajo su doble aspecto psicomotor y afectivo y según sus dos dimensiones individual y social". Este autor explica el desarrollo cognitivo como un proceso progresivo de equilibrio con el medio a través de los mecanismos consecutivos de asimilación y acomodación. La primera se produce cuando la persona incorpora la nueva información, y la segunda cuando la persona transforma la información que ya tenía en función de la nueva. Según Medina (2000: 12), Piaget plantea que el desarrollo cognoscitivo se genera progresivamente desde etapas inferiores hasta el funcionamiento de estructuras mentales reversibles y formales.

Estas estructuras (las señaladas por Piaget), están marcadas por estadios o periodos de desarrollo (sensorio -motor, pero-operacional, operacional concreto y operacional formal). Cada estadio tiene características propias que van siendo modificadas en función de las necesidades de una mayor organización, por lo tanto cada estadio constituye una forma particular de equilibrio hasta finalmente llegar a un equilibrio estable.

A continuación se presenta las etapas del desarrollo humano considerado según Piaget.

El niño comienza su vida con actos reflejos, que constituirían la estructura básica con el que se comienza a explorar el mundo circundante. Aquí comienza la etapa sensorio-motriz considerada como el periodo de los reflejos y montajes hereditarios, tendencias intuitivas y primeras emociones. En esta etapa el infante

asimila los conocimientos a través de la percepción y movimiento de su cuerpo. Culmina alrededor de los dos años.

El segundo período del desarrollo intelectual, se denomina pensamiento preoperatorio que abarca desde los dos hasta los siete años aproximadamente, y se caracteriza por ser un pensamiento intuitivo, egocéntrico (el niño se encuentra todavía centrado en su punto de vista, consecuencia de ello es que no se distingue claramente lo que es la actividad privada y que es la colaboración), muy influido por la percepción; en este periodo la conducta se ve modificada por la aparición del lenguaje (por lo que se comparte la vida interior) y en lo afectivo surgen los sentimientos de simpatía y antipatía. Según Piaget en este periodo se desarrolla el pensamiento a partir del lenguaje y la socialización. En esta etapa el niño afirma pero no demuestra, se limita a describir el uso de un determinado objeto y establece la correspondencia visual, pero la igualdad no se conserva por correspondencia lógica. El niño da explicaciones a las cosas a partir del animismo y existencialismo.

El tercer periodo, se denomina pensamiento operatorio concreto comprende desde los siete años hasta los once o doce años aproximadamente. En esta etapa se logra un doble progreso que son complementarios: concentración individual cuando se trabaja sólo y colaboración efectiva cuando hay vida común. El niño busca comprender los puntos de vista de otros por lo que se hace posible entablar discusiones en base a reflexiones, apareciendo por primera vez operaciones mentales ligadas a objetos concretos. En esta etapa surgen las nociones de conservación de la sustancia (7-8 años aprox.), conservación del peso (9 años), conservación del volumen (11 años). Así mismo Piaget señala que las operaciones

desarrolladas en este periodo son la clasificación, la seriación, la conservación, combinatoria de clase, reversibilidad, asociatividad.

El último periodo identificado por este autor se denomina pensamiento formal o abstracto. En esta etapa el niño debió haber formado una estructura lógica compleja caracterizada por: realizar operaciones mentales con ideas, proposiciones e hipótesis que le permite al sujeto llegar a deducciones a enunciados verbalmente, y que son, según Piaget, las más adecuadas para interactuar e interpretar la realidad objetiva.

Finalmente Piaget, destaca la importancia de los motivos intrínsecos, así como el papel activo del niño en el proceso de construcción del conocimiento, donde el docente y en general el adulto sólo constituye un facilitador capaz de actuar en el ambiente con el objetivo de crear el desequilibrio. Según Barba (2007), Piaget no considera la socialización como elemento básico de todas las manifestaciones psicológicas del niño desde su nacimiento.

c) *Enfoque Constructivista*, concibe al aprendizaje como una construcción propia de cada persona en inminente interacción con el medio ambiente, donde la responsabilidad del docente es de facilitador, orientador y mediador; su responsabilidad es diseñar, organizar y contextualizar la experiencia de aprendizaje. El fin educativo es promover la autonomía del estudiante, fomentar el desarrollo de capacidades de criticidad y análisis, y por ende la construcción significativa de su aprendizaje. Se considera también que el estudiante puede aprender a partir de sus equivocaciones y el examen queda relegado a un segundo plano superponiéndose métodos e instrumentos de corte cualitativo. En el constructivismo el estudiante

participa activamente, se siente comprometido con su aprendizaje, construyen su propia comprensión.

El constructivismo coincide con la base de renovación educativa, considerando al estudiante como centro de la enseñanza y como sujeto mentalmente activo en la adquisición del conocimiento, al tiempo que se toma como objetivo prioritario el potenciar sus capacidades, donde la tarea del docente es crear las condiciones más favorables teniendo en cuenta el nivel y características del estudiante. En este sentido Terán (2004: 189), recogiendo las ideas Ausubel, Novak y Hanesian recomienda que:

> *"El docente constructivista debería: dejarse enseñar por los estudiantes; estimular las preguntas, no aferrándose a una respuesta; tomar en cuenta que cada clase es única; sumergirse en ella permitirá que nunca se atrase en el programa; centrarse en pocos conceptos y ahondar en ellos; ayudar al estudiante a utilizar la información conocida y ser un mediador, por lo que deberá poner en práctica estrategias metodológicas que favorezcan el aprendizaje significativo".*

A continuación se redacta una síntesis de las directrices del constructivismo.

- La construcción del conocimiento es un proceso de elaboración, construido por el propio sujeto a partir de impresiones y que evoluciona de acuerdo a las posibilidades y oportunidades de dicho sujeto y de sus relaciones con otros.
- Las estructuras cognitivas se construyen gradualmente en la mente de los estudiantes a partir de un proceso de abstracción creciente y reflexiva.
- El conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción activa del ser humano a través de los esquemas que ya posee. El estudiante enriquece

su conocimiento personal mediante la realización de aprendizajes significativos.

- El lenguaje es un medio para estructurar el pensamiento y el conocimiento generado por el sujeto.
- El aprendizaje es un proceso interno de construcción activa de significados y reorganización cognitiva, es autorregulado y se realiza sobre la base de una experiencia personal; depende del nivel de desarrollo del sujeto; se ve favorecido por la interacción social y toma de conciencia de la realidad. En este sentido el paradigma constructivista expresa que: el estudiante aprende a partir de sus conocimientos previos que modifica o adecua con el fin de incluir coherentemente la nueva experiencia. Aprende a valorar su propio aprendizaje y es capaz de compartirlo.
- La enseñanza debe partir de la estructura mental del estudiante, lo que implica reconocer no sólo sus ideas y prejuicios sobre el tema de clase, sino reconocer el nivel de pensamiento lógico que posee; por lo que el docente debe organizar situaciones que favorezcan el desarrollo intelectual, afectivo y social del niño.

2.2.3.2. Proceso de enseñanza/aprendizaje de la matemática

A la luz de resultados de investigaciones, se considera que el constructivismo es susceptible de ser incorporado al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, pues en palabras de Teran y Pacahcano (2005: 172) "Los aprendizajes significativos se generan de la interacción, la participación, la cooperación, la motivación y la creatividad, producto del clima social positivo presente en el aula, donde los niños a través de sus concepciones, experiencias previas y ayuda de los otros, construyen su propio conocimiento matemático". En este sentido

el estudiante de matemática tendrá que participar activamente, mediante la discusión de alguna teoría o problema con sus compañeros de clase, mediante la contrastación de sus resultados con resultados anticipados o mediante la modificación de condiciones originales de la situación para llevarla a circunstancias conocidas.

Así mismo Moya (2004: 26) dice que "el aprendizaje no es asunto sencillo de transmisión, internalización y acumulación de conocimientos, si no un proceso activo de parte del niño en ensamblar, extender, restaurar e interpretar y, por lo tanto, de construir conocimientos desde los recursos de la experiencia y la información que recibe". Por lo tanto una de las ventajas de trabajar en grupo radica en que los niños empiezan a pensar por su cuenta, a reflexionar y a hacerse preguntas sobre diversas cuestiones relacionadas con el tema y a discutir ideas que directa o indirectamente están vinculadas con la problemática que se analiza. Esto trae como consecuencia socializar inquietudes y asumir posiciones cada vez más críticas dentro del aula. El aprendizaje se hace más efectivo cuando se establece un clima social participativo dentro del aula, en el que los niños juegan libremente y comparten objetivos comunes con sus compañeros.

2.2.3.3. Proceso de enseñanza/aprendizaje de la geometría

La necesidad de la enseñanza de la geometría en el ámbito escolar se justifica a partir de las siguientes ideas:

"El conocimiento geométrico... no sólo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino que, como disciplina científica, descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad" (MEC 2004: 1).

"La Geometría es el lugar natural para el desarrollo del razonamiento y de las habilidades para la justificación... La Geometría es más que dar definiciones; es describir relaciones y razonar" (NCTM 2003: 43). Agrega además que la visualización espacial, es decir, la construcción y manipulación mental de representaciones de objetos en dos y tres dimensiones y percibir un objeto desde perspectiva diferentes, es un aspecto importante del pensamiento geométrico.

"Es importante dotar a los estudiantes de una cultura geométrica, aludiendo a su importancia como ciencia del espacio, como método para la visualización, como punto de encuentro entre la Matemática como teoría y la Matemática como modelo, como contexto de interacción entre los procesos de inducción y deducción, de experimentación y demostración; pero principalmente, como espacio para la reflexión, la crítica y el intercambio y la creatividad" (Marcos 2008: 20).

García y López (2008), consideran que la geometría tiene múltiples aplicaciones: se aplica a la realidad (en la vida cotidiana, la arquitectura, la pintura, la escultura, la astronomía, los deportes, la carpintería, la herrería, etcétera); se usa en el lenguaje cotidiano (por ejemplo, se dice: calles paralelas, tinacos cilíndricos, la escalera en espiral, etcétera); sirve en el estudio de otros temas de las Matemáticas (por ejemplo, un modelo geométrico de la multiplicación de números o expresiones algebraicas lo constituye el cálculo del área de rectángulos); permite desarrollar en los estudiantes su percepción del espacio, su capacidad de visualización y abstracción, su habilidad para elaborar conjeturas acerca de las relaciones geométricas en una figura o entre varias y su habilidad para argumentar al tratar de validar las conjeturas que hace; constituye el ejemplo clásico de ciencia organizada lógica y deductivamente (a partir de axiomas y postulados se deducen teoremas). Desde este punto de vista, señalan que la

geometría es importante porque modela el espacio que percibimos y también porque ofrece una oportunidad para emprender un viaje hacia formas superiores de pensamiento. Así las personas construyen de manera intuitiva algunas relaciones y conceptos geométricos; la enseñanza de la Geometría debe permitir avanzar en el desarrollo del conocimiento de ese espacio, de tal manera que en un momento dado pueda prescindir de él y manejar mentalmente imágenes de figuras y relaciones geométricas, es decir, hacer uso de su capacidad de abstracción.

2.2.3.3.1. Capacidades específicas en geometría

Observación

Compartiendo la idea que "la geometría es una disciplina eminentemente visual" (García y López 2008: 48), además la visualización está muy relacionada con la imaginación espacial; por consiguiente se considera que la percepción es una de las capacidades básicas a desarrollar en el componente de Geometría y Medida.

La visualización es parte de la actividad cognitiva en geometría, por lo tanto se debe ir evolucionando en la forma de mirar los objetos, desde percepciones visuales simples hasta las más complejas y menos evidentes. En este sentido, nos guiaremos de los niveles de percepción visual señalados por Castiblanco (2004), pues se considera que tiene estrecha relación con la propuesta del Modelo van Hiele.

El primer nivel se denomina Nivel Global de Percepción Visual, como su nombre indica, en este nivel las figuras se perciben en su totalidad, se asocian a objetos físicos (por ejemplo un rombo representa el techo de una casa), se reconocen formas prototípicas que se asocian con nombres de figuras geométricas donde predominan aspectos como la posición o el tipo de trazo.

El segundo nivel se denomina Nivel de Percepción de Elementos Constitutivos, en este nivel se rompe con el esquema de imágenes prototípicas para pasar a la identificación de elementos constitutivos de la figura y sus relaciones. La percepción se va enriqueciendo con los enunciados pues éstos ayudan a reenfocar la atención en aspectos que pueden pasar desapercibidos. En la identificación de relaciones geométricas hay dos factores que ejercen gran influencia: nuestra posición erguida (reconocer fácilmente relaciones de paralelismo o perpendicular cuando tienen orientación vertical u horizontal) y el fenómeno de la gravedad (colocar las figuras con la base abajo).

El tercer nivel se denomina Nivel Operatorio de Percepción Visual, en este tercer nivel de visualización podemos operara sobre las figuras, realizando verdaderas transformaciones visuales, es decir a partir de una configuración se reorganizan los elementos constitutivos de una figura, moviéndose como piezas de rompecabezas para lograr otra configuración relevante.

Descripción:

La descripción forma parte de la comunicación matemática, es considerada como una de las capacidades básicas en este componente. Ésta capacidad está estrechamente relacionado con el pensamiento del estudiante y la capacidad de exteriorizar y compartir con otros. Se debe enfatizar la importancia de uso de vocabulario geométrico a fin de no causar confusiones con algunas palabras de uso cotidiano.

Interpretación

La capacidad de interpretar información que procede de diferentes registros matemáticos, es importante. Esta capacidad incluye la decodificación de información procedente de lenguaje natural, tablas, gráfico y también de símbolos geométricos que

constituyen una poderosa herramienta que permite, en un momento dado, abandonar todo referente concreto e incluso vocablos lingüísticos y trabajar únicamente con símbolos.

2.2.3.3.2. Geometría como componente del área de matemática

En el Perú el área de matemática se organizan en función de:

Número, relaciones y funciones. Se refiere al conocimiento de los números, relaciones y funciones y a las propiedades de las operaciones y conjuntos.

Estadística y probabilidad. Se orienta a desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos, seleccionar y utilizar métodos estadísticos para el análisis de dichos datos, y formular y responder preguntas a partir de la organización y representación de los mismos.

Geometría y medición. Se relaciona con el análisis de las propiedades, los atributos y las relaciones entre objetos de dos y tres dimensiones. Se trata de establecer la validez de conjeturas geométricas por medio de la deducción y la demostración de teoremas y criticar los argumentos de los otros; comprender y representar traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones con objetos en el plano de coordenadas cartesianas; visualizar objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas y analizar sus secciones trasversales. La medida le permite comprender los atributos o cualidades mensurables de los objetos, así como las unidades, sistemas y procesos de medida mediante la aplicación de técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas.

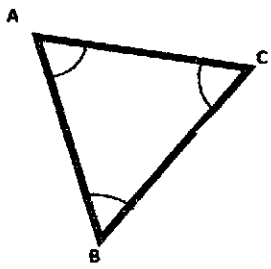
Desde esta organización la presente investigación se centrará en el tema de triángulos correspondiente al componente Geometría y Medición y se intenta desarrollar las capacidades de: comunicación matemática y razonamiento y demostración.

2.2.3.3.3. Triángulos como contenido de geometría plana

Godino (2002), define al triángulo como un polígono de tres lados, es decir, una porción de plano limitada por tres segmentos unidos, dos a dos, por sus extremos.

La Asociación Fondo de Investigadores y Editores (2009), define al triángulo como la figura geométrica formada al unir tres puntos no colineales mediante segmentos de línea coplanares, los cuales se intersecan, sólo en los puntos mencionados.

Para el caso particular de esta investigación, se tomará la siguiente definición. El triángulo es una figura geométrica formada al unir tres puntos no colineales.



Nomenclatura: ▲ABC, se lee triángulo de vértice ABC.

Los tres segmentos que limitan el triángulo se denominan lados, en nuestro ejemplo: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$.

Los extremos de los lados se llaman vértices, en nuestro ejemplo: A, B y C

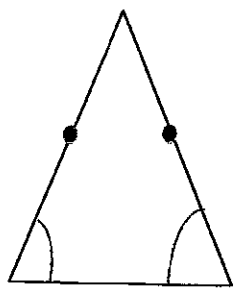
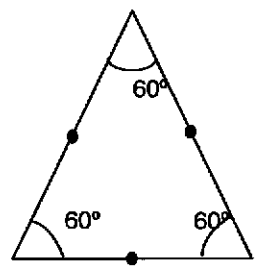
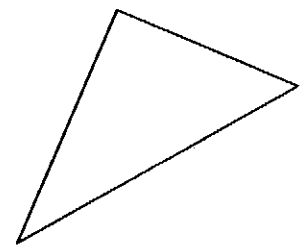
En un triángulo el espacio limitado por dos lados se denomina ángulos internos, en nuestro ejemplo: $\measuredangle A$, $\measuredangle B$ y $\measuredangle C$ y el espacio formado por un lado y la prolongación de otro (lado) se llama ángulo exterior.

En los triángulos se cumplen ciertas propiedades que nos permiten ir avanzando en nuestro conocimiento. Así se encuentra escrito en la mayoría de textos consultados:

- En todo triángulo, un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.
- La suma de las medidas de los ángulos interiores es 180°
- La medida de un ángulo exterior es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes.
- La suma de las medidas de los ángulos exteriores es 360°.
- Cualquier lado es mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos lados y menor que su suma.
- En un mismo triángulo, a lado mayor se le opone ángulo mayor.

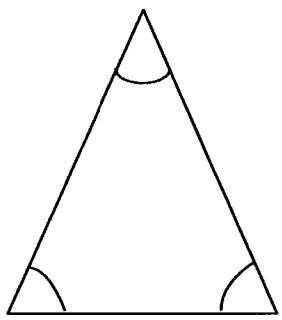
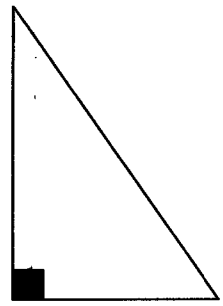
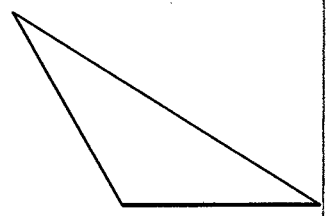
Por otro lado, en los textos de estudio más utilizadas en las I.E de nuestra localidad (Coveñas, libros distribuidos por el MED, Corefo, etc) los triángulos se clasifican según sus lados y según sus ángulos, así:

Según sus Lados

Isósceles	Equilátero	Escaleno
		

Tienen por lo menos 2 lados iguales. También los ángulos de su base miden lo mismo.	Sus tres lados son del mismo tamaño y sus tres ángulos miden 60°.	Sus tres lados son de diferente tamaño (no son congruentes).

Según sus Ángulos

Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
		
Sus tres ángulos son agudos.	Uno de sus ángulos es recto.	Uno de sus ángulos es obtuso.

Sin embargo ninguno de los textos consultados, integra estas dos clasificaciones.

2.3 Marco conceptual

En este primer apartado, se define los constructos aprendizaje, enseñanza.

- *Aprendizaje:* Es el proceso inmanente de adquisición de contenidos conceptuales, procedimentales y en el que las condiciones medioambientales ejercen influencia.
- *Enseñanza:* Es el acto de dirigir la transferencia de conocimientos durante el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

En este segundo bloque, consciente de que la definición de "capacidad" es un asunto polémico y muchos utilizan en sus estudios y discursos sin hacer explícita una definición. Pensamos que es importante intentar precisar el término con la finalidad de que se entienda cuando hacemos referencia al mismo.

- *Capacidad:* Potencialidad inherente al ser humano que se desarrolla a lo largo de toda su vida.
- *Capacidad Matemática*: Son potencialidades inherentes al ser humano susceptibles de ser desarrollados en el área de matemática.
- *Comunicación Matemática:* Es la habilidad para transmitir y recepcionar códigos relacionados a situaciones matemáticas o de un lenguaje cotidiano. Esto implica, organizar y consolidar el pensamiento matemático para interpretar, representar, analizar y evaluar las estrategias matemáticas propias y ajenas; así como para expresar con coherencia y claridad las relaciones entre conceptos y variables matemáticas; comunicar argumentos y conocimientos adquiridos; reconocer conexiones entre conceptos matemáticos.

En este tercer bloque, se indica cómo se entiende la frase modelo van Hiele.

- *Modelo de van Hiele:* Es una propuesta didáctica que trata de explicar cómo evoluciona el razonamiento geométrico de los estudiantes/as al tiempo que brinda orientaciones de cómo el docente puede ayudar al estudiante a mejorar la calidad de ese razonamiento.

Finalmente se aclara el sentido del uso del término desarrollo.

- *Desarrollo*: Proceso de mejora.

CAPÍTULO III

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Formulación de hipótesis

3.1.1 Hipótesis general

La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.

3.1.2 Hipótesis específicas

H.E.1 La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.

H.E.2 La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad matemática de Razonamiento y Demostración de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.

3.1.3 Variables y definición operacional

Cuadro N° 01: Operacionalización de la variable independiente

"Modelo de van Hiele"

Dimensión	Indicadores
Fases	Símbolos lingüísticos.
Niveles	Niveles de evolución

Fuente: Elaboración propia

Cuadro N° 02: Operacionalización de la variable dependiente

"Capacidad Matemática en el Aprendizaje de Triángulos"

Dimensión	Indicadores	Índices
Comunicación Matemática	Interpreta ideas relacionadas con triángulos presentadas de forma escrita, oral y/o visual.	Diagrama
		Gráfica
		Simbólica
		Verbal
	Registra información sobre triángulos haciendo uso de diferentes registros matemáticos	De verbal a simbólico
		De simbólico a verbal
		De gráfico a simbólico
		De simbólico a gráfico
		De gráfico a verbal
	Describe al triángulo	Por su forma
		Características necesarias
		Características necesarias y suficientes

Razonamiento	Percepción	Global del triángulo
		Elementos Constitutivos
	Clasificación	Apariencia física
		Elementos
		Propiedades
	Utiliza razonamiento inductivo.	Demuestra empíricamente propiedades básicas de triángulos.

Fuente: Elaboración propia

A fin de controlar las variables interviniente de:

- ***Tiempo de estudio***, las sesiones de aprendizaje fueron desarrolladas durante la misma cantidad de horas pedagógicas.
- ***Aprendizajes previos,*** Las sesiones de aprendizaje, sólo se desarrollaron en la IE, por lo tanto no se dejaron tareas domiciliarias.
- ***Ambientes de estudio,*** Se contó con aulas de dimensiones y formas similares.

3.2 Diseño de investigación

3.2.1 Tipo y Nivel de Investigación

Por su finalidad, la investigación es *Aplicada*, por cuanto está dirigido a demostrar la eficacia de la aplicación del modelo van Hiele para el desarrollo de capacidades.

El *nivel de una investigación* viene dado por el grado de profundidad y alcance que se pretende con la misma. Así esta Investigación es: Descriptiva-*Explicativa*, Por que señala cómo es y cómo se manifiesta el proceso de enseñanza/aprendizaje cuando se aplica el modelo van Hiele.

3.2.2 Método y Diseño de Investigación

El presente estudio emplea el método experimental, valiéndose del diseño cuasi experimental, con dos grupos: uno de control y otro de experimentación. El diseño asumido responde al siguiente esquema:

E	O_1	X	O_2
C	O_1		O_2

E = Grupo experimental

C = Grupo control

O = Observación

X = Tratamiento experimental.

3.3 Población

3.3.1 Características y delimitación

La población de estudio está constituido por estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, que se caracterizan por pertenecer a sectores rurales del Distrito de Tamburco y cuyas condiciones económicas se consideran en líneas de pobreza y extrema pobreza. Se eligió a este grupo por ser el grado más cercano al inicio de la educación secundaria y considerando que según Piaget se encuentra en el nivel de las operaciones concretas donde el pensamiento del estudiante se vuelve más lógico, siempre y cuando los referentes sean concretos. Así este grupo está conformado por niños y niñas de 10-12 años (conforme a la EBR).

En este contexto la población está conformada por todos los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco matriculados y con asistencia durante el año académico 2010. Así la población asciende a un total de 43 individuos.

3.3.2 Ubicación espacio-temporal

La presente investigación se desarrolló en Institución Educativa 54036 de Tamburco, ubicado en el Distrito de Tamburco, Provincia de Abancay, Departamento de Apurímac, país de Perú; durante los meses de junio a diciembre del año 2010.

3.4 Muestra

La elección de los estudiantes no es al azar sino en base a la lista según secciones del sexto grado de la I.E 54036 de Tamburco, lo que se busca es que cada subgrupo esté conformado por estudiantes con características heterogéneos tal como se encuentra en cualquier grado y sección.

Además las características académicas y socioculturales de ambas secciones son muy similares. Por lo tanto para la presente investigación se elige utilizar el *muestreo no probabilístico por conveniencia.*

La muestra está representada por 43 estudiantes, distribuidas de acuerdo al siguiente cuadro.

Cuadro N° 03: Distribución de la muestra

Grupo Experimental	Grupo de Control
20	23

Fuente: Nómina de matrícula 2010 de los estudiantes de sexto grado de primaria de la I.E 54036 de Tamburco

3.5 Descripción de la experimentación.

La aplicación de la investigación, se desarrolló durante las horas lectivas consideradas para el área de lógico matemática de los estudiantes de sexto grado de primaria que formaron la muestra.

Para aseverar los efectos de la aplicación del modelo van Hiele en el desarrollo de capacidades matemáticas, primero se realizó un sorteo para decidir cuál de los dos grupos sería el de control y de aplicación. Una vez elegido los grupos se procedió a la aplicación del pretest.

El grupo de experimentación estuvo sujeto a realizar los temas de triángulos de acuerdo a las instrucciones brindadas por el modelo van Hiele. Para ello se realizó sesiones de aprendizaje de 2 horas pedagógicas por semana, durante 3 meses (. Cada clase contó con una guía estructurada en el cual se especifican los propósitos y modo de trabajo (generalmente en grupos) y con la aplicación de material didáctico necesario.

El grupo de control llevó sesiones con enfoque tradicional, con el mismo docente y en la misma proporción de tiempo. Finalmente al cabo de 3 meses se aplicó el post-test. Contrastando resultados obtenidos en ambos grupos.

3.6 Técnicas e instrumentos de recolecta de datos

Para la recopilación de información teórica, antecedentes, metodología de investigación y otros que se consideren útiles para este propósito se recurre a la técnica *Lectura de Textos* (Hernández, Fernández y Baptista; 2003: 29).

Para la recogida de datos estadísticos se utiliza los test Comunicación matemática que en adelante se denomina test CM, y el test Razonamiento y demostración que en adelante lo llamaremos test RD. *La validez de contenido* de estas pruebas fue por re-test y juicio de expertos; mientras para verificar la *fiabilidad de las pruebas* se recurre al coeficiente Alfa de Cronbach.

3.6.1 Validez de las pruebas CM y RD

Determinar la validez de las pruebas CM (comunicación matemática) y RD (razonamiento y demostración), implicó someterlo a la evaluación de un panel de expertos

antes de la aplicación para que hicieran los aportes necesarios a la investigación y se verificará la construcción y el contenido. Esta evaluación lo realizaron 5 expertos en el área de matemática, considerando 1 como el valor de aceptación y 0 cuando la pregunta era irrelevante o no se ajustaba al tema de estudio. En las tablas siguientes se muestran los resultados obtenidos y el valor V de Aiken que nos permite decidir la validez de las pruebas (> 0,7)

Tabla N° 01: Validez de contenido por criterio de jueces del test CM

Ítem	Juez					Acierto	V de Aiken
	1	2	3	4	5		
1	1	1	1	1	1	5	1,0
2	1	1	1	0	1	4	0,8
3	1	1	1	1	1	5	1,0
4	1	0	1	1	1	4	0,8
5	1	1	1	0	1	4	0,8
6	1	1	1	1	0	4	0,8
7	1	1	1	1	1	5	1,0
8	1	1	1	1	1	5	1,0
9	1	1	1	1	1	5	1,0
10	1	1	1	0	1	4	0,8

Fuente: Juicio de expertos del test CM

Interpretación:

La Tabla N° 01, muestra la evaluación de las 10 preguntas de la prueba CM realizado por 5 jueces expertos en el área de matemática. Se tiene valores V de Aiken de 0,8 y 1; por lo tanto la prueba CM es válida.

Tabla N° 02: Validez de contenido por criterio de jueces del test RD

Ítem	Juez					Acierto	V de Aiken
	1	2	3	4	5		
1	1	1	1	1	1	5	1,0
2	1	1	0	1	1	4	0,8
3	1	1	0	1	1	4	0,8
4	1	1	1	1	1	5	1,0
5	1	1	1	1	1	5	1,0
6	1	1	1	0	1	4	0,8
7	1	1	1	0	1	4	0,8
8	1	1	1	1	1	5	1,0
9	1	1	1	0	1	4	0,8
10	1	1	1	1	1	5	1,0

Fuente: Juicio de expertos del test RD

Interpretación:

La Tabla N° 02, muestra la evaluación de las 10 preguntas de la prueba RD realizado por 5 jueces expertos en el área de matemática. Se tiene valores V de Aiken de 0,8 y 1; por lo tanto la prueba RD es válida.

3.6.2 Confiabilidad de la pruebas CM y RD

La confiabilidad indica la precisión o estabilidad de los resultados y señala el grado en que las medidas están libres de errores aleatorios.

La confiabilidad se expresa generalmente por medio de un coeficiente de correlación. El método más frecuente de calcular la fiabilidad es el cálculo de la consistencia interna, que es una medida de homogeneidad. En esta investigación se utilizó el estadístico alfa de Cronbach.

Coeficiente Alfa de Cronbach: Es una medida de homogeneidad de los ítems y se define como el grado en que los reactivos de la prueba se correlacionan ente sí. La escala de valores que determina la confiabilidad está dada por los siguientes valores:

Cuadro N° 04: Valores que Determinan la Confiabilidad Interna del Instrumento según el Coeficiente Alfa de Cronbach

Criterio de confiabilidad	valores
No confiable	0
Baja confiabilidad	0,01 a 0,49
Moderada confiabilidad	0,5 a 0,75
Fuerte confiabilidad	0,76 a 0,89
Alta confiabilidad	0,9 a 1

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo a los datos obtenidos de la aplicación de los test CM y RD se determina la confiabilidad de los instrumentos, los mismos que se muestran en las siguientes tablas:

Tabla N° 03: Confiabilidad del test CM

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Desviación Estándar	0,13	0,17	0	0,2	0,26	0	0	0,26	0,17	0,13
Alfa de Cronbach = 0,92										

Fuente: Resultados del post-test CM del grupo experimental

Interpretación:

La tabla N° 03, muestra que el coeficiente Alfa de Cronbach igual a 0,92. Considerando el criterio de confiabilidad de valores, se concluye que el *test CM* tiene ***confiabilidad interna alta.***

Tabla N° 04: Confiabilidad del Test RD

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Desviación Estándar	0,22	0	0,09	0,13	0	0,26	0,24	0,2	0,22	0,09
Alfa de Cronbach = 0,98										

Fuente: Resultados del post-test RD del grupo experimental

Interpretación:

La tabla N° 04, muestra que el coeficiente Alfa de Cronbach igual a 0,98. Considerando el criterio de confiabilidad de valores, se concluye que el *test RD* tiene ***confiabilidad interna alta.***

3.7 Procesamiento de datos

En las pruebas estadísticas para probar hipótesis sobre diferencia de medias, bajo el supuesto que la hipótesis nula es verdadera, se utilizará la ***Prueba "t"***, por tratarse de tamaño de muestras pequeñas, cuya fórmula es:

$$t=\frac{\overline{X_1}-\overline{X_2}}{\sqrt{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}}\sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

Siendo:

- $\overline{X_1}$: media del G.E.
- S_1^2: Varianza del G.E.
- n: Frecuencia total del G.E.

Con *grados de libertad* $n+m-2$

$\overline{X_2}$: media del G.C.
S_2^2: Varianza del G.C.
m: Frecuencia total del G.C.

3.8 Prueba de hipótesis

La hipótesis general será probada por inferencia inductiva de los resultados de las hipótesis específicas, que a su vez serán verificadas en acuerdo a los datos obtenidos en la realidad.

Cuadro N° 05: Formulación de la hipótesis nula e hipótesis de investigación

	Hipótesis de trabajo $Ha: \mu_x > \mu_y$	**Hipótesis nula** $Ho: \mu_x = \mu_y$
Hipótesis general	La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.	La aplicación del modelo van Hiele no influye en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.
Hipótesis específica 1	La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.	La aplicación del modelo van Hiele no influye en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.
Hipótesis específica 2	La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad matemática de Razonamiento y Demostración de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.	La aplicación del modelo van Hiele no influye en el desarrollo de la capacidad matemática de Razonamiento y Demostración de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.

Fuente: Elaboración propia

Condiciones para rechazar o aceptar las hipótesis

En la presente investigación se considera un nivel de significancia del 0,05 el cual implica un 95% de seguridad para generalizar sin equivocarse y sólo un 5% en contra. Se consideran aprobadas las hipótesis, si:

- El grupo experimental alcanza resultados mayores que el grupo control
- "t" es mayor que 1,68.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La hipótesis de trabajo para todo el proceso fue: *La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.*

En este capítulo se presenta el análisis estadístico de los datos, con el cálculo de medidas de tendencia central (media) y de variabilidad (desviación estándar y varianza), coeficientes de correlación, niveles de significancia y las pruebas t (Student), que se hacen en función de los objetivos planteados.

3.1 ANÁLISIS COMPARATIVO POR GRUPO

3.1.1 Tablas y Gráficos Comparativas de los Pre-test

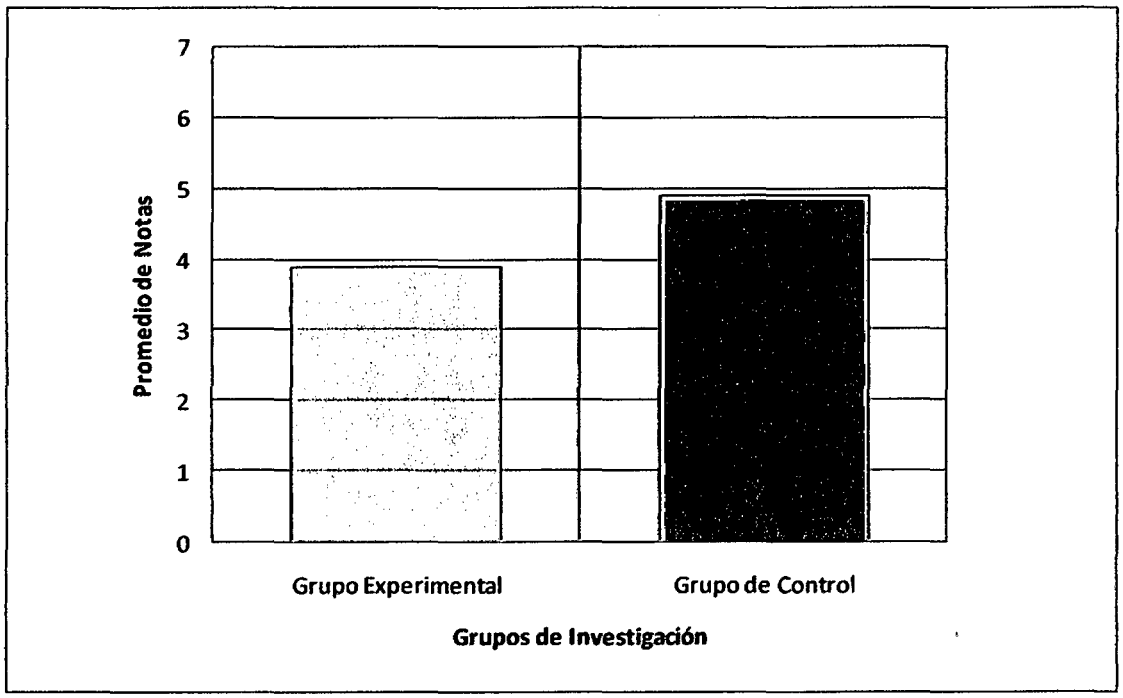
Estas pruebas consisten en un cuestionario de preguntas diversas que evalúa las capacidades matemáticas en relación con los conocimientos sobre triángulos que trae consigo el estudiante.

Tabla N° 05: RESULTADOS DEL PRE-TEST CM

PUNTAJES	MARCA DE CLASE (X)	FRECUENCIA DEL GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA DEL GRUPO CONTROL
[0 – 5]	2,5	15	13
[6 – 10]	8	5	10
[11 – 15]	13	0	0
[16 – 20]	18	0	0
TAMAÑO DE MUESTRA		20	23
MEDIA		3,88	4,89

Fuente: Resultados del pre-test CM (comunicación matemática)

Gráfico N° 01: RESULTADOS DEL PRE-TEST CM



Fuente: Tabla N° 05: RESULTADOS DEL PRE-TEST CM

Interpretación:

La Tabla N° 05 y el Gráfico N° 01, muestran los resultados obtenidos en el pre-test que evalúa la capacidad de Comunicación Matemática. En ella se observa que el promedio obtenido por el grupo experimental difiere ligeramente del promedio obtenido por el grupo de control (diferencia aproximada de 1 punto en favor del grupo de control). Por lo tanto se considera que los dos grupos son homogéneos.

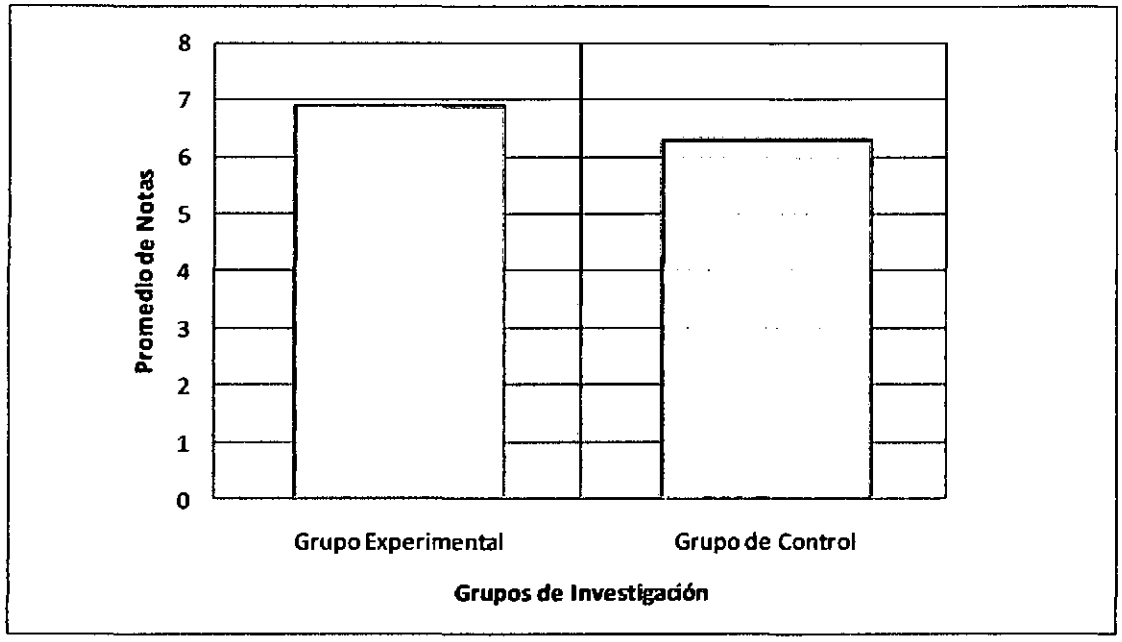
Por otro lado, además se observa en la Tabla en mención que los puntajes alcanzados por los estudiantes son bajos (ni siquiera superan los 10 puntos) en consecuencia se considera que los estudiantes tienen un bajo desarrollo de la capacidad matemática "Comunicación Matemática" respecto al tema triángulos.

Tabla N° 06: RESULTADOS DEL PRE-TEST RD.

PUNTAJES	MARCA DE CLASE (X)	FRECUENCIA DEL GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA DEL GRUPO CONTROL
[0 – 5]	2,5	4	8
[6 – 10]	8	16	14
[11 – 15]	13	0	1
[16 – 20]	18	0	0
TAMAÑO DE MUESTRA		20	23
MEDIA		6,90	6,30

Fuente: Resultados del pre-test RD (razonamiento y demostración)

Gráfico N° 02: RESULTADOS DEL PRE-TEST RD



Fuente: Tabla N° 06: RESULTADOS DEL PRE-TEST RD

Interpretación

La Tabla N° 06 y el Gráfico N° 02, muestran los resultados obtenidos en la prueba de entrada que evalúa la capacidad matemática de de Razonamiento y Demostración. En ella se observa que el promedio obtenido por el grupo experimental difiere ligeramente del promedio obtenido por el grupo de control (diferencia aproximada 0,6 puntos en favor del grupo experimental). Por otro lado se observa que los puntajes alcanzados por los estudiantes son bajos (en el grupo experimental ninguno llega a obtener 11 puntos) en consecuencia se reafirma la idea de que los estudiantes apenas conocen sobre el tema de triángulos y tienen poco desarrollado la capacidad matemática de Razonamiento y Demostración. Se verifica que los dos grupos son homogéneos.

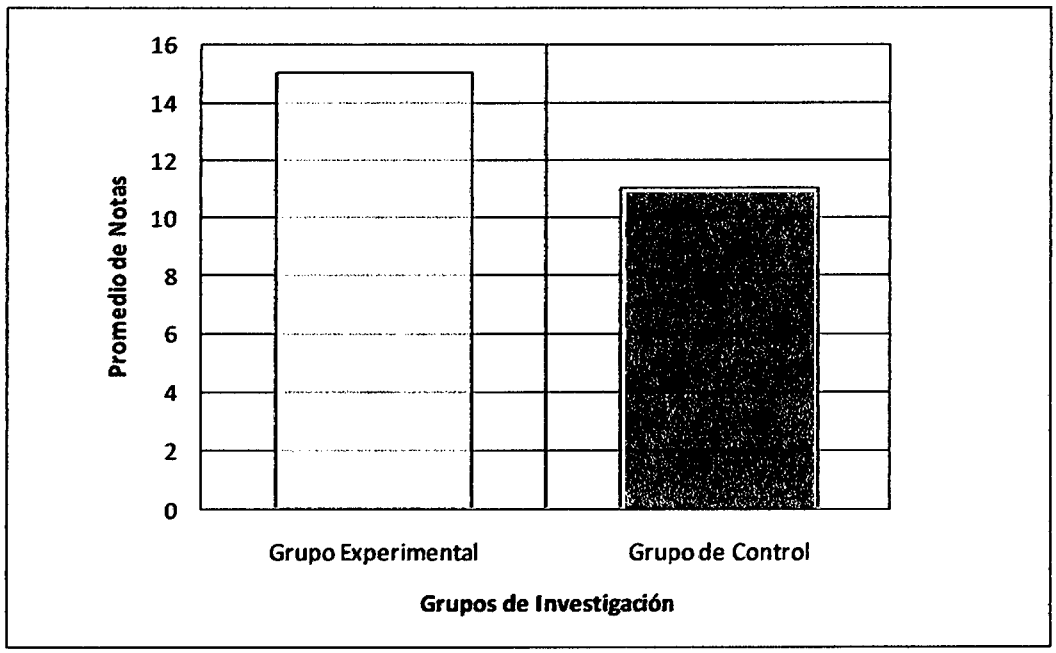
4.1.1 Tablas y Gráficos Comparativos de los Post-test

Tabla N° 07: RESULTADOS DEL POST-TEST CM.

PUNTAJES	MARCA DE CLASE (X)	FRECUENCIA DEL GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA DEL GRUPO CONTROL
[0 – 5]	2,5	0	0
[6 – 10]	8	2	10
[11 – 15]	13	8	12
[16 – 20]	18	10	1
TAMAÑO DE MUESTRA		20	23
MEDIA		15	11,04

Fuente: Resultados del post-test CM (comunicación matemática)

Gráfico N° 03: RESULTADOS DEL POST-TEST CM



Fuente: Tabla N° 07: RESULTADOS DEL POST-TEST CM.

Interpretación

La Tabla N° 07 y el Gráfico N° 03 corresponden a los resultados del post-test que evalúa la capacidad de Comunicación Matemática. Se observa que el grupo experimental obtiene en promedio una nota de 15, superando en aproximadamente 4 puntos al promedio obtenido por el grupo de control (11,04). Además, de acuerdo a la Tabla N° 07 se observa que la nota de mayor frecuencia en el grupo experimental está centrado en el intervalo de 16 a 20; mientras el grupo de control, en el intervalo de 11 a 15.

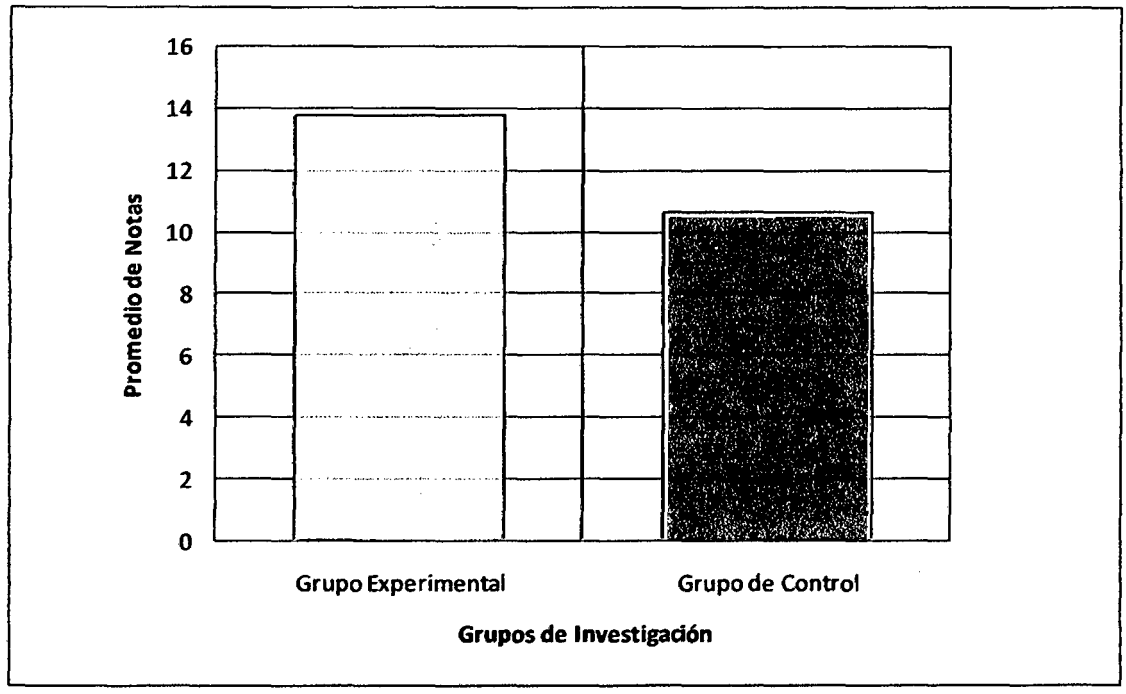
De lo anterior se considera que la aplicación del modelo van Hiele, permite el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática durante el avance de la temática triángulos, con estudiantes de sexto de primaria.

Tabla N° 08: RESULTADOS DEL POST-TEST RD.

PUNTAJES	MARCA DE CLASE (X)	FRECUENCIA DEL GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA DEL GRUPO CONTROL
[0 – 5]	2,5	0	1
[6 – 10]	8	3	10
[11 – 15]	13	11	11
[16 – 20]	18	6	1
TAMAÑO DE MUESTRA		20	23
MEDIA		13,75	10,59

Fuente: Resultados del post-test RD (razonamiento y demostración)

Gráfico N° 04: RESULTADOS DEL POST-TEST RD



Fuente: RESULTADOS DEL POST-TEST RD.

Interpretación:

La Tabla N° 08 y el Gráfico N° 04 corresponden a los resultados de la Post-test que evalúa la capacidad de Razonamiento y Demostración. Se observa que el grupo experimental obtiene en promedio una nota de 13,75 superando al promedio obtenido por el grupo de control (10,59).

De acuerdo a la Tabla N° 08, se observa en ambos grupos que el valor de la moda se encuentra en el intervalo de 11 a 15 y se tiene que 6 estudiantes del grupo experimental obtienen notas comprendidas en el intervalo de 16 a 20 y sólo 1 estudiante del grupo de control.

De lo anterior se considera que la aplicación del modelo van Hiele, permite el desarrollo de la capacidad de Razonamiento y Demostración durante el avance de la temática triángulos, con estudiantes de sexto de primaria.

4.2 ANÁLISIS JERÁRQUICO

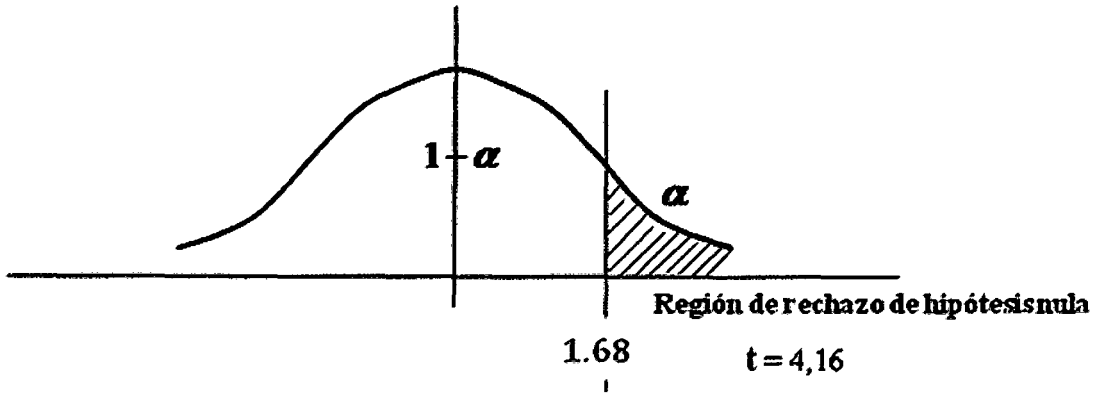
4.2.1 Análisis Jerárquico de los Test de Forma Independiente

Tabla N° 09: COMPARACIÓN DE MEDIAS DEL TEST CM

	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		PRUEBA "t" $\alpha = 0,05$ Gl = 41
	$\bar{X}$	S	$\bar{X}$	S	
POST TEST	15,00	3,32	11,04	2,85	4,16

Fuente: Resultados de la post prueba CM del grupo experimental

Gráfico N° 05: NIVEL DE SIGNIFICANCIA DEL TEST CM



Interpretación:

La Tabla N° 09 y el Gráfico N° 05, presentan la prueba de hipótesis en base al estadístico "t" a un nivel de confianza de 0,05 y grado de libertad igual a 41 (Tener en cuenta que t de tabla es igual a 1,68.)

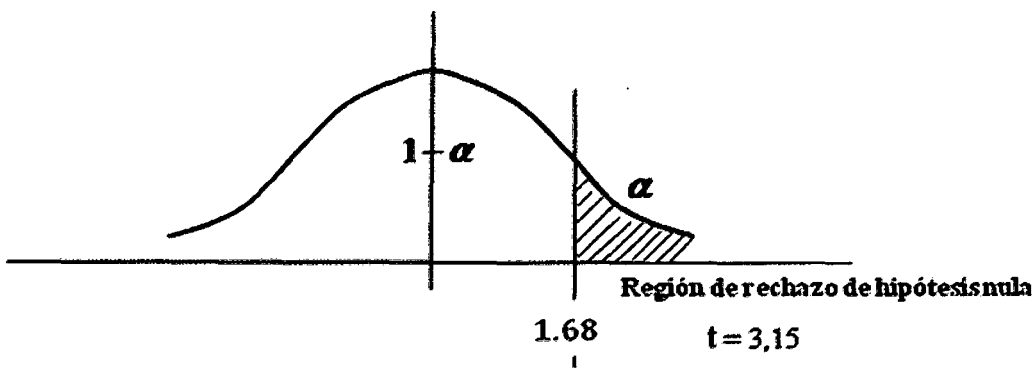
Se tiene que t calculado es igual a 4,16 que se ubica fuera de la región de aceptación de la hipótesis nula, por lo tanto se acepta la primera hipótesis específica: La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.

Tabla N° 10: COMPARACIÓN DE MEDIAS DEL TEST RD

	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		PRUEBA "t" $\alpha = 0,05$ Gl = 41
	$\bar{X}$	S	$\bar{X}$	S	
POST TEST	13,75	3,27	10,59	3,31	3,15

Fuente: Resultados de la post prueba RD del grupo experimental

Gráfico N° 06: NIVEL DE SIGNIFICANCIA DEL TEST RD



Interpretación:

La Tabla N° 10 y el Gráfico N° 06, presentan la prueba de hipótesis en base al estadístico "t" a un nivel de confianza de 0,05 (y grado de libertad igual a 41 (Tener en cuenta que t de tabla es igual a 1,68.)

Se tiene que t calculada es igual a 4,16 que se ubica fuera de la región de aceptación de la hipótesis nula, por lo tanto se acepta la segunda hipótesis específica: La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de Razonamiento y Demostración de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.

4.2.2 Análisis Jerárquico de los resultados obtenidos en las dos pruebas

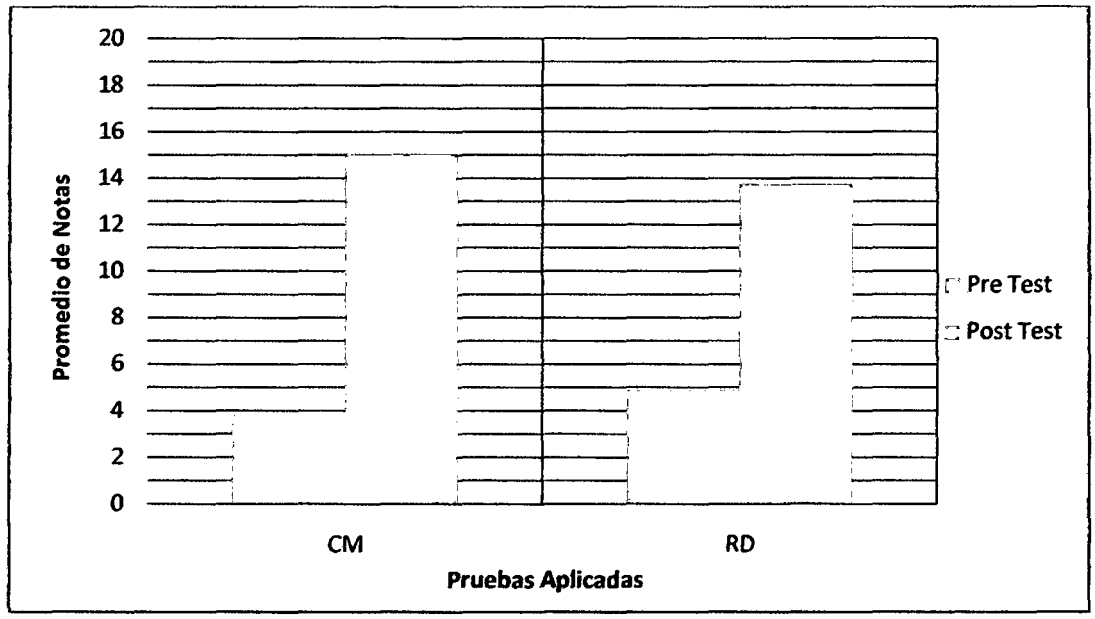
La tabla N° 11 y Gráfico N° 07 sintetiza los resultados obtenidos por el grupo experimental.

Tabla N° 11: MEDIA DE LOS RESULTADOS DE LOS TEST APLICADOS

Grupo experimental	Pruebas	
	CM	RD
Media de Pre Test	3,88	4,89
Media de Post Test	15	13,75

Fuente: Resultados de pre y post-test CM y RD

Gráfico N° 07: RESULTADOS DE LAS DOS TEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL



Fuente: Tabla N° 11: MEDIA DE LOS RESULTADOS DE LOS TEST APLICADOS

Interpretación

De acuerdo a la tabla y gráfico mostrado anteriormente, el grupo experimental en el post-test ha superado notablemente al promedio obtenido en el pre-test. En lo referido a la prueba que evalúa la capacidad de Comunicación Matemática sube aproximadamente 11 puntos y en lo referido a la prueba que evalúa la capacidad de Razonamiento y Demostración sube aproximadamente 9 puntos.

4.2.3 Resultados sobre la Hipótesis General

De los apartados 4.1 y 4.2 se infiere que la aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto

grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos. Por tanto se concluye, que existe evidencia a favor de la hipótesis general.

4.3 ANÁLISIS DE LOS ÍTEMS DE LAS PRUEBAS CM Y RD.

En este apartado hacemos un estudio de los resultados de los distintos ítems de las dos pruebas aplicadas al grupo experimental.

4.3.1 ANÁLISIS DE LOS ÍTEMS DEL TEST CM Y RD

Tabla N° 12: EVOLUCIÓN DEL GRUPO EXPERIMENTAL

	CM		RD	
	Pre Test	**Post Test**	**Pre Test**	**Post Test**
Ítem 1	10%	85%	30%	70%
Ítem 2	0%	80%	100%	100%
Ítem 3	40%	100%	30%	90%
Ítem 4	5%	75%	10%	85%
Ítem 5	0%	50%	40%	100%
Ítem 6	50%	100%	15%	55%
Ítem 7	70%	100%	35%	65%
Ítem 8	25%	50%	0%	25%
Ítem 9	0%	80%	25%	30%
Ítem 10	0%	15%	20%	90%
Media	**20%**	**74%**	**31%**	**71%**

Fuente: Resultados de pre y post-test del grupo experimental

Interpretación:

La tabla N° 12 muestra los porcentajes de aciertos del grupo experimental en las cuatro pruebas aplicadas. De acuerdo a estos datos, los estudiantes lograron mejorar considerablemente durante el desarrollo de las sesiones de aprendizaje.

En la post prueba CM, que evalúa la capacidad de Comunicación Matemática después de desarrollar las clases de matemática siguiendo las recomendaciones del Modelo van Hiele, se tiene que la totalidad de estudiantes del grupo experimental contestaron los ítems 3, 6 y 7.

En la post prueba RM, que evalúa la capacidad matemática de Razonamiento y Demostración después de desarrollar las clases de matemática siguiendo las recomendaciones del Modelo van Hiele, se tiene que la totalidad de estudiantes del grupo experimental contestaron los ítems 2 y 5.

En ambas pruebas se observa que los estudiantes lograron avances considerables y que los reactivos son comprendidos, pues el porcentaje mínimo de acierto por el grupo experimental es de 50% y el máximo es 100%.

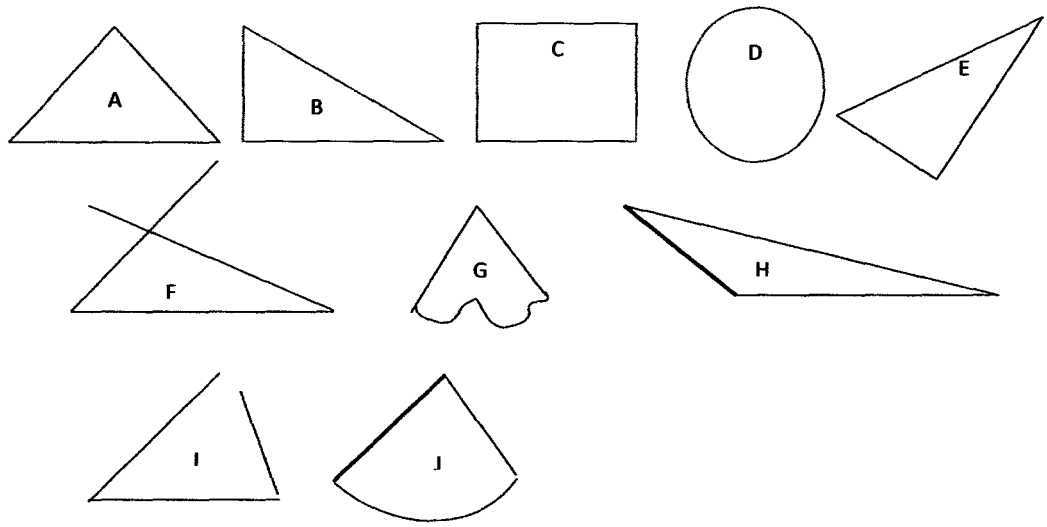
4.3.2 ANÁLISIS CUALITATIVO DE LOS ÍTEMS DE LOS TEST CM Y RD

Con el fin de tener una mejor visión de los resultados, en este apartado se analizan los resultados en base a los datos obtenidos de las pruebas, las observaciones durante las sesiones de clase y entrevistas no estructuradas realizadas a los estudiantes del grupo experimental.

4.3.2.1 **Análisis cualitativo del Test CM.**

ÍTEM 01:

1. Pinta todas las figuras que son triángulos



- El 100% de los 20 estudiantes reconocen como triángulo a la figura A; además ellos coinciden en no reconocer como tal a las figuras C y D.
- 7 estudiantes (E1, E3, E4, E6, E9, E11 y E14) reconocen como triángulo la figura B. La mayoría no lo reconoció por no ser un triángulo estándar.
- Sólo 2 estudiantes (E1 y E11) reconocen además como triángulos las figuras E y H. La mayoría de los estudiantes no reconocen la fig. E por la posición o por ser puntiagudo; mientras la fig. H al parecer por tener un ángulo obtuso (no común para los estudiantes).
- El 100% de los 20 estudiantes piensan que las figuras F e I son triángulos. No consideran que los lados del triángulo no deben cortarse (Fig. F); así mismo no consideran que el triángulo es una figura cerrada (Fig. I).

- 12 estudiantes incluyendo los estudiantes E1 y E11, creen que las figuras J también es triángulo. No se han percatado que los lados de un triángulo deben ser segmentos de línea recta.
- 2 estudiantes (E13 y E19) piensan que la figura G es triángulo. No considera que los lados del triángulo no son curvos.

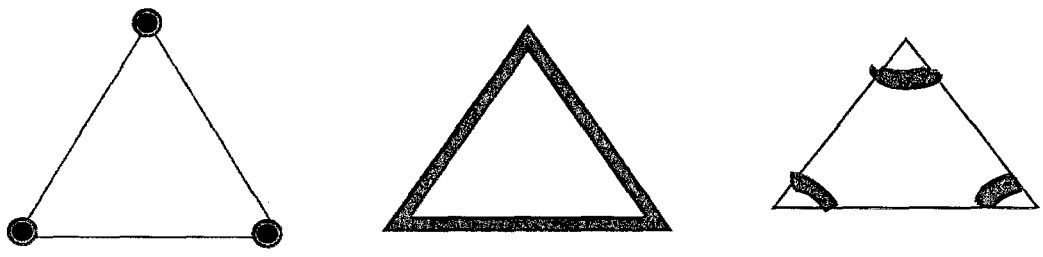
De acuerdo a las observaciones y entrevistas realizadas, se considera el nivel de percepción de los estudiantes es global y se ve afectado por el fenómeno de gravedad.

Observaciones del Post Test:

- 16 estudiantes identificaron con éxito los cuatro triángulos presentados en el ítem.

ÍTEM 2:

Escribe el nombre del elemento que está sobresaliendo en los siguientes triángulos



....

Observaciones del Pre Test:

- Ningún estudiante logro escribir el elemento señalado. Sabían que el triángulo tenía tres lados; pero gráficamente no lo reconocieron y por ende no escribieron.

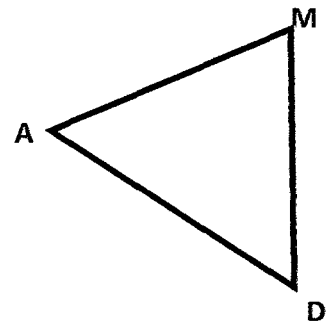
Observaciones del Post Test:

- 12 estudiantes reconocieron gráficamente los 3 elementos marcados (lados, vértices y ángulos); 5 estudiantes reconocieron dos lados y sólo 3 estudiantes identificaron un elemento.
- Todos los estudiantes identificaron por lo menos un lado del triángulo.

ÍTEM 3:

Marca con un aspa, el nombre del siguiente gráfico

a) Triángulo AND
b) AMD
c) ▲**AMD**
d) ▲ABC



Observaciones del Pre Test:

Los estudiantes intuitivamente marcaron la alternativa b y c, porque las letras A, M y D rodeaban al gráfico.

Observaciones del Post Test:

- Todos los estudiantes aprendieron a denotar un triángulo correctamente. Durante las sesiones de clase dibujaron un triángulo solicitado por el docente en lenguaje natural

y/o simbólico; además llamaron al triángulo graficado y o escrito en lenguaje simbólico por su nombre haciendo uso de lenguaje natural.

ÍTEM 4:

Une con una línea

• Vértice del triángulo	Son los puntos de intersección entre lados del triángulo, por ejemplo: A, B y C
• Lado del triángulo	Son los segmentos determinados por los vértices del triángulo, por ejemplo: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$
• Ángulo del triángulo	Espacio limitado por dos lados, en nuestro ejemplo: $\measuredangle A$, $\measuredangle B$ y $\measuredangle C$
• Triángulo	Es una figura geométrica de tres lados, que se forma a partir de la unión de tres puntos no colineales

Observaciones del Pre Test:

- Los estudiantes unieron al azar las características con sus correspondientes. La mayoría manifestó no entender los símbolos utilizados.

Observaciones del Post Test:

- 12 estudiantes unieron correctamente los términos con sus características correspondientes. Todos por lo menos realizaron un enlace adecuado.

ÍTEM 5:

Leer los siguientes símbolos:

$\measuredangle Z$ → .....

$m\measuredangle T$ → .....

$S_{\measuredangle i}$ → .....

$S_{\measuredangle i_{\Delta}} = 180°$ → .....

Δ PIO → .....

Observaciones del Pre Test:

- Ningún estudiante interpretó los símbolos escritos. Manifestaron no saber que significaban, les parecía difícil.

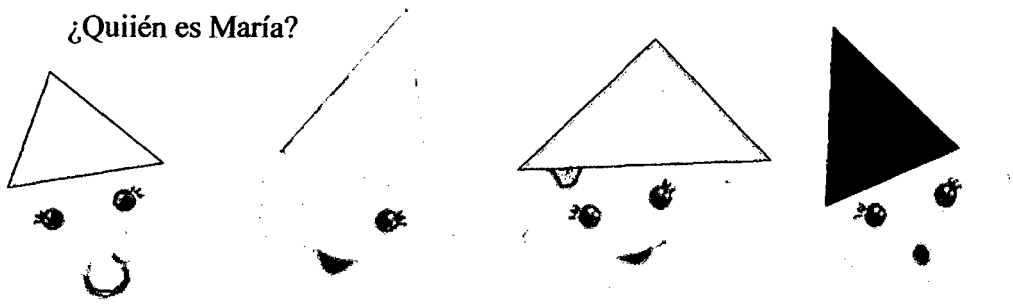
Observaciones del Post Test:

- Todos los estudiantes tienen idea a que refieren, comenten errores sólo en obviar algunos términos como por ejemplo suma de ángulos internos igual a ciento ochenta en vez de suma de ángulos internos *del triángulo* igual a ciento ochenta *grados.*

ÍTEM 6:

El sombrero de María tiene forma un triángulo rectángulo.

¿Quiién es María?



a) b) c) d)

Observaciones del Pre Test:

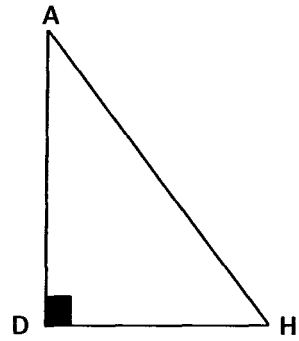
- No sabían lo que se les pedía, por lo que marcaron al azar.

Observaciones del Post Test:

Todos los estudiantes marcaron correctamente. De las 10 preguntas formuladas, ésta les pareció más agradable en su presentación. La mayoría afirmó haber marcado por descarte primero desecharon la alternativa c y d y luego la alternativa a.

ÍTEM 7:

Dado el triángulo ADH, recto de D. Coloca los valores 4cm, 5cm y 3cm donde corresponde:



Observaciones del Pre Test:

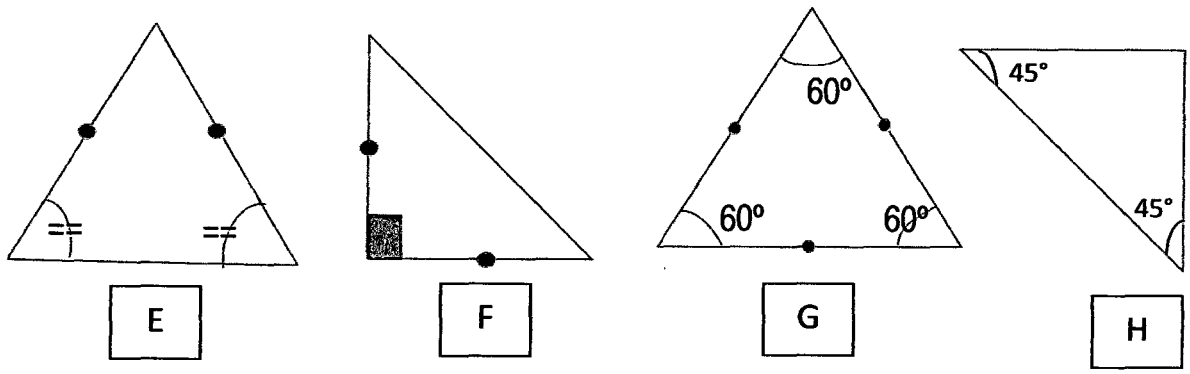
- Midieron con la regla los lados del triángulo, otros se dejaron llevar por la menor y mayor distancia. Sólo 5 estudiantes manifestaron en clase lo que representa cm. El resto uso la regla por que vieron que sus compañeros los utilizaban

Observaciones del Post Test:

- Reconocieron inmediatamente las medidas correspondientes a los lados, sin necesidad de medir con regla graduada.

ÍTEM 8:

¿Cuáles son triángulos isosceles?



a) Sólo E
b) E y H
c) No hay triángulos isósceles
d) Todos son triángulos isósceles

Observaciones del Pre Test:

- Sólo 4 estudiantes (E5, E6, E11, E17 y E20) Lograron al azar acertar en la respuesta. Nuevamente consideraron que sólo tenía que marcar una respuesta.

Observaciones del Post Test:

- Las respuestas fueron más reflexivas. Guiados por lo comentado en aula todos estudiantes reconocen a las figuras E, F y G como isósceles; las identifican principalmente por las marquitas que señalan como mínimo lados iguales. La fig. H fue la más difícil de identificar como isósceles, esto se debe principalmente al poco tiempo y actividades empleadas en el reconocimiento de la propiedad de los triángulos isósceles.

ÍTEM 9:

Dibuja un triángulo de nombre PAN, donde la $m\measuredangle N = 90°$ y $m\measuredangle A = 30°$, además AN = 3cm

Observaciones del Pre Test:

- Ningún estudiante logró dibujar lo solicitado. En primer lugar por qué no sabían interpretar los símbolos y desconocían que los triángulos podían tener nombres.

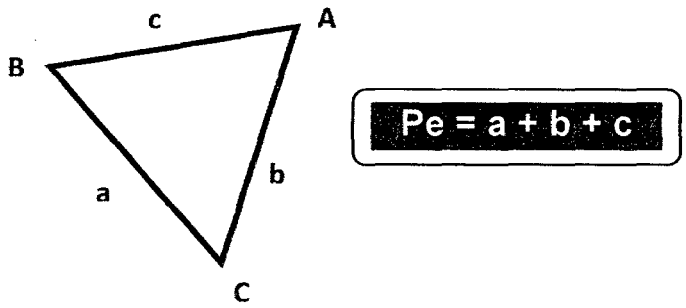
Observaciones del Post Test:

- 80% de los estudiantes lograron dibujar este triángulo con todas las especificaciones solicitadas, para ello utilizaron como instrumentos el transportador y la regla. Durante las sesiones de clase se observó que la mayoría de los estudiantes no sabían utilizar el transportador; se dificultaron por el hecho de que este instrumento marca los ángulos de 0° a 180° de derecha a izquierda pero también tiene marca los mismos ángulos de izquierda a derecha, así pues en vez de marcar 130° sólo marcaban 50° (su suplemento). Otro de las dificultades encontradas fue de que los estudiantes creían que medir solo era con regla (el metro como única unidad de medida). El trabajo con ángulos fue el más dificultoso, se empezó por medir un ángulo del triángulo y su respectiva construcción en papel o pizarra, luego dos ángulos (el tercero

automáticamente se formó al trazar el lado que faltaba); para finalizar se empezó a solicitar que los lados tengan determinadas medidas.

ÍTEM 10:

De acuerdo al gráfico, interpreta lo escrito en símbolos matemáticos



.....

.....

.....

Observaciones del Pre Test:

- Ningún estudiante logró dibujar lo solicitado. Algunos escribieron triángulos

Observaciones del Post Test:

Se considera que esta fue la pregunta de mayor dificultad, la razón principal es que nivel de comprensión e interpretación de las letras que al ser remplazadas son números.

4.3.2.2 **Análisis cualitativo del Test RD.**

ÍTEM 01:

Eliana marca tres puntos colineales en su cuaderno ¿Podrá dibujar un triángulo?

a) Sí
b) No

- En el pre test, los estudiantes desconocían el significado del término colineal, porque sus respuestas fueron al azar. Para el post test la mayoría de los estudiantes manejaban con fluidez este término. De aquí se deduce que el manejo de términos utilizados en lenguaje matemático ayuda a comprender y razonar sobre los triángulos.

ÍTEM 2:

La siguiente figura tiene tres lados, que fueron trazados a partir de tres puntos ¿Representa un triángulo?

a) Sí
b) No

- La visualización de la imagen es más fuerte que la interpretación del texto.

ÍTEM 3:

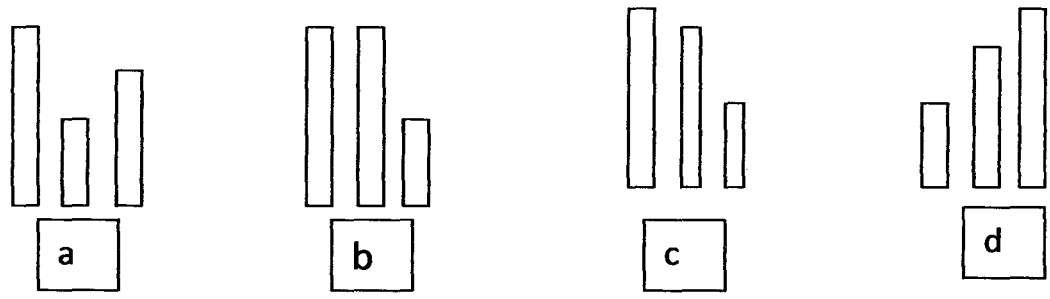
Un triángulo rectángulo como máximo ¿Cuántos ángulos rectos puede tener?

a) 1 ángulo recto
b) 2 ángulos rectos
c) 3 ángulos rectos
d) 4 ángulos rectos

- Los estudiantes tienen dificultan en comprender los términos máximos y mínimos. Una vez superado esta dificultad, los estudiantes elaboraron gráficos utilizando regla y transportador, logrando deducir que en un triángulo sólo hay un sólo ángulo recto; finalmente se logró la justificación formal a partir de la propiedad de la suma de ángulos internos del triángulo.

ÍTEM 4:

De estos 4 grupos escoge aquel con el que se forme un triángulo isósceles



- Escoger los palitos les resultó fácil, una vez que sabían que es triángulos isósceles, algunos estudiantes consideraron incluso hasta el grosor de los palitos.

ÍTEM 5:

Erika está dibujando un triángulo de vértices MNP, cuyo ángulo M mide 30° y el ángulo N mide 60° ¿ El ángulo P podrá medir 100°?

a) Sí
b) No

- Muchos de los estudiantes indicaron que sólo tenían que sumar la medida de los ángulos y saber que los tres tienen que medir 180°; otros recurrieron a graficar utilizando el transportador.

ÍTEM 6:

Daril tiene un triángulo con los siguientes datos:

- Δ SEG
- $m\measuredangle S = 120°$
- $m\measuredangle E = 20°$

¿ El ángulo G podrá medir más de 40°?

a) Sí
b) No

- La mayoría de los estudiantes tuvieron la necesidad de graficar.

ÍTEM 7:

Lourdes está formando una casa con palitos de carrizo de diferentes tamaños, sólo le falta unj triangulo para simular el techo. El problema es que sólob le sobran palitos de 3cm, 4cm y 5cm ¿Podrá Lourdes formar el techo con estos palitos?

a) Sí
b) No

- Tres estudiantes recurrieron al uso de palitos de fósforo y sólo 2 (E1 y E14) aplicaron directamente la propiedad de existencia de los triángulos.

DISCUSIÓN Y CONSIDERACIONES

De los aportes brindados por los van Hiele, se considera que los estudiantes de sexto grado de primaria, al iniciar la experiencia se encuentran en el primer nivel de razonamiento. Ellos perciben los triángulos globalmente, lo reconocen en su forma prototípica, por lo que también se considera que se encuentran en el nivel global de percepción visual (de acuerdo a Castiblanco, 2004). En este sentido, la mayoría de los estudiantes dibujan los triángulos con base horizontal, manifestando dificultades con la gráfica de triángulos con base diagonal. Al concluir la experiencia, los estudiantes suben al segundo nivel de razonamiento y algunos en transición al tercer nivel (de acuerdo al modelo van Hiele). Así mismo ascendieron al nivel de percepción de elementos constitutivos (de acuerdo a Castiblanco, 2004).

En base a la experiencia se considera que el avance progresivo entre los niveles de aprendizaje facilita la adquisición de aprendizajes significativos. Los mismos que deben estar estrechamente relacionados con el lenguaje utilizado y significatividad de los contenidos (concordando con los aportes de la teoría constructivista).

De igual modo se considera que el uso de material concreto en los primeros niveles de educación es imprescindible para garantizar un aprendizaje con comprensión de la matemática, así como para alcanzar un pensamiento abstracto.

Existen muchas coincidencias con los aportes de Piaget, sin embargo a raíz de esta experiencia, es discutible considerar la edad como referente para decidir si un niño está listo para aprender determinadas habilidades; en este sentido garantizar que un estudiante aprenda con comprensión depende más de la experiencia previa que éste tenga y de las capacidades para

relacionar y organizar la información. En este contexto el interés, motivación y confianza enriquecen este proceso.

Finalmente, la única forma de aprender a comunicarnos matemáticamente es hablando y escribiendo en lenguaje matemático y las clases de matemática es su hábitat natural pero transferible a la vida cotidiana.

CONCLUSIONES

1. De acuerdo a los resultados de los post-test en el análisis comparativo por grupo, se concluye que el grupo experimental tiene mayor comprensión y rendimiento académico respecto al grupo de control:
    a. En el post-test *CM (comunicación matemática)*: El grupo experimental tiene promedio 15; mientras el grupo control tiene promedio 11,04.
    b. En el post-test *RD (razonamiento y demostración):* El grupo experimental tiene promedio 13,75; mientras el grupo control tiene promedio 10,59.
2. De acuerdo a los resultados obtenidos de la aplicación de la prueba estadística t por diferencia de medias, se concluye que:
    a. "La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos" ($t = 4,16 > 1,68$ para el factor CM)
    b. "La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad matemática de Razonamiento y Demostración de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos" ($t = 3,15 > 1,68$ para el factor RD)
3. De los resultados del análisis jerárquico de las pruebas CM y RD, se concluye que el grupo experimental logró un desarrollo significativo de las capacidades matemáticas:

a. En la prueba CM, los resultados de la post-prueba (15) tiene un incremento de 11,12 puntos respecto a la pre-prueba (3,88)

b. En la prueba RD, los resultados de la post-prueba (13,75) tiene un incremento de 8,86 puntos respecto a la pre-prueba (4,89)

4. De lo anterior se infiere que "La aplicación del modelo van Hiele influye significativamente en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de primaria, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos". Así mismo conduce a la adquisición de aprendizajes significativos y a mejorar el rendimiento académico, respecto de quienes abordaron el tema en forma pasiva, con exposición del profesor y participación receptiva de los estudiantes.

RECOMENDACIONES

Como producto de esta experiencia se presentan las siguientes recomendaciones:

- La geometría incorpora contenidos matemáticos que recrean nuestra mente y producen admiración por la belleza de la naturaleza, por consiguiente se considera que se podrían realizar futuras investigaciones en este campo.
- En el ámbito educativo, la sociedad peruana, exige que los egresados de la EBR cuenten con las capacidades necesarias para afrontar con éxito los retos de una sociedad compleja, donde la información es abundante y la práctica de valores está en crisis. Frente a ello los docentes deben convertirse en seres innovadores, priorizar el desarrollo de capacidades más que de contenidos.
- Por otro lado, frente al bajo rendimiento académico en el área de matemática, atribuido a un modelo de enseñanza tradicional (en la que la mayoría de profesores de matemática aún nos basamos y muchos exaltamos), el MED nos propone cambios interesantes que de no ponerlos en práctica no sabremos si producen cambios de mejora. Por eso, se recomienda a los docentes en formación y principalmente a los docentes en ejercicio realizar sesiones de aprendizaje aplicando estas orientaciones en el área de matemática (para secundaria) y lógico matemática (para primaria), anotar los sucesos relevantes (aciertos, desaciertos, errores, dificultades, etc.) y luego analizarlos de forma cualitativa y también cuantitativa. Los docentes están llamados a ser los mejores investigadores en educación matemática.
- Los docentes en ejercicio, cuentan con un gran espacio de investigación: sus aulas, consideradas como un gran laboratorio donde se hallan múltiples problemas; por tanto

el área de matemática (para secundaria) y lógico matemática (para primaria), anotar los sucesos relevantes (aciertos, desaciertos, errores, dificultades, etc.) y luego analizarlos de forma cualitativa y también cuantitativa. Los docentes están llamados a ser los mejores investigadores en educación matemática.

- Los docentes en ejercicio, cuentan con un gran espacio de investigación: sus aulas, consideradas como un gran laboratorio donde se hallan múltiples problemas; por tanto se les sugiere que aprovechen estos espacios y adquieran el hábito de observar, describir, reflexionar y mejorar.
- Las dificultades que encuentran los estudiantes, es muy conocido por los docentes (quien mejor que ellos conocen las dificultades, los errores y aciertos que el estudiante comete en su intento por aprender las matemáticas) lo que falta es escribir y difundirlos y discutir. Por tanto, queridos docentes, se les sugiere que se conviertan en verdaderos investigadores de la enseñanza de la matemática y que sus investigaciones sean difundidas.
- A la luz de los resultados de la aplicación del modelo van Hiele, se sugiere realizar las sesiones de aprendizaje en el área de matemática, considerando los niveles de comprensión de los estudiantes, así como las fases de aprendizaje.
- Finalmente se recomienda, fomentar el diálogo e intercambio de opiniones entre los estudiantes respecto al tema tratado, en un inicio haciendo uso de lenguaje natural y progresivamente la apropiación de lenguaje técnico, gráfico y/o simbólico. Así mismo la clase de matemática debe convertirse en un lugar donde el estudiante aprenda explorando y realice demostraciones empíricas con uso de material concreto (aún desde el jardín) y posteriormente en secundaria realice las demostraciones formales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÀFICAS

[1] AFONSO MARTÍN, María Candelaria
2003 *Los Niveles de Pensamiento Geométrico de van Hiele. Un estudio con Profesores en Ejercicio.* Tesis para optar el grado de doctor. La Laguna: Universidad de La laguna, Departamento de Análisis Matemático

[2] ASOCIACIÓN FONDO DE INVESTIGADORES Y EDITORES
2009 *Geometría, una visión de planimetría.* Segunda edición. Lima: Lumbreras

[3] CARREÑO, E & CLIMENT, N
2010 "Conocimiento del contenido sobre polígonos de estudiantes para profesor de matemáticas". *PNA,* volumen 1, número 5, pp. 11 – 23

[4] BARBA, M. et al.
2007 "Piaget y L. S. Vigotsky en el análisis de la relación entre educación y desarrollo". *Revista Iberoamericana de Educación.* OEI, número 42/7 – 25 de mayo de 2007. Consulta: 25 de noviembre de 2010 <<http://www.rieoei.org/deloslectores/1616Tellez.pdf>>

[5] CASTIBLANCO, A. et al.
2004 Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Serie de documentos. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de la República de Colombia

[6] COCKCROFT
1985 Las Matemáticas Sí Cuentan. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia Subdirección General de perfeccionamiento del Profesorado, Traducción al castellano

[7] CORBERÁN, R. et al.
1994 Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de van Hiele. Madrid: C.I.D.E y MEC

[8] ETCHER, N; REID, M & BOTTA, R
2009 "Animándonos a la enseñanza de la geometría con Cabry". *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, número 17.*

[9] GARCÍA, S & LÓPEZ, O
2008 La enseñanza de la Geometría. Colección: Materiales para apoyar la práctica educativa. México. D.F: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación

[10] GODINO, J & RUÍZ, F
2002 Geometría y su didáctica para maestros. Granada: Universidad de Granada

[11] GUILLEN, G
2004 El modelo van Hiele aplicado a la geometría de sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática". *REDALYC. Red de revistas científicas de América Latina, El Caribe y Portugal,* volumen 16, número 003, pp. 103 – 125

[12] GUTIÉRREZ, Luis
2009 *Didáctica de la matemática para la formación docente.* San Hosé: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana, CECC/SICA

[13] HERNÁNDEZ, J
1997 *Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos.* Tesis para optar el grado de doctor. Tenerife: Universidad La Laguna

[14] HERNÁNDEZ, R; FERENÁNDEZ, C y BAPTISTA, P.
2003 *Metodología de la investigación.* México: McGraw – Hill Interamericana

[15] JAIME, A. y GUTIÉRREZ, A.
1990 "Una Propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El Modelo de van Hiele". En Llinares, S. *Teoría y Práctica en Educación Matemática.* Sevilla: Alfar, pp. 295-384.

[16] MED: MINISTERIOS DE EDUCACIÓN DE LA REPÚBLICA DE PERÚ
2003 *Cómo rinden los estudiantes peruanos en comunicación y matemática: resultados de la evaluación nacional 2001. Cuarto grado de secundaria informe pedagógico. UMC.* Documento de trabajo número 4, Lima

2004 *Una aproximación a la alfabetización matemática y científica de los estudiantes peruanos de 15 años, resultados del Perú en la evaluación internacional PISA UMC.* Documento de trabajo número 10, Lima

2005 *Evaluación nacional del rendimiento estudiantil 2004. Informe pedagógico de resultados.* UMC, *Lima*

2007a *Fascículo 1: Naturaleza, evolución e importancia de la matemática.* Serie 1 para docentes de secundaria, currículo y desarrollo de capacidades matemáticas. Lima: El comercio

2007b *Fascículo 2: Aprendizaje de la matemática y el desarrollo de capacidades.* Serie 1 para docentes de secundaria, currículo y desarrollo de capacidades matemáticas. Lima: El comercio

s/a "*Perfil educativo de la Región Apurímac. Principales indicadores para el seguimiento de proyectos educativos* regionales". UMC, Lima

[17] MARCOS, G.
2008 *Modelo de análisis de competencias matemáticas en un entorno interactivo.* Tesis para optar el grado de doctor. Universidad Rioja

[18] MEDINA, A
2000 "El Legado de Piaget". *EDUCERE.* Venezuela, año 03, número 09, pp. 11 - 15

[19] MOYA, A
2004 "La matemática de los niños y niñas – contribuyendo a la equidad" *SAPIENS. Revista Universitaria de Investigación.* Caracas, volumen 5, número 002

[20] NCTM: NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS
2003 Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: Sociedad Andaluzca de Educación Matemática Thales. Traducción al castellano por Manuel Fernández Reyes

[21] NAVARRO DOMÍNGUEZ, María de los Ángeles
2002 *Un estudio de convergencia encuadrada en el modelo de van Hiele y sus correspondiente propuesta metodológica.* Tesis para optar el grado de doctor. Universidad Sevilla

[22] PÍAGET, J
1991 Seis estudios de psicología. Barcelona: Labor. S.A. Traducción al castellano por Jordi Marfá

[23] PISA: Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes de la OCDE
2006 *Marco de la Evaluación Conocimientos y Habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura.* Traducción de Bercero Borja García. España: Santillana Educación

[24] RAMOS, B & FONT, V
2008 "Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* volumen 11, número 002

[25] RICO, L
1991 Educación Matemática y resolución de problemas. *Memorias del II CIBEM.* Sección de Enseñanza de las Ciencias y de la Tecnología. UNESCO. París

1999 "Educación Matemática, Investigación y Calidad". En DA PONTE, J. P & SER-RAZINA, L. *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália.* Santarem: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciencias de Educação, pp. 303-312

[26] ROJAS, C
2005 "Mentefactos y Niveles de Razonamiento Geométrico, según van Hiele, en Alumnas de Licenciatura de Pedagogía Infantil" *Zona Próxima. Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación de la Universidad del Norte.* Barranquilla, número 6, pp. 82-93

[27] SORDO, J.M
2005 *Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría.* Tesis para optar el grado de doctor. Madrid: Universidad Complutence de Madrid

[28] SULCA, A
2000 *Uso de la regla y el compás para la enseñanza aprendizaje de la matemática en educación secundaria.* Tesis para optar el grado de magíster. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú

[29] TERAN, M
2004 "Relatos descriptivos sobre la enseñanza de la matemática en la primera etapa de las escuelas básicas". *EDUCERE,* Venezuela, volumen *8,* número 025

[30] TERÁN, M & PACAHCANO, L
2005 "La investigación – acción en el aula: Tendencias y propuestas para la enseñanza de la matemática en el sexto grado". *EDUCERE,* Venezuela, volumen 9, número 029

[31] van HIELE, Pierre Marie
1957 *El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría.* Tesis para optar el grado de doctor. Utrecht: Universidad Real de Utrecht. Traducción al español realizada en 1990 por Ángel Gutiérrez (director)

[32] VIELMA, E & SALAS, M
2000 "Aportes de las teorías de Vygotsky, Piaget, Bandura y Bruner. Paralelismo en sus posiciones en relación con el desarrollo". *EDUCERE.* Venezuela, año 03, número 09, pp. 30 - 37

UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS SOCIALES

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

ESPECIALIDAD MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

MODELO VAN HIELE Y EL DESARROLLO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS EN EL APRENDIZAJE DE TRIÁNGULOS CON ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA 54036 DE TAMBURCO, 2010

ANEXO

ÍNDICE DE ANEXO

TEST APLICADOS 3

FICHAS DE SESIÓN DE APRENDIZAJE 11

GUÍAS DE CLASE 19

MATRIZ DE CONSISTENCIA 24

GLOSARIO 28

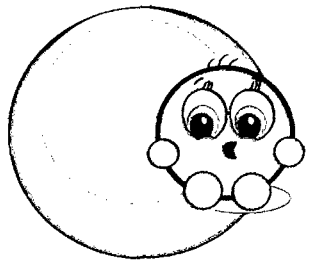
FOTOGRAFÍAS 30

TEST APLICADOS

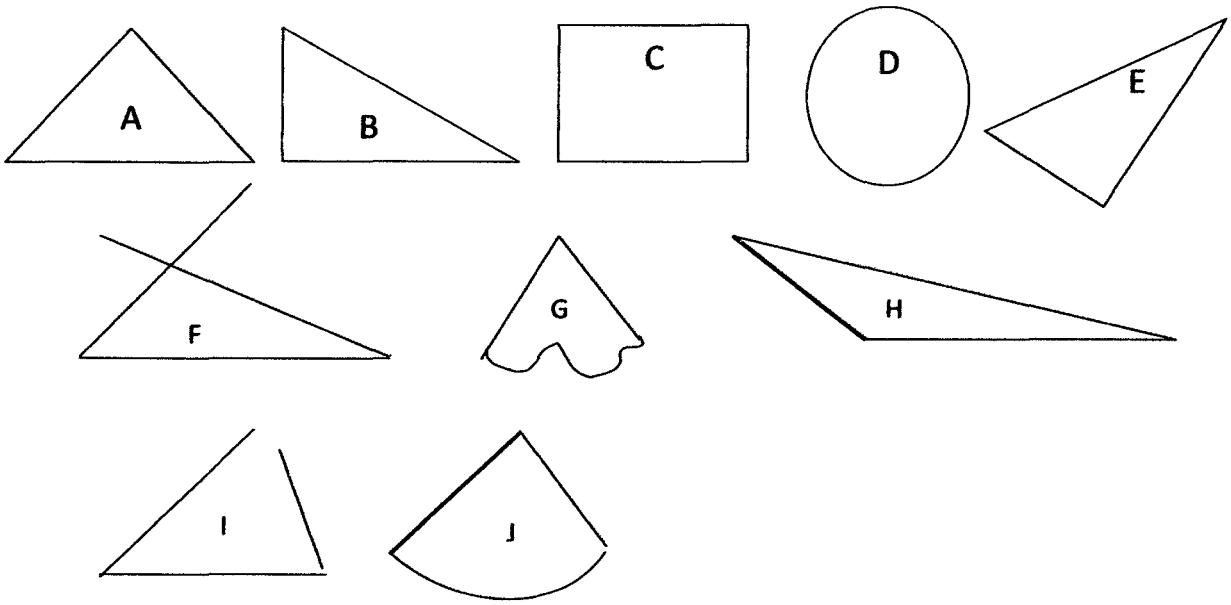
Nombre y Apellido : .....

Grado y Sección : .....

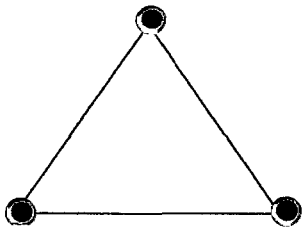
Fecha : .....



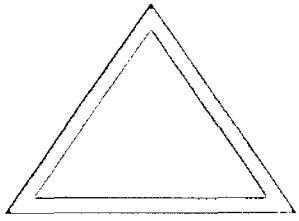
1. Pinta todas las figuras que son triángulos



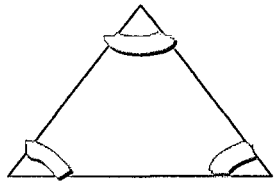
2. Escribe el nombre del elemento que está sobresaliendo en los siguientes triángulos



.....



.....



.....

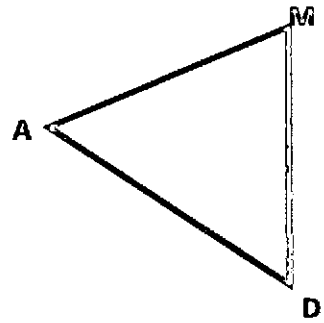
3. Marca con un aspa, el nombre del siguiente gráfico

a) Triángulo AND

b) AMD

c) ▲ **AMD**

d) ▲ ABC



4. Une con una línea

- Vértice del triángulo

Son los puntos de intersección entre lados del triángulo, por ejemplo: A, B y C

- Lado del triángulo

Son los segmentos determinados por los vértices del triángulo, por ejemplo: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$

- Ángulo del triángulo

Espacio limitado por dos lados, en nuestro ejemplo:

$\measuredangle A$, $\measuredangle B$ y $\measuredangle C$

- Triángulo

Es una figura geométrica de tres lados, que se forma a partir de la unión de tres puntos no colineales

5. Leer los siguientes símbolos:

$\measuredangle Z$ ⟹ .....

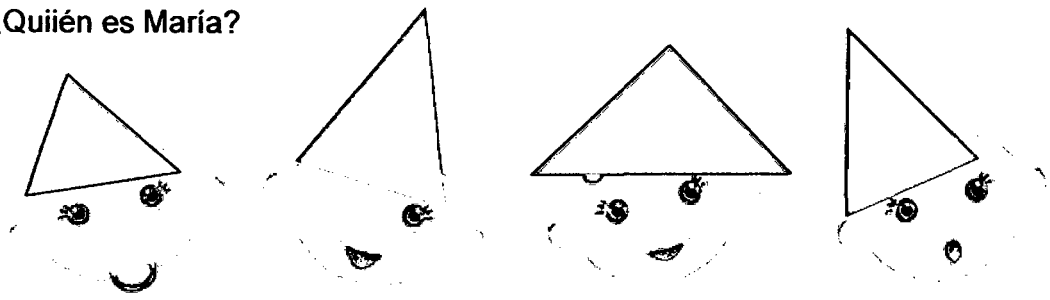
$m\measuredangle T$ ⟹ .....

$S_{\measuredangle i}$ ⟹ .....

$S_{\measuredangle i_\Delta} = 180^\circ$ ⟹ .....

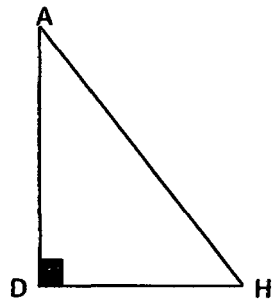
6. El sombrero de María tiene forma un triángulo rectángulo.

¿Quiién es María?

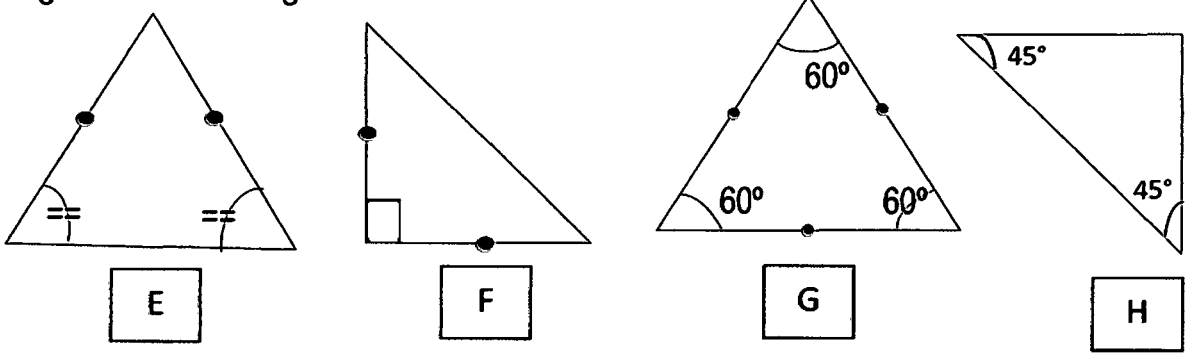


a) b) c) d)

7. Dado el triángulo ADH, recto de D. Coloca los valores 4cm, 5cm y 3cm donde corresponde:



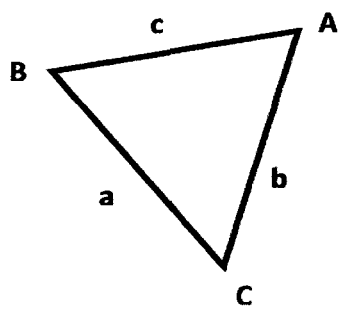
8. ¿Cuáles son triángulos isosceles?



a) Sólo E
b) E y H
c) No hay triángulos isósceles
d) **Todos son triángulos isósceles**

9. Dibuja un triángulo de nombre PAN, donde la $m\measuredangle N = 90°$ y $m\measuredangle A = 30°$, además AN = 3cm

10. De acuerdo al gráfico, interpreta lo escrito en símbolos matemáticos



Pe = a + b + c

.....

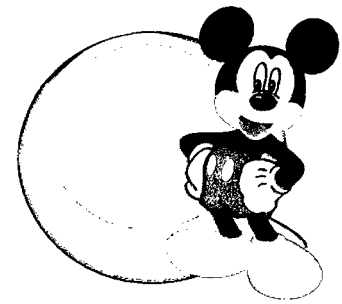
.....

.....

Nombre : .....

Grado y Sección : .....

Fecha : .....



Marca con aspa la alternativa correcta y responde

1. Eliana marca tres puntos colineales en su cuaderno ¿Podrá dibujar un triángulo?

   a) Sí
   b) No

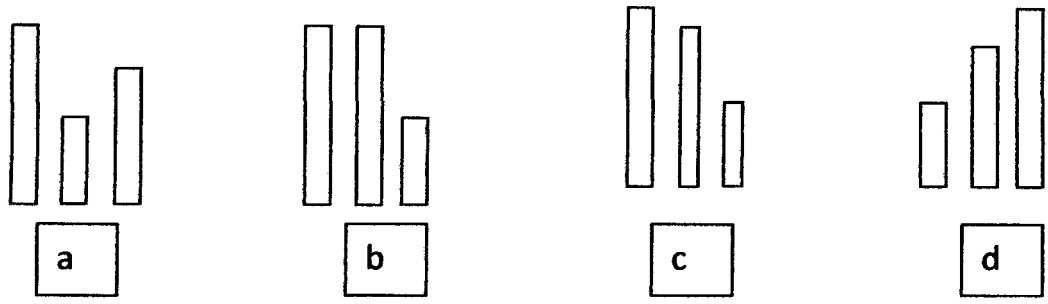
2. La siguiente figura tiene tres lados, que fueron trazados a partir de tres puntos ¿Representa un triángulo?

   a) Sí
   b) No

3. Un triángulo rectángulo como máximo ¿Cuántos ángulos rectos puede tener?

   a) 1 ángulo recto
   b) 2 ángulos rectos
   c) 3 ángulos rectos
   d) 4 ángulos rectos

4. De estos 4 grupos escoge aquel con el que se forme un triángulo isósceles



5. Erika está dibujando un triángulo de vértices MNP, cuyo ángulo M mide 30° y el ángulo N mide 60° ¿ El ángulo P podrá medir 100°?

a) Sí
b) No

6. Daril tiene un triángulo con los siguientes datos:

- Δ SEG
- $m\measuredangle S = 120°$
- $m\measuredangle E = 20°$

¿ El ángulo G podrá medir más de 40°?

a) Sí
b) No

7. Lourdes está formando una casa con palitos de carrizo de diferentes tamaños, sólo le falta unj triangulo para simular el techo. El problema es que sólob le sobran palitos de 3cm, 4cm y 5 cm ¿Podrá Lourdes formar el techo con estos palitos?

a) Sí
b) No

8. Coloca (V) si el enunciado es verdadero y (F) si es falso

- Todo triángulo equilátero es isósceles (V)
- Todo triángulo isósceles es equilátero (F)
- Puede un triángulo tener tres ángulos internos iguales (V)
- Un triángulo puede tener un ángulo llano (V)
- La unidad de medida del ángulo es el grado (V)

9. Dadas las siguientes pautas:

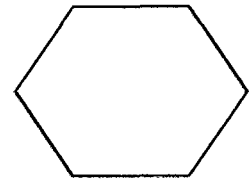
- Se llama triángulo de vertices TKM
- El ángulo K mide 90°
- Tiene un ángulo recto
- $\measuredangle T = \measuredangle M$

Identifica el triángulo al que le corresponden estos datos

a) Triángulo isósceles
b) Triángulos rectángulo
c) Triángulo isósceles rectángulo
d) Triángulo escaleno

10. Utilizando cualquier estrategia, dime ¿Cuánto mide la suma de los ángulos internos del hexágono mostrado?

a) 180°
b) 360°
c) 540°
d) 720°



FICHAS DE SESIONES

FICHA DE SESION DE APRENDIZAJE Nº 02

I. DATOS DE INFORMACIÓN

Institución Educativa : 54036 de Tamburco
Grado. : 6º A
Nº de alumnos : 20
Tiempo de Duración : *80 min.*
Fecha : Martes 21 de setiembre de 2010

TEMA : Clasificación de triángulos por sus lados

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

Clasifica los triángulos en función de sus lados

III. MATERIALES DIDÁCTICOS

- Triángulos de Cartulinas plastificadas de colores
- Tiras de lana de 50 cm
- Papel 8 oficios y cinta maskin
- Plumones acrílicos, mota
- Lapiceros, lápiz y hoja de trabajo

IV. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
INFORMACIÓN - Se realiza preguntas sobre las características de los triángulos según sus lados. - Se pega en las paredes chistes de ángulos a fin de recordar los tipos de ángulos. - Se presenta los materiales (triángulos de colores, tiras de lana) y se indica el modo de trabajo.
ORIENTACIÓN DIRIGIDA - Organizados en grupos, miden los lados de los ángulos utilizando las tiras de lana (sin regla). - En la pizarra se pega papeles 8 oficios y se coloca un nombre con

condiciones que deben cumplir.
- Pegan de acuerdo al conjunto correspondiente.
- Se brinda asesoría durante la realización de la actividad.

EXPLICACIÓN
- Intercambian opiniones sobre los triángulos de acuerdo a sus lados y su respectiva clasificación, incidiendo en los nombres de los triángulos y sus características.

ORIENTACIÓN LIBRE
- Nombran los triángulos de acuerdo a las medidas de sus lados (isósceles, escaleno, y equilátero como parte del grupo de los isósceles), sin necesidad de un soporte de medición (sin regla y sin lana)

INTEGRACIÓN
- Elaboran un cuadro y clasifican los triángulos de acuerdo a sus lados.
- En sus domicilios clasifican los triángulos dibujados en la hoja de trabajo

V.- EVALUACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES
Razonamiento y Demostración	Verifica que un triángulo equilátero está dentro del grupo de los triángulos isósceles.
Comunicación Matemática	Grafica triángulos de acuerdo a sus lados. Expresa simbólicamente condiciones para ser un triángulo isósceles y escaleno
Actitud frente al Área	Muestra seguridad y confianza en sí mismo Trabaja en equipo con entusiasmo

VOCABULARIO ENFATIZADO
- Triángulo isósceles
- Triángulo escaleno
- Triángulo equilátero

FICHA DE SESION DE APRENDIZAJE Nº 03

V. DATOS DE INFORMACIÓN

Institución Educativa : 54036 de Tamburco
Grado. : 6º A
Nº de alumnos : 20
Tiempo de Duración : *80 min.*
Fecha : Martes 28 de setiembre de 2010

TEMA : Clasificación de triángulos por sus ángulos

VI. APRENDIZAJES ESPERADOS

Clasifica los triángulos en función de sus ángulos

VII. MATERIALES DIDÁCTICOS

- Triángulos de Cartulinas plastificadas de colores
- Regla transportador
- Papel cuadriculado
- Papel 8 oficios y cinta maskin
- Plumones acrílicos, mota
- Lapiceros, lápiz y regla y hoja de trabajo

VIII. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
INFORMACIÓN - Se realiza preguntas sobre los triángulos y sus principales elementos. - Se presenta los materiales (triángulos de colores, transportador, papel cuadriculado) y se indica el modo de trabajo.
ORIENTACIÓN DIRIGIDA - Organizados en grupos, miden los ángulos de los triángulos. - En la pizarra se pega papeles 8 oficios y se coloca un nombre con condiciones que deben cumplir. - Pegan de acuerdo al conjunto correspondiente. - Se brinda asesoría durante la realización de la actividad.

EXPLICACIÓN - Intercambian opiniones sobre los triángulos de acuerdo a sus ángulos.
ORIENTACIÓN LIBRE - Ayudados del papel cuadriculado (sin transportador) verifican que un triángulo es acutángulo, rectángulo u obtusángulo.
INTEGRACIÓN - Elaboran un cuadro de doble entrada y clasifican los triángulos de acuerdo a sus lados y ángulos. - En sus domicilios clasifican los triángulos dibujados en la hoja de trabajo.

V.- EVALUACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES
Razonamiento y Demostración	Verifica que un triángulo sólo puede tener un ángulo recto Verifica que un triángulo sólo puede tener un ángulo obtuso
Comunicación Matemática	Grafica triángulos de acuerdo a sus ángulos. Expresa simbólicamente condiciones para ser un triángulo acutángulo, rectángulo u obtusángulo.
Actitud frente al Área	Muestra seguridad y confianza en sí mismo Trabaja en equipo con entusiasmo

VOCABULARIO ENFATIZADO

- Ángulo agudo,..... triángulo acutángulo
- Ángulo recto, ...triángulo rectángulo
- Ángulo obtuso,.....triángulo obtusángulo.

FICHA DE SESION DE APRENDIZAJE Nº 04

IX. DATOS DE INFORMACIÓN

Institución Educativa : 54036 de Tamburco
Grado. : 6º A
Nº de alumnos : 20
Tiempo de Duración : *80 min.*
Fecha : Martes 05 de octubre de 2010

TEMA : Propiedad de existencia del triángulo

X. APRENDIZAJES ESPERADOS

Deducir que un triángulo puede construirse, siempre que la longitud de un lado es mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos lados y menor que su suma.

XI. MATERIALES DIDÁCTICOS

- Palitos de fósforo
- Plastilina
- Hoja de trabajo
- Lapiceros, lápiz y regla

XII. SECUENCIA METODOLÓGICA

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE
INFORMACIÓN - Se realiza preguntas para detectar los conocimientos previos de los estudiantes y recordar temas tratados anteriormente. - Se presenta los materiales (palitos de fósforo, plastilina y una hoja de actividad) y se indica el modo de uso, enfatizando que la hoja de trabajo también sirve para evaluar.
ORIENTACIÓN DIRIGIDA - Organizados en grupos, exploran y descubren la propiedad de existencia de un triángulo cualquiera. - Se brinda asesoría durante la realización de la actividad.

EXPLICACIÓN - Intercambian opiniones sobre los descubrimientos realizados.
ORIENTACIÓN LIBRE - Aplican el conocimiento aprendido, y lo transfieren a contextos cotidianos. (Resuelven problemas utilizando diferentes estrategias)
INTEGRACIÓN - Realizan un resumen de lo aprendido. - En sus domicilios realizan tareas de extensión sobre el tema.

V.- EVALUACIÓN

CRITERIOS	INDICADORES
Razonamiento y Demostración	Deduce y verifica la propiedad de existencia de un triángulo
Comunicación Matemática	Expresa en lenguaje natural y simbólico la propiedad de existencia del triángulo
Resolución de Problemas	Resuelve problemas que involucra modelos geométricos de la existencia de triángulos
Actitud frente al Área	Muestra seguridad y confianza en sí mismo Trabaja en equipo con entusiasmo

VOCABULARIO ENFATIZADO
- Suma y diferencia, mayor y menor.

GUÍAS DE CLASE

PROPÓSITO

Inducir que la suma de las medidas de los ángulos internos de cualquier triángulo es igual a la medida de un ángulo llano

Indicaciones Previas

- ¡Ya sabes que tienes que trabajar en grupo!
- Utiliza los materiales que les entrego
- Si tienes dudas, puedes preguntar a la profesora, sin miedo

Si ya leíste las indicaciones previas, puedes continuar... Confirma que la profesora entregó a tu grupo los triángulos en cartulinas plastificadas.

Indicaciones de trabajo

1° Coge un triángulo

2° En tu triángulo, marca los ángulos internos y píntalo de diferentes colores

3° Con ayuda de tu transportador mide cuánto vale cada ángulo y anótalo

4° Calcula la suma de las medidas de los ángulos anotados

5° Pregunta a tus compañeros, cuál fue el resultado de la suma

6° Completa el siguiente cuadro

▲ de:	Tipo de ▲	m∢A	m∢B	m∢C	S∢i▲

Nota Aclaratoria

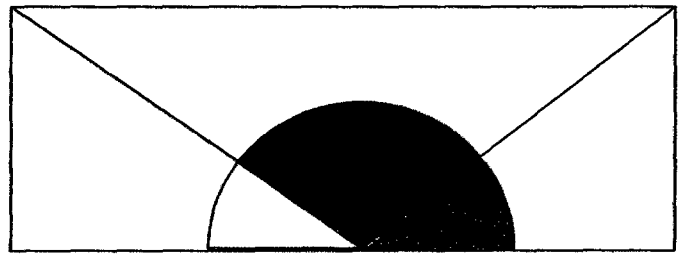
m∢A ---→ se lee, medida del ángulo A (es el primer ángulo que medimos)
m∢B ---→ se lee, medida del ángulo B (es el segundo ángulo que medimos)
m∢C ---→ se lee, medida del ángulo C (es el tercer ángulo que medimos)
S∢i --→ se lee, sema de las medidas de los ángulos internos de un

7° Responde:

¿Cuánto es la suma de las medidas de los ángulos internos de cualquier triángulo?

.....

8° Junta los ángulos internos de tu triángulo, más o menos así:



9° Responde:

¿Qué ángulo se ha formado?

.....

¿Cuánto mide este ángulo?

.....

Conclusión

.....

.....

.....

PROPÓSITO

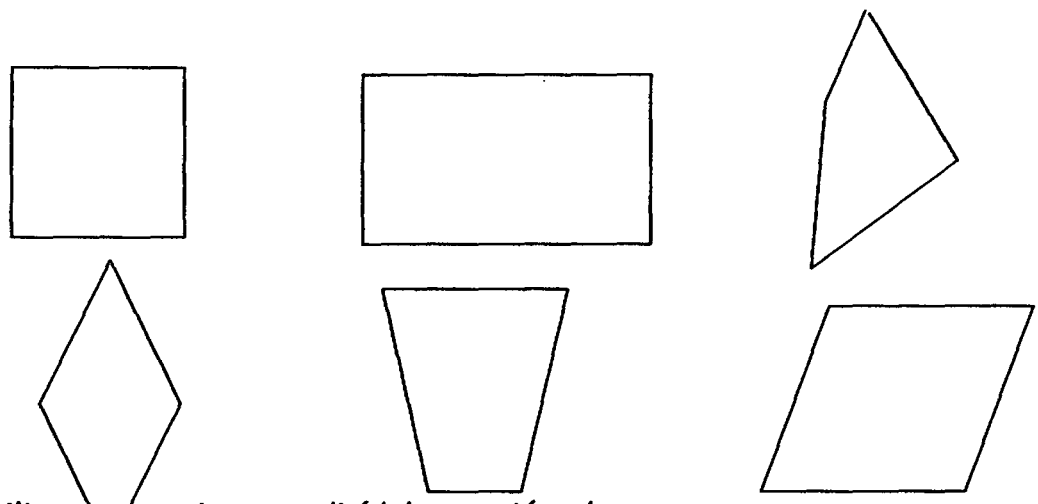
Conocer polígonos y la suma de las medidas de sus ángulos internos a partir de los triángulos

Indicaciones Previas

- ¡Ya sabes que tienes que trabajar en grupo!
- Recuerda que la **S** ∡ **i** ◣ = **180°** (Suma de medidas de los ángulos internos de cualquier triángulo es 180°)
- Si tienes dudas, puedes preguntar a la profesora, sin miedo

Indicaciones de trabajo

1° Observa las siguientes figuras, se llaman *cuadriláteros por tener cuatro lados.*



2° Utilizando tus pinturas, divídelo en triángulos.
NOTA: No vale cortar un trazo ya hecho.

3° Responde:

¿Cada cuadrilátero en cuantos triángulos puede dividirse?

.....

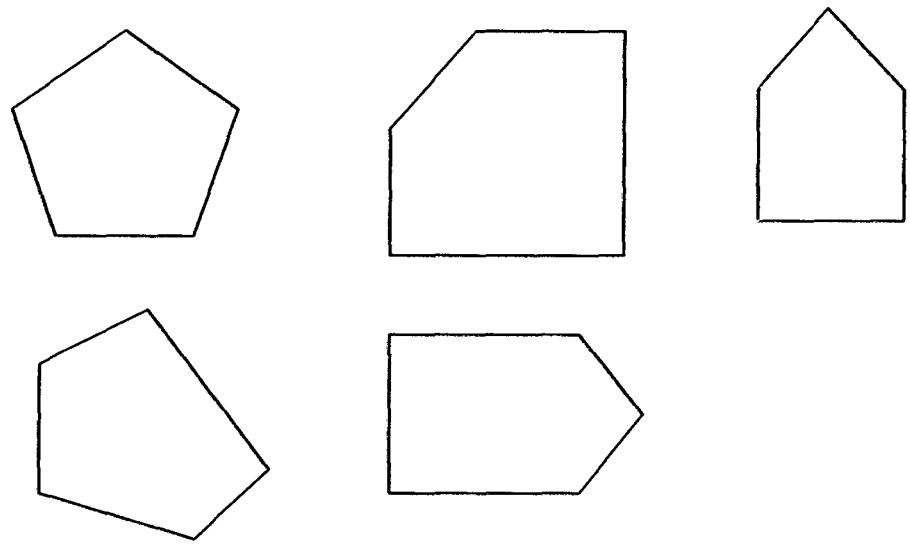
4° ¿Cuántos triángulos necesitas para formar un cuadrilátero?

.....

5° ¿Cuánto crees que es la suma de las medidas de los ángulos internos de un cuadrilátero?

Ahora vamos a trabajar con otro polígono que se llama *pentágono por tener cinco lados.*

1° Observa los siguientes pentágonos:



2° Utilizando tus pinturas, divídelo en triángulos.
NOTA: No vale cortar un trazo ya hecho.

3° Responde:

¿Cada pentágono en cuantos triángulos puede dividirse?

.....

4° ¿Cuántos triángulos necesitas para formar un pentágono?

.....

5° ¿Cuánto crees que es la suma de las medidas de los ángulos internos de un pentágono?

.....

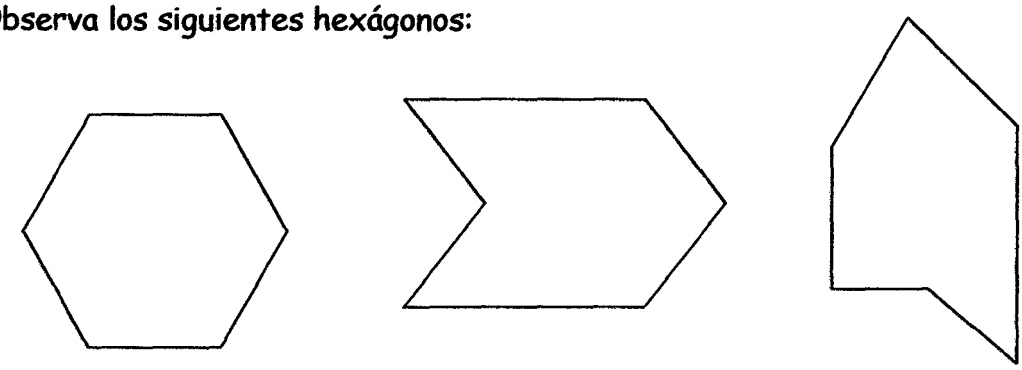
.....

6° ¿Por qué se llama pentágono?

.....

Ahora vamos a trabajar con otro polígono que se llama *hexágono por tener seis lados.*

1° Observa los siguientes hexágonos:



2° Utilizando tus pinturas, divídelo en triángulos.
NOTA: No vale cortar un trazo ya hecho.

3° Responde:

¿Cada hexágono en cuantos triángulos puede dividirse?

.....

4° ¿Cuántos triángulos necesitas para formar un hexágono?

.....

5° ¿Cuánto crees que es la suma de las medidas de los ángulos internos de un hexágono?

.....

6° ¿Por qué se llama hexágono?

.....

Nota Aclaratoria

Las figuras que hemos visto se llaman **polígonas.**

Como pudiste observar los polígonos pueden dividirse en triángulos.

Finalmente, completa la siguiente tabla

Nombre del polígono	Gráfico	Lados	N° de ▲	S∢i▲
triángulo				
Cuadrilátero				
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono		7		
Octógono		8		

Nota Aclaratoria

Para saber la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono, nos basta saber en cuantos triángulos pueden dividirse.

Poli--------→Muchos

Gono -----→ Ángulos

MATRIZ DE CONSISTENCIA

MATRIZ DE CONSISTENCIA

MODELO VAN HIELE Y EL DESARROLLO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS EN EL APRENDIZAJE DE TRIÁNGULOS CON ESTUDIANTES DEL SEXTO GRADO DE LA I.E 54036 DE TAMBURCO.

PROBLEMA	***OBJETIVOS***	***HIPÓTESIS***	***VARIABLES***	***METODOLOGÍA***
P.G *¿Cómo influye la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, al abordar el tema triángulos?*	*O.G* *Demostrar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, 2010.*	*H.G* *La aplicación del modelo Van Hiele influye significativamente en el desarrollo de capacidades matemáticas de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.*	***V.I*** Modelo Van Hiele ***V.D*** Capacidades matemáticas en el aprendizaje de triángulos	***Tipo de Investigación:*** Investigación aplicada ***Nivel de Investigación*** Explicativo ***Diseño de investigación*** Cuasi experimental ***Población*** Estudiantes de sexto grado de la I.E 54036 de Tamburco, 2010
P.E.1 ¿Cómo influye la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, 2010?	O.E.1 Determinar la influencia de la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática de estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, 2010.	H.E.1 La aplicación del modelo Van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.		

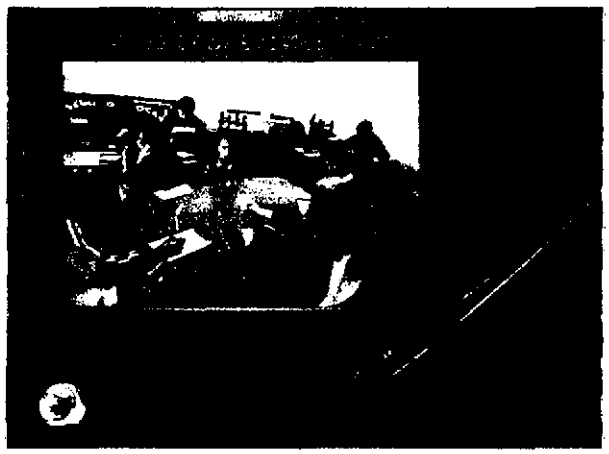
P.E.2 ¿Cómo influye la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la capacidad razonamiento y demostración de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, 2010?	O.E.2 Determinar la influencia de la aplicación del modelo de Van Hiele en el desarrollo de la capacidad de Razonamiento y Demostración de los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, 2010.	H.E.2 La aplicación del modelo Van Hiele influye significativamente en el desarrollo de la capacidad matemática de Razonamiento y Demostración de los estudiantes del sexto grado de la Institución Educativa 54036 de Tamburco, durante el desarrollo del contenido curricular triángulos.		

GLOSARIO

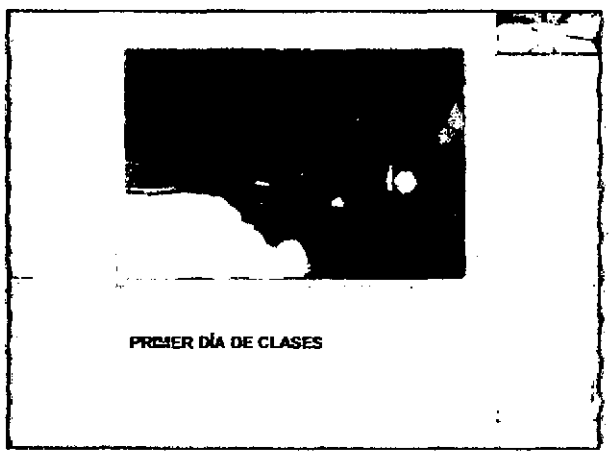
GLOSARIO	
Base de Datos DIALNET	Es una base de datos especializada en literatura científica escrita en lengua hispana, actualmente esta considerada como la mayor base de datos en español; por tener artículos completos y gratuitos de consulta.
Base de Datos PNA	La **Base de Datos Pensamiento Numérico Algebraico** (PNA), es un proyecto del Grupo Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico de Junta de Andalucía (España).
EN 2001	Es la **Evaluación nacional del rendimiento estudiantil** realizado en diciembre del 2001. Los objetivos de esta evaluación fueron: i. Evaluar a los estudiantes de cuarto y sexto grados de primaria y, cuarto grado de secundaria, en las áreas de comunicación y matemática. ii. Recoger información sobre los factores asociados al rendimiento, con el fin de identificar a aquellos que muestran una mayor asociación con los resultados de aprendizaje de los estudiantes evaluados.
LLECE	**Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación,** es la red de los Sistemas Nacionales de Medición y Evaluación de la Calidad Educativa de los países de América Latina, la cual es coordinada por la Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC) de la UNESCO, en un esfuerzo por mejorar la calidad y equidad educativa en la región.
MED	MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE LA REPÚBLICA PERUANA.
PISA	El **Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes,** es un programa de evaluación educativa organizado por un consorcio de instituciones de prestigio internacional. El propósito de este estudio es evaluar cada trienio las aptitudes de los estudiantes de 15 años para la vida en una sociedad moderna. Las áreas de evaluación son alfabetización lectora, matemática y científica. Adicionalmente a las pruebas de rendimiento aplicadas en cada uno de los ciclos evaluativos, se aplican cuestionarios dirigidos al estudiante y director con la finalidad de recoger información de los factores que se asocian a los resultados de rendimiento.
PUCP	Pontifica Universidad Católica del Perú.
Revista RIE	**Revista Iberoamericana de Educación** editado por la OEI (Organización de Estados Americanos para la Educación la Ciencia y la Cultura)

Revista REDALIC	**Red de Revistas Científicas de América Latina y El Caribe, España y Portugal**, es un proyecto impulsado por la Universidad Autónoma de Estado de México (UAEM), con el objetivo de contribuir a la difusión de la actividad científica editorial que se produce en y sobre Iberoamérica.
Revista RELIME	Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa
Sistema de citas APA	La **American Psychological Association** (APA) es una organización científica que publicó en 1929 un manual presenta una serie de recomendaciones para la preparación y presentación de trabajos científicos. Este estilo de citas de la APA es uno de los más empleados en la comunidad científica, especialmente, para las ciencias sociales: Educación, Pedagogía y Didáctica, Psicología, Lingüística, Psicolingüística, Sociología, Para-psicología, etc.
Test CM	Test utilizado para evaluar la capacidad de Comunicación Matemática
Test RD	Test utilizado para evaluar la capacidad de Razonamiento y Demostración
UMC	La **Unidad de Medición de la Calidad Educativa** (UMC) es la instancia técnica del Ministerio de Educación, responsable de desarrollar el Sistema Nacional de Evaluación del rendimiento estudiantil y de brindar información relevante a las instancias de decisión de política educativa, a la comunidad educativa y a la sociedad en general sobre estos resultados.

FOTOGRAFÍAS

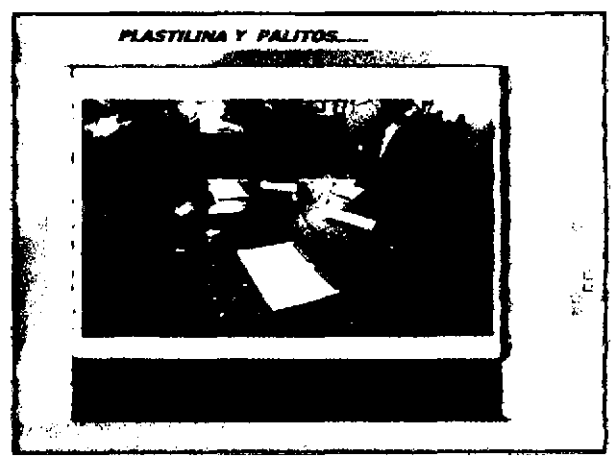


SELECCIÓN FORMAS TRIANGULARES

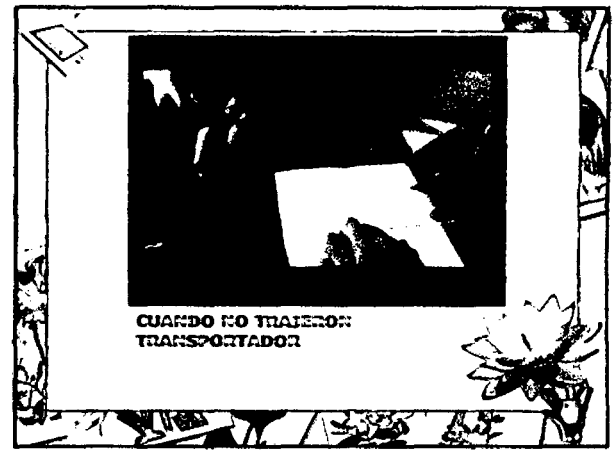

PRIMER DÍA DE CLASES

CON LA AYUDA DE MATERIAL RECICLABLE
SE DEMUESTRA LA PROPIEDAD DE QUE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE CUALQUIER TRIÁNGULO ES 180°

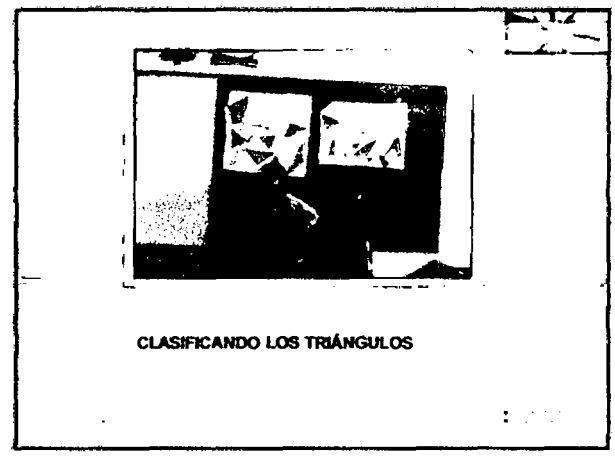
RECONOCIENDO LOS ELEMENTOS DE LOS TRIÁNGULOS

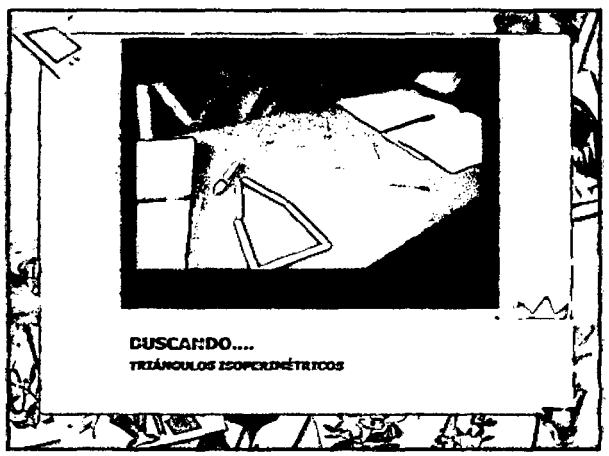

PLASTILINA Y PALITOS.....

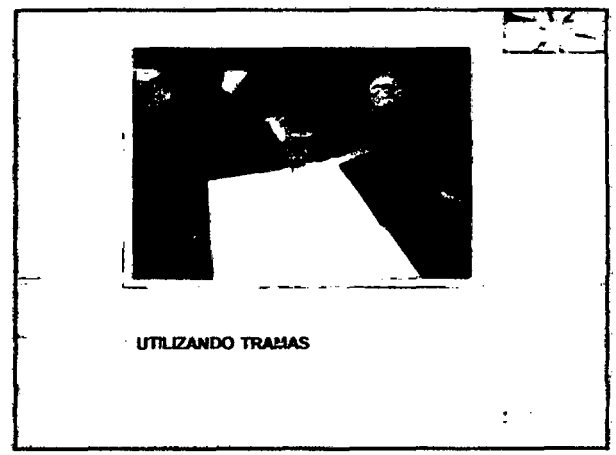
CUANDO SE IMAG


CUANDO NO TRAJERON
TRANSPORTADOR

CUANDO TERMINARON EL TRABAJO
Y NO QUERÍAN ..... LA POTO


CLASIFICANDO LOS TRIÁNGULOS


BUSCANDO....
TRIÁNGULOS ISOPERIMÉTRICOS


UTILIZANDO TRAMAS

EL DIRECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N° 54036 DE TAMBURCO, PROVINCIA DE ABANCAY, REGIÓN DE APURÍMAC

Que suscribe;

HACE CONSTAR:

Que, la señorita **EDITH PEÑA HUAMANÍ**, Bachiller en Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional Micaela Bastidas de Apurímac; ha realizado la aplicación de su tesis titulado "MODELO VAN HIELE Y EL DESARROLLO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS EN EL APRENDIZAJE DE TRIÁNGULOS CON ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATUIVA 54036 DE TAMBURCO, 2010". Desarrollando sesiones de aprendizaje en coordinación con los docentes: Silvia Tecsi Tarco responsable de 6° A y Víctor Justo Valencia Sosa responsable de 6° B; durante los meses de agosto a diciembre del año 2010.

Se expide la presente constancia a solicitud verbal de la interesada para los fines que vea por conveniente.

Tamburco, 09 de mayo del 2011

DIRECCIÓN REGIONAL DE EDUCACIÓN APURÍMAC I.E. N° 54036 - TAMBURCO DIRECCIÓN

Víctor Justo Valencia Sosa
DIRECTOR
CM. 1031001910