UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS SOCIALES

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

ESPECIALIDAD MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

"APLICACIÓN DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PROPUESTO POR POLYA, PARA EL MEJOR APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA DE ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA MICAELA BASTIDAS PUYUCAHUA, TAMBURCO, 2010"

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN

JOAO ED MOROCCO RAMOS

Abancay, Mayo del 2011

P E R Ú

"APLICACIÓN DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PROPUESTO POR POLYA, PARA EL MEJOR APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA DE ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA "MICAELA BASTIDAS PUYUCAHUA", TAMBURCO, 2010"

AUTORIDADES DE LA UNIVERSIDAD MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC

RECTOR:

Dr. Leoncio Teófilo Carnero Carnero

VICERRECTORA ACADÉMICA:

Dra. Lucy Marisol Guanuchi Orrellana

VICERRECTOR ADMINISTRATIVO:

Econ. Alipio Orco Diaz

JURADOS DE TESIS

PRESIDENTE DEL JURADO:

Lic. Alfredo Sumi Arapa

PRIMER MIEMBRO DEL JURADO:

Ps. Nivia Marisol Pilares Estrada

SEGUNDO MIEMBRO DEL JURADO

Mgt. Willie Álvarez

DEDICATORIA

A mis padres por darme la vida y enseñarme a sobrevivir.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que de forma más o menos directa me han ayudado en la realización de esta Tesis.

De manera especial:

A la Profesora Belén Cabrera, que me introdujo en el mundo de la Didáctica de las Matemáticas. A ella mi agradecimiento, ya que sin su guía, no habría sido capaz de desarrollar esta Tesis.

A la Profesora Edith Peña, por su colaboración en la investigación y formulación del informe de tesis, y por el ánimo que me ha transmitido siempre, a pesar de los malos ratos.

Y, a todos mis amigos de la universidad y entorno profesional por su apoyo y colaboración en todo momento.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

RESUMEN

La resolución de problemas es considerada como la actividad mental más importante en matemáticas; pero es a su vez la de mayor complejidad. Entre las dificultades que existen, y las que pretendemos abordar en este estudio, tenemos: estudiantes que no relacionan los problemas propuestos con los contenidos y estudiantes que no saben por donde empezar y como proceder. Es por ello que, resaltando las ventajas de la resolución de problemas, la presente investigación tiene como objetivo primordial *Demostrar que la enseñanza de la matemática por medio de la resolución de problema mejora el aprendizaje de matemática*. Cabe señalar, que se utiliza el término "resolución de problemas" en dos sentidos: el primero desde un sentido amplio como modelo de enseñanza que aquí se propone; y segundo como actividad mental de manifestación de procesos cognitivos, porque obliga a pensar y utilizar de forma reflexiva diferentes estrategias. El procedimiento utilizado fue la aplicación de cuatro pruebas de entrada, fichas de trabajo y cuatro pruebas de salida a los estudiantes; y el análisis detallado de los resultados para suponer que el modelo de enseñanza basado en resolución de problemas desarrolla capacidades, y esto a su vez permite mejorar el aprendizaje de matemáticas. De este modo el principal resultado del estudio es:

- Existe evidencia favorable para afirmar que la enseñanza de matemáticas por medio de la resolución de problemas mejora el aprendizaje de los estudiantes.

Dicho resultado nos permite concluir que:

- Se pone de manifiesto mejoras de las capacidades: *comprender el problema, seleccionar un plan, organizar estrategias y ejecución del plan;* al obtener diferencias de rendimiento de las pruebas de salida con respecto a las pruebas de entrada respectivas.
- Se pone de manifiesto, para indicar que la resolución de problemas, tiene efectos positivos sobre las capacidades: *comprender el problema, concebir un plan, organizar estrategias y ejecución del plan,* a un nivel de significancia de 0,05.

ABSTRACT

The resolution of problems is considered as the most important mental activity in mathematics; but this activity it is in turn that of major complexity. Between the difficulties that exist, and those that we try to approach in this study, we have: students who do not relate contents to the proposed problems and students who do not know where to begin and as proceeding. It is for it that, highlighting the advantages of the resolution of problems, the present investigation takes as a basic objective *to demonstrate that the education of the mathematics by means of the resolution of problems improves the learning mathematics.* It is necessary to indicate, that there is in use the term “resolution of problems " in two senses: the first one from a wide sense as a model of education which here one proposes; and second as mental activity of cognitive processes demonstrating, because, it forces to think and use of reflexive form different strategies. The used procedure was the application of four tests of entry, sheet of work and four tests of exit to the students; and the detailed analysis of the results to suppose that the model of education based on the resolution of problems develops capacities, and this in turn allows improving the learning mathematics. Of this way, the principal result of the study is:

- Favorable evidence exists to think that the education of mathematics by means of the resolution of problems improves the learning of the students

The above mentioned result allows us to conclude that:

- Improvements of the capacities are revealed: *to understand the problem, to conceive a plan, to organize strategies and execution of the plan;* on having obtained differences of performance of the tests of exit with regard to the respective tests of entry.
- It is revealed, to indicate that the resolution of problems, it has positive effects on the capacities: *to understand the problem, to conceive a plan, to organize strategies and execution of the plan*, to a level of significances of 0,05.

INTRODUCCIÓN

Presento este estudio señalando que la resolución de problemas matemáticos es para mí un reto profesional. Cuando comencé mi carrera profesional, especialmente mi experiencia como docente, empecé a interesarme y al mismo tiempo a preocuparme por las dificultades que la resolución de problemas generaban en los estudiantes y las que los propios profesores tenemos para su enseñanza.

¿Dónde radica la dificultad al resolver los problemas?, ¿qué habilidades desarrolla la resolución de problemas en los estudiantes?, ¿cómo influyen los modelos de enseñanza?, ¿qué papel juega el profesorado y la actitud del alumnado hacia la asignatura?...son sólo algunas de las numerosas preguntas que sobre este tema se pueden plantear. Unas tienen respuesta, otras aún no; pero lo que es cierto es que la resolución de problemas visto como un campo de estudio no se aplica en nuestras instituciones educativas.

"La resolución de problemas dentro del currículo de Matemáticas es un contenido prioritario, porque es un medio de aprendizaje y refuerzo de contenidos, da sentido aplicativo al área y permite la interrelación entre los distintos contenidos y las restantes áreas" (MED).

La cita anterior expresa con claridad la importancia de la resolución de problemas. Ahora bien, la resolución de problemas dentro de la matemática se muestra, como la actividad de mayor dificultad para los estudiantes. Esta dificultad puede tener algo inherente a su propia complejidad, pero también, se debe a planteamientos metodológicos inadecuados, un desconocimiento de los procesos que siguen los estudiantes o consecuencia de no haber sido éstos suficientemente motivados.

Estas dificultades en su conjunto, hizo que decidiéramos emprender esta investigación. Este estudio *aplicativo* pretende hacer una pequeña aportación, para mejorar el rendimiento actual de los estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria, específicamente en el área de Matemática, analizando y corroborando las ventajas y oportunidades que ofrece la resolución de problemas matemáticos.

De esta manera, el *propósito general* de esta investigación se ha dirigido, a la evaluación de las capacidades cognitivas que presentan los estudiantes de EBR (especialmente a una muestra pequeña de segundo año), en la resolución de problemas. Para ello hemos elaborado cuatro pruebas (ECCP, ECSP, ECOE, ECEP que se aplicarán antes y después de la experimentación), basadas en la *propuesta de Polya* y siguiendo algunas de las investigaciones realizadas en este ámbito (Toboso, Hernández, Rodríguez, entre otros), con la finalidad de valorar el desarrollo alcanzado en las capacidades básicas del proceso de resolución de problemas: capacidad para comprender el problema, capacidad para concebir un plan, que consiste en reconocer la naturaleza del problema, seleccionar el planteamiento adecuado y organizar estrategias, y capacidad para ejecutar las operaciones finales para obtener la solución. La capacidad reflexiva, importante en el proceso final de resolución de problemas, se desarrolla con la aplicación de fichas de trabajo durante la experimentación.

Con el presente estudio esperamos que el lector valore la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática, para lo cual presentamos: *Aplicación del método de resolución de problemas propuesto por Polya para el mejor aprendizaje de Matemática, de estudiantes de segundo año de la Institución Educativa "Micaela Bastidas Puyucahua", Tamburco, 2010.*

Desde esta perspectiva hemos planificado y desarrollado esta investigación que presentamos en cinco capítulos.

En el Capítulo I, desarrollamos el planteamiento y delimitación del problema que se pretende investigar, que aborda: el campo de estudio que nos ayuda a situarnos en el concepto de resolución de problemas, la definición y formulación del problema, la delimitación del problema donde se explica los objetivos de la investigación y la justificación de la investigación.

En el capítulo II, exponemos los fundamentos teóricos y marco conceptual, dividiéndolo en tres apartados. Inicialmente se presenta los estudios nacionales e internacionales que apoyan la investigación. El apartado siguiente analiza algunas teorías que, expresamente, estudian la resolución de problemas (noción y modelos aplicados a la enseñanza escolar), además, se describe la *propuesta de enseñanza – aprendizaje* que se aplica en este estudio. El tercer apartado presenta el marco conceptual de los términos más importantes, empleados en este estudio.

En el capitulo III, se desarrolla la parte metodológica, en la cual exponemos las hipótesis a verificar, el diseño, las características de la población y muestra seleccionada, la descripción de los instrumentos para valorar los procesos cognitivos en la resolución de problemas, la planificación de la investigación, la técnica de recolección de datos donde se desarrolla la validez y confiabilidad de los instrumentos, y la forma de tratamiento y análisis de los datos de la investigación.

En el capítulo IV, encontramos los resultados y discusión de la investigación.

Finalmente, el capítulo V recoge las conclusiones finales y recomendaciones, referidas a la verificación de cada una de las hipótesis, realizando una síntesis global para facilitar su aplicación en los procesos de orientación escolar, así como a la fiabilidad y validez de los instrumentos elaborados.

Señalar, por último, que finalizamos la presentación de este estudio con las referencias bibliográficas utilizadas en la misma y el anexo donde se presentan todos los materiales que hemos elaborado, expresamente, para realizar esta investigación.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO Y DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

- **CAMPO DE ESTUDIO DE LA INVESTIGACIÓN**

- **DEFINICIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**
  - **Formulación del problema**

- **DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

- **JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN**

1.1 CAMPO DE ESTUDIO DE LA INVESTIGACIÓN

Este trabajo se sitúa en el campo de la resolución de problemas de Matemáticas en el sistema de la educación básica regular.

La resolución de problemas matemáticos es reconocida como la actividad cognitiva más importante en esta materia, tanto por la teoría como por la práctica educativa en Matemáticas. "Los problemas matemáticos se nos presentan como un excelente 'laboratorio natural' en el que podemos estudiar, con bastante claridad y precisión, cómo las personas adquieren, elaboran y utilizan las destrezas para resolver situaciones problemáticas" (Mayer, 1985).

Cuando hablamos de resolver problemas en el contexto tradicional de nuestra escuela, estamos pensando en ejercicios o problemas matemáticos que son problemas bien estructurados o cerrados para la aplicación de algoritmos y excluimos los problemas de situaciones cotidianas que por lo general son problemas cuyo planteamiento y resolución requiere empleo de estrategias y toma de decisiones.

Actualmente, nuestras instituciones educativas inciden en la enseñanza de procedimientos matemáticos y aplicación de algoritmos Es por ello, las dificultades que experimentan los alumnos en la resolución de problemas escolares, en los que toda la información viene dada en forma de enunciado y donde la resolución implica etapas como la comprensión del enunciado, la búsqueda de un plan, la organización de estrategias, la elección de operaciones y su ejecución.

El estudio tiene como propósito la 'resolución de problemas de tipo de enunciado verbal' (Hernández), donde se empleen las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división). Dichos problemas que corresponden a un contexto aritmético, inciden más en la atención de procesos cognitivos superiores, tales como la comprensión y el razonamiento y no tanto en los algoritmos.

1.2 DEFINICIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

"Nuestra realidad escolar presenta un porcentaje, bastante significativo, de estudiantes con dificultades en la resolución de problemas matemáticos. Varios estudios internacionales y nacionales ponen de relieve que un porcentaje significativo de estudiantes no alcanzan el nivel mínimo de habilidades matemáticas, necesarias para valerse, sin muchas limitaciones, en nuestra sociedad de contextos tecnológicamente avanzados" (Toboso, 2000, p. 28).

Las dificultades que manifiestan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos que he observado en mi experiencia profesional de tres años como profesor de matemáticas en diferentes instituciones, se hacen presentes en situaciones como: estudiantes que no comprenden los conceptos nuevos y no los relacionan con los ya adquiridos, que esperan que el docente resuelva los problemas propuestos para que así ellos puedan ejecutar los mismos procedimientos, que no saben por donde empezar y como proceder y por tanto no aplican con criterio los procedimientos que realizan.

Por tanto, se ha considerado dos aspectos para definir el problema que se pretende abordar: rendimiento académico y enseñanza – aprendizaje de matemática.

Rendimiento académico

Al analizar la evolución del rendimiento en matemática de los estudiantes a nivel regional y nacional, los informes muestran resultados desfavorables en relación a lo esperado por el currículo nacional actual.

En el caso de la región de Apurímac, las diversas evaluaciones en matemática, revelan que el 2001 "aproximadamente un 95% de estudiantes se encontraban en un nivel por debajo del básico de desempeño [...]. Al 2004 son aproximadamente un 0,7% los estudiantes que están por concluir primaria y que han logrado el nivel de suficiencia en Matemática, [...] y son aproximadamente un 1,4% los estudiantes que están por concluir la secundaria en Apurímac que han logrado el rendimiento esperado en Matemática" (MED, 2005a, p. 7).

A nivel nacional la evaluación de rendimiento estudiantil 2001 indica que "en líneas generales, al término de la primaria, aproximadamente un 7% de los estudiantes del país alcanzan los propósitos del grado en el área de Matemática [...]. Por su parte, la gran mayoría de los estudiantes, entre el 80% al 90% aproximadamente de cuarto de secundaria, se encuentra en el Nivel por Debajo del Básico en las tres competencias, por lo que podemos afirmar que la mayor parte del total de estudiantes tiene serias deficiencias en el área de matemática, ya que ni siquiera pueden responder todo lo exigido para pertenecer al Nivel Básico" (MED, 2003, p. 47).

Así mismo la evaluación nacional 2004 indica que "el 86,1% de los estudiantes que culminan quinto grado de secundaria muestra no haber desarrollado adecuadamente sus habilidades matemáticas, ni haber incorporado los contenidos necesarios para iniciar el quinto grado de secundaria" (MED, 2005b, p. 219).

A nivel internacional, por ejemplo la evaluación PISA[1], donde ha participado el Perú reporta que "los mejores estudiantes peruanos obtienen un desempeño por debajo del de sus pares en la región" (MED, 2004, p. 138).

Enseñanza y aprendizaje de Matemática

Un mejor aprendizaje de matemáticas implica dos componentes: mejor desarrollo de capacidades matemáticas y el aprendizaje de contenidos relacionándolos con los ya adquiridos. Entonces, como profesor de matemática, se espera que los estudiantes ante un problema enunciado, comprendan el enunciado, identifiquen la naturaleza del problema (a que tema específico corresponde), elaboren un plan de solución, una forma de proceder, pero, por el contrario, lo que se observa, es que la gran mayoría, no entienden el problema, no reconocen las condiciones, no relacionan los datos disponibles y más aún no saben que parte de la matemática usar.

[1] La Evaluación PISA tiene como objetivo establecer hasta que punto los estudiantes a los que se les presentan problemas pueden activar sus conocimientos y competencias matemáticas para resolverlos con éxito. (MED, 2004).

A este contexto problemático en el aula, además se agrega el hecho que la enseñanza de la matemática, genera en muchos estudiantes emociones y actitudes negativas, que dan origen a fortalecer ideas, tales como "las Matemáticas es hacer cálculos aburridos [...]; yo no sirvo para las Matemáticas..." (Hernández, 1997, p. 10), lo cual genera que, "con el paso de los años las actitudes positivas hacia la Matemática en el sistema escolar decrecen" (MED, 2001, p. 57), y que los estudiantes sientan mayor inseguridad al momento de resolver problemas matemáticos.

"La actual orientación pedagógica en el proceso de enseñanza – aprendizaje de Matemáticas, se basa en métodos tradicionales y en teorías conductistas que sólo orientan al estudiante a la repetición de ejercicios propios de cálculo, dejando de lado la reflexión, la creación o la crítica..." (Llanos, 2008, p. 17).

1.2.1 Formulación del Problema

El problema de la investigación se dio dentro de la realidad de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua del distrito de Tamburco, con las estudiantes de segundo año; ya que es notorio en la mayoría de las estudiantes las dificultades para resolver problemas matemáticos y bajos rendimiento académico.

Si bien, no existen soluciones únicas para mejorar estas situaciones descritas y además que existe la negativa a resolver problemas como eje de enseñanza de matemática, se presentará un modelo de enseñanza que consiste en aprender Matemática resolviendo problemas.

Se concluye la formulación del problema con la siguiente interrogante:

Problema General:

La posible solución que se propone ante, el bajo rendimiento en matemáticas, la falta de estrategias metodológicas para desarrollar e incrementar en los estudiantes capacidades y la deficiencia para resolver problemas de matemáticas por parte de las estudiantes, consiste en constatar:

¿Cómo la enseñanza de matemática por medio del método de resolución de problemas propuesto por Polya, mejora el aprendizaje de matemática de las estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010?

Problemas Específicos (P.E.):

P.E. 1: ¿Será posible que los estudiantes de segundo año, mejoren el desarrollo de sus capacidades matemáticas, resolviendo problemas mediante el uso de estrategias propuestos por Polya?

P.E. 2: ¿Cómo influye el desarrollo de la capacidad de entender el problema, en el mejor aprendizaje de contenidos matemáticos? [2]

1.3 DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este apartado, procedemos a delimitar el problema de nuestra investigación formulando, de manera concreta, los objetivos del mismo.

Objetivo General

Demostrar que la enseñanza de la matemática por medio del método de resolución de problemas propuesto por Polya mejora el aprendizaje de matemática, de estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010.

Objetivos Específicos (O.E.)

O.E. 1: Determinar si resolver problemas matemáticos mediante el uso de estrategias propuestas por Polya, mejora el desarrollo de las capacidades matemáticas, tales como: comprender, interpretar, efectuar algoritmos, argumentar.

[2] Adaptado de la hipótesis específica 2 planteado por Toboso: *"La habilidad cognitiva para identificar la naturaleza de un problema [...] ha de incidir significativamente [...] en el rendimiento general de matemáticas"*, p. 159.

O.E. 2: Determinar si la capacidad de comprender el problema[3] *mejora el aprendizaje de contenidos matemáticos.*

1.4 JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA JUSTIFICACIÓN

La presente investigación, verificará la importancia que tiene la resolución de problemas como elemento principal en las metodologías de enseñanza de las sesiones de matemática, asumiendo que conlleva a un mejor rendimiento en el aprendizaje, armonizando adecuadamente "las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento y los contenidos específicos del pensamiento matemático" (Guzmán, 2000, p. 34).

La importancia de la resolución de problemas en la enseñanza se pone de manifiesto en los documentos curriculares normativos tanto nacionales como internacionales, que la consideran como un objetivo principal de la educación matemática que permitirá desarrollar una actitud favorable para afrontar problemas de su contexto y de su realidad.

Diferentes investigadores resaltan las ventajas de hacer uso del modelo de enseñanza por resolución de problemas (Guzmán, Castro, entre otros), destacándose las que permiten: contextualizar e integrar los contenidos; desarrollar capacidades, logrando que los estudiantes analicen, piensen, investiguen y creen conocimiento, obteniendo nuevas competencias y habilidades; y evaluar formativamente a los alumnos tanto en contenidos, competencias como habilidades esperadas.

Existen diversas razones que nos llevan al estudio de los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos (Toboso, 2000, p. 29).

- La resolución de problemas se considera una tarea básica del área de matemáticas, que promueve y representa los procesos de razonamiento.

[3] Al igual que Noda, se decidió analizar el comportamiento de los estudiantes frente a la fase de comprensión que se presenta ante un problema, para observar "cómo identifican los estudiantes las situaciones problemáticas, cómo las caracterizan, que relaciones establecen entre las condiciones y el objetivo, qué transformaciones realizan sobre ellas y en qué transforman el problema planteado" (Noda, 2000, p. 41).

- Las teorías cognitivistas relacionan, estrechamente, la inteligencia con la resolución de problemas.
- Las dificultades encontradas en nuestros alumnos, cuando se enfrentan a la resolución de problemas matemáticos.
- Los problemas matemáticos facilitan, de forma clara y precisa, el análisis de los procesos cognitivos del pensamiento.

Además, el presente estudio se justifica al considerar los aspectos de Legalidad, Relevancia social, Originalidad e Implicancia didáctica, como marco para su ejecución.

Legal

El presente trabajo de investigación se realiza en el marco de las orientaciones para la Educación Básica Regular establecidos en el Diseño Curricular Nacional: "resolver problemas, [...] posibilita la interacción con las demás áreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades" (MED, 2008, p. 317). Es así que, el estudiante que resuelve problemas, desarrollará distintas capacidades inmersas en la resolución de problemas.

Las Orientaciones para el Trabajo Pedagógico de Matemática, los Principios y Estándares para la Educación de Matemáticas (NCTM) y el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA) son documentos que también inciden en el desarrollo de competencias y habilidades para resolver todo tipo de problemas.

Relevancia social

Los resultados de este trabajo beneficiarán a docentes de Matemática, al poder contar con un modelo que permite una enseñanza y aprendizaje de las matemáticas eficaz y eficiente. Además será un referente de investigación regional aplicable en sectores rurales, marginales y urbanos por centrar la enseñanza de la matemática en el aprendizaje de estrategias para resolver problemas no sólo matemáticos, sino de otras áreas y contextos.

Originalidad

Si bien la resolución de problemas como método de enseñanza es un tema que ha sido tratado desde hace mucho, la investigación resulta original para la región de Apurímac. La aplicación de este estudio, permitirá comprender los conocimientos matemáticos "que serán uno de los medios para desarrollar capacidades en ellos" (MED, 2006a, p. 13).

La investigación será un reto también, por cuanto "la introducción de las estrategias para resolver problemas en las instituciones educativas no son fáciles de enseñar y requieren para ello una preparación especializada en el campo de la Matemática" (Castro, 2004).

Implicancia didáctica

Entre los objetivos de la Matemática uno de los principales propósitos es "el desarrollo del pensamiento matemático" [4] (MED, 2008, p. 316). Dado este objetivo central, se entiende el papel especial que han desempeñado los problemas en la clase de Matemática ya que se comprende la resolución de problemas como una de las actividades básicas del pensamiento. Entonces la importancia del presente trabajo en este aspecto, es "enseñar por resolución de problemas, porque pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y desarrollo de capacidades" (MED, 2006b, p. 24).

Si los resultados en las diferentes pruebas nacionales e internacionales de medición de logros de aprendizajes de contenidos matemáticos, en los que ha participado nuestro país, han sido muy bajos, principalmente en nivel secundario; este trabajo puede constituir una solución acorde con los planes y programas vigentes que logre la mejora en los procesos de aprendizajes pertinentes.

[4] "El pensamiento matemático es el uso y manejo de procesos cognitivos tales como: razonar, demostrar, argumentar, interpretar, identificar, relacionar, graficar, calcular, inferir, efectuar algoritmos y modelizar en general y, al igual que cualquier otra forma de desarrollo de pensamiento, es susceptible de aprendizaje" (MED, 2006a, p. 8).

CAPITULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y MARCO CONCEPTUAL

- **INVESTIGACIONES SOBRE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**
    - **Investigaciones nacionales**
    - **Investigaciones internacionales**
- **MARCO TEÓRICO**
    - **Teoría genética de Jean Piaget**
    - **El aprendizaje según el paradigma constructivista**
    - **La resolución de problemas matemáticos. Enfoques desde la psicología**
    - **Modelos para la resolución de problemas. Enfoques desde la matemática**
    - **La resolución de problemas como objetivo de enseñanza**
    - **Una propuesta de enseñanza – aprendizaje basada en la resolución de problemas**
- **MARCO CONCEPTUAL**
    - **Problema**
    - **Resolución de problema**
    - **Estrategias de resolución de problemas**
    - **Aprendizaje**

2.1 INVESTIGACIONES SOBRE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

A nivel local y regional no se ha encontrado antecedente **referencial significativo** que sirva como eje base para el presente estudio. Por tal motivo sea optado por hacer mención de investigaciones nacionales e investigaciones internacionales que justifiquen la importancia y respalden la presente investigación 'Aplicación del método de resolución de problemas propuesto por Polya para el mejor aprendizaje de matemática, de estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010'.

2.1.1 Investigaciones Nacionales

INVESTIGACIÓN N °1

"Estrategia heurística de resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática". Estudio presentado por la Licenciada Saby Ofelia LLANOS ALMONACID, ganadora del Premio Nacional de Educación Horacio 2008 ofrecida por la Derrama Magisterial.

La realización de este estudio ha aportado evidencia favorable a la siguiente hipótesis:

- La estrategia heurística de resolución de problemas produce efectos positivos en el aprendizaje de la matemática en los alumnos del cuarto grado de Educación Secundaria de la I.E. 0087 "José María Arguedas" del distrito de San Juan de Lurigancho – Lima.

El resultado de este estudio demostró que existen diferencias significativas en el rendimiento académico de los alumnos a quienes se les enseño mediante la estrategia heurística de resolución de problemas con los alumnos a quienes no se les enseño mediante esta estrategia.

La metodología de este estudio experimental consistió en la elaboración y aplicación de los siguientes instrumentos: Pretest y Postest que miden los conocimientos sobre

Conjuntos, Lógica y La recta en el plano cartesiano y "Guía para pensar el problema".

Es importante añadir que este estudio se sustenta con la teoría genética de Jean Piaget (Desarrollo Cognitivo) y con el modelo de resolución de problemas de George Polya (Estrategias de resolución de problemas en matemática).

INVESTIGACIÓN N °2

"Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática." Tesis presentado por Víctor MALASPINA JURADO para optar el grado de Doctor en Ciencias. Pontificia Universidad Católica del Perú, 2008.

Este estudio de carácter teórico, empírico y propositivo, trabajo con estudiantes ingresantes a la PUCP en el año 2007 – I, y tuvo como objetivos responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el papel de la intuición y el rigor en la resolución de problemas de optimización [5] en alumnos universitarios? La respuesta es: "percibimos deficiencias en el uso de proposiciones, procedimientos y argumentos al resolver los problemas de optimización propuestos; y una deficiencia específica en la argumentación…"

Este resultado empírico indica que estas deficiencias presentadas en estudiantes universitarios se arrastran desde la educación básica regular.

- ¿Cómo están tratados los problemas de optimización en los libros de texto de matemáticas de secundaria en el Perú? Los resultados son: "En el aspecto de resolución de problemas, lo que predomina es brindar al alumno pasos específicos

[5] El autor define *problema de optimización* a todo problema en el cual el objetivo fundamental es obtener un valor máximo o un valor mínimo de alguna variable; […] permiten desarrollar las funciones de conjeturar, anticipar y concluir y que simultáneamente preste atención a educar en la formalización y el rigor.

para obtener la respuesta y no una orientación o acompañamiento en el análisis de la información y del uso de los recursos matemáticos disponibles para resolverlo …"; "…el papel fundamental de los problemas es aplicar conocimientos y no ser puntos de partida para descubrirlos o construirlos; y que predomina el criterio de poner a disposición del alumno muchos problemas para que se prepare para las evaluaciones adquiriendo práctica en el uso de reglas, recomendaciones y algoritmos, y no el criterio de usar los problemas para desarrollar la capacidad de análisis, la creatividad, la intuición y en general el pensamiento matemático."

El estudio llevado por el autor, responde a la necesidad de proponer problemas a los estudiantes que involucren el desarrollo del pensamiento matemático.

- ¿Es posible proponer problemas de optimización en la educación básica del Perú…?

Al respecto el autor responde afirmativamente y propone problemas de optimización para la primaria y para la secundaria. Estos problemas serán recogidos en este estudio.

2.1.2 Investigaciones Internacionales

INVESTIGACIÓN N °1

"Evaluación de Habilidades Cognitivas en la Resolución de Problemas Matemáticos" Tesis Doctoral realizado por Jesús TOBOSO PICAZO, presentado en la Universidad de Valencia, Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación - 2004.

Este riguroso estudio, con 268 alumnos de 2° y 3° de secundaria como muestra, es el principal referente para nuestra investigación, puesto que hace evidente la relación que existe entre las habilidades cognitivas presentes en la resolución de problemas y el nivel de aprendizaje de la matemática.

Sustenta de forma teórica y empírica el modelo de resolución de problemas matemáticos, basado en los procesos de comprensión y solución propuestos por Mayer, en los que intervienen cinco campos específicos de conocimientos: lingüístico, semántico, esquemático, estratégico y operatorio. Dicho modelo correspondiente a la teoría del Procesamiento de la información, tiene similitud con la propuesta que se pretende aplicar en nuestro estudio.

Entre las conclusiones finales más destacables, obtenidas al aplicar cuatro pruebas que valoran los procesos que intervienen en la resolución de problemas, tenemos las siguientes:

- Se constata que la comprensión lectora, el reconocimiento de la naturaleza del problema, la organización de las estrategias que lo resuelven, y la ejecución correcta de los algoritmos, aritméticos y algebraicos, son variables predictoras del rendimiento general en matemáticas y de la capacidad que presentan los alumnos para resolver los problemas planteados en esta asignatura.
- Se advierten las mayores dificultades en el reconocimiento del problema y el conocimiento estratégico.
- Un porcentaje significativo de alumnos resuelven, de forma "mecánica", una parte de los problemas planteados, ejecutando los algoritmos indicados, pero desconociendo la naturaleza del problema.

En conclusión, estos resultados, permiten verificar que el saber trabajar en función a la resolución de problemas propuestos, determina un mejor rendimiento general en matemática.

INVESTIGACIÓN N °2

"Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos" Tesis Doctoral realizado por Josefa HERNÁNDEZ DOMÍNGUEZ, presentado en la Universidad de la Laguna, Facultad de Ciencias y Tecnologías, Departamento Análisis Matemático, 1997.

Este riguroso estudio, con 355 alumnos de 3°, 4° y 5° de primaria como muestra, es un referente para nuestra investigación, al analizar los modelos de resolución de problemas y presentar uno propio inspirado por la propuesta de Polya, que brinda evidencia favorable a la relación: alumnos que demuestran poseer más habilidades metacognitivos se presentan como los mejores resolutotes.

También, este estudio aporta una nueva clasificación de las situaciones y problemas del dominio de aplicación del campo conceptual aditivo de las magnitudes discretas, basada en las cantidades, medidas y números enteros el cual es dirigido a los alumnos de Educación Primaria.

Hernández, señala que, la interiorización de un modelo de resolución para problemas aritméticos verbales, necesita una instrucción concreta. Es por ello que propone un Diseño instruccional para la resolución de problemas aritméticos verbales (DIRPA), pretendiendo introducir a los niños en un modelo de competencias, utilizando un sistema de representación visual-geométrico y apoyándose en el esquema partes-todo.

Al ser uno de sus objetivos generales ver cómo influye en ellos el aprendizaje de un "modelo de competencia"[6] para resolver dichos problemas, con el uso de un nuevo sistema de representación no verbal para la resolución de problemas (instrumento basado en el sistema de representación visual-geométrico), sus conclusiones afirmativas apuntan a:

- El rendimiento en resolución de problemas aditivos[7], en general, es alto; menor en los problemas de estructura multiplicativa, siendo los problemas de dos operaciones los que alcanzan el máximo de dificultades.
- En los problemas inventados encontramos que los niños tienen interiorizada para cada operación aritmética un tipo concreto de categoría semántica que sería, para la suma: combinación o cambio; para la resta: cambio; para la multiplicación:

[6] Modelo denominado así por la autora que sirve para resolver problemas aritméticos verbales.
[7] La autora define *problema aditivos* a todo problema verbal donde interviene la operación de adición y sustracción.

razón; y, para la división: reparto, a pesar de que los mismos niños son capaces de resolver problemas de las otras categorías semánticas.

Las conclusiones aquí señaladas, son ejemplos de lo que se puede y pretende lograr mediante una metodología de enseñar matemática por medio de la resolución de problemas a alumnos de nivel primaria.

Además el esquema de su "ficha de resolución de problemas" es un material que permite trabajar en las capacidades específicas para resolver problemas; por lo cual ha sido recogido y adaptado para nuestro estudio.

INVESTIGACIÓN N °3

"Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico". Tesis para optar al grado de Doctor, realizada por Esther RODRÍGUEZ QUINTANA, presentado en la Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación en 2005.

Este trabajo, es gran referente para nuestra investigación porque muestra un marco teórico para la resolución de problemas matemáticos en relación con la cognición y metacognición y presenta dos estudios, con 14 y 12 alumnos respectivamente como muestra. También, analiza el porque de la resolución de problemas como eje de la enseñanza de la matemática y las dificultades para su aplicación.

El modelo que presenta sus estudios considera el propuesto por Schöenfeld, para la enseñanza de estrategias generales o heurísticas, que ha sido diseñada tomando como base el propuesto por Polya.

Dentro de sus objetivos de estudio, se encuentra el Diseñar y llevar a cabo un modelo llamado "Recorrido de Estudio e Investigación (REI)" que permita la Incorporación de la resolución de problemas como eje generador de la actividad matemática. Sus resultados indican que:

- Se ha mostrado la eficacia de la propuesta de instrucción planteada – los Recorridos de Estudio e Investigación – para situar la resolución de problemas como eje integrador del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- También se ha podido mostrar cómo la incorporación de una verdadera actividad de resolución de problemas en el aula a través de los REI implica un afloramiento de los aspectos metacognitivos. Por un lado, la asunción de responsabilidad por parte de los alumnos -como protagonistas en la construcción de la respuesta a la cuestión- sobre aspectos del proceso de estudio que normalmente quedan bajo la responsabilidad única del profesor está relacionada con la aparición de la regulación metacognitivo. Por otro lado, la necesidad de conectar praxeologías para construir la respuesta a la cuestión hace necesarios niveles de conocimiento metacognitivo que pueden superar en los REI incluso el nivel disciplinar.

La hipótesis de este estudio: "El conocimiento fundamental para el éxito en la resolución de tareas problemáticas es el conocimiento condicional (que se refiere a cuándo y cómo poner en juego un determinado concepto o procedimiento y se fundamenta en el por qué de dicha acción)", tuvo evidencia favorable con la aplicación de la instrucción planteada.

Analizando esta hipótesis se extrae que el éxito en la resolución de tareas problemáticas se encuentra en emplear el conocimiento adecuado, para lo cual es necesario identificar la naturaleza del problema (comprensión del problema) y concebir la forma de empleo (concebir un plan).

Si bien la propuesta del autor, va en contra a lo propuesto por el currículo nacional que trata sobre una secuencia de contenidos específicos, la importancia de este modelo está en lo que se logra al enseñar matemáticas en base a resolver problemas.

INVESTIGACIÓN N °4

"Aspectos epistemológicos y cognitivos de la resolución de problemas de matemáticas, bien y mal definidos. Un estudio con alumnos del primer ciclo de la

ESO y maestros en formación". Tesis Doctoral en Ciencias Matemáticas, presentado por María Aurelia NODA HERRERA en la Universidad de la Laguna. Departamento de Análisis Matemático el año 2000.

Este estudio, con 23 estudiantes de segundo año como muestra, se plantea como propósito general, analizar y describir los comportamientos frente a problemas de encontrar bien y mal definidos en contextos diferentes (Aritmética, Álgebra y Geometría), analizando fundamentalmente la fase de comprensión de la situación problema, y observando cómo identifican los estudiantes las situaciones problema, cómo actúan sobre las condiciones y/o el objetivo, qué relaciones establecen entre las condiciones y el objetivo, entre otros comportamientos.

Los resultados que a continuación detallamos, *permiten considerar la capacidad de comprender el problema del estudiante (fase de preparación según el modelo de resolución de problemas propuesto por la autora), como la más importante del proceso de resolución de problemas y la que más influencia puede sufrir en su desarrollo*:

- Se detecta la influencia del contexto, en la identificación correcta de los problemas de encontrar caracterizados como bien definidos o mal definidos.
- Las acciones realizadas por los estudiantes, pueden ser dirigidas por los datos y/o por el objetivo del problema.
- Los estudiantes al replantear el problema dado, pueden modificar los datos y/o los objetivos de la misma, añadiendo a eliminando datos.

2.2 MARCO TEÓRICO

Presentamos un marco teórico con el fin de proporcionar información que permita enfocar y sustentar el tema de estudio. Además, en cada apartado, se realizan apreciaciones personales [*en cursivas*] y una conclusión.

2.2.1 Teoría Genética de Jean Piaget

Piaget, de manera especial investigó la relación entre el desarrollo mental y el proceso del aprendizaje, para entender cómo evoluciona la inteligencia del niño.

Sobre el desarrollo cognitivo

El desarrollo cognitivo (también llamado, mental, psicológico, de la inteligencia o de las estructuras o funciones cognitivas), es producto del constante 'equilibrio' entre dos procesos indisociables: 'asimilación' y 'acomodación'.

En palabras de Piaget (1992), la evolución mental del niño se puede describir sobre la base del concepto de equilibrio. Esto se da, al producirse un conflicto en las estructuras cognitivas existentes (genera desequilibrio) producto de la asimilación, por lo que se hace necesario una acomodación del nuevo conocimiento.

Dicho esto, es importante también, conocer los conceptos de asimilación y acomodación: "La asimilación se entiende como, la integración de elementos exteriores (información) a estructuras existentes, que puede o no producir conflicto cognitivo. La acomodación, mientras tanto, viene a ser el proceso donde la persona ajusta o modifica sus estructuras al nuevo conocimiento.

Podemos afirmar entonces, que un mejor desarrollo cognitivo implica estados superiores de equilibrio. Y que, la adaptación intelectual al medio físico y social es una progresiva equilibración.

Esta consideración sobre el desarrollo, permite a Piaget afirmar que, el desarrollo intelectual progresa en niveles distintos. Es así que, distingue cuatro periodos de desarrollo, que marcan la aparición de "formas de organización de la actividad mental (estructuras variables), bajo un doble aspecto motor o intelectual, por un parte, y afectivo, por otra.

Las etapas del desarrollo cognitivo

La primera etapa definida como *sensorio motriz*, va desde el nacimiento hasta los inicios de la adquisición del lenguaje y pensamiento. Esta marcado por la adquisición de la capacidad de manipular y reconocer objetos y de reconocer las relaciones de causalidad de la manipulación de objetos.

La segunda etapa definida *pre operacional concreta,* va de los dos a siete años. Inicia con la aparición del lenguaje y la integración de la palabra, que permiten la socialización, la aparición del pensamiento propiamente dicho y la interiorización de la acción a un nivel intuitivo.

La tercera etapa definida de *operaciones concretas,* que coincide con la etapa escolar, marca los progresos de la conducta, de su socialización, del pensamiento, de su afectividad y de las operaciones. Son las operaciones la forma superior de equilibrio que alcanza el pensamiento en esta etapa. Se entiende por operación, una acción cualquiera, cuya fuente son los esquemas sensorio motriz o de intuición. Hay operaciones definidas como lógicas, que constituyen el sistema de relaciones, de concepto o clases.

En resumen, en esta etapa el pensamiento del niño, se convierte en lógico. Y en esta etapa, "las nociones y relaciones no pueden construirse aisladamente, sino que son organizaciones de conjunto en las cuales todos los elementos son solidarios y se equilibran entre si". La asimilación mental de orden operatorio asegura un equilibrio muy superior al de la asimilación intuitiva o egocéntrica.

En la última etapa definida por Piaget de *operaciones formales*, que coincide con la adolescencia, la persona ya es capaz de plantear, resolver y comprobar problemas de enunciado verbal: el pensamiento formal es "hipotético-deductivo". Entre otras capacidades tenemos:

- Efectúa operaciones mentales sobre contenidos no presentes físicamente.
- Piensa en términos lógicos antes de llegar a una conclusión.

- Comprende significados simbólicos. Se da cuenta de cómo aprende.

En comparación con las operaciones concretas, las operaciones formales, no son otra cosa, que las mismas operaciones, pero aplicadas a hipótesis o proposiciones. En esta etapa la reflexión asume una función de anticiparse e interpretar la experiencia y ya no de contradecir.

Conclusión. Es posible actuar sobre el desarrollo mental, y son las actividades de aprendizaje, las que promueven este desarrollo en la escuela, suscitando estados de desequilibrio y equilibrio progresivos.

2.2.2 El Aprendizaje según el Paradigma Constructivista

"El paradigma indica que el estudiante debe construir conocimientos por sí mismo, y con la ayuda de alguien (mediador),... qué sólo podrá aprender elementos que estén conectados a conocimientos, experiencias o conceptualizaciones previamente aprendidas por él" (Klingler y Vadilla, 2003, p. 8). *Eso nos lleva a un estudiante que aprende y a un maestro que facilita el aprendizaje.*

Son desde tres enfoques de este paradigma, en que se posiciona este estudio.

Enfoque cognitivo de David Ausubel. Para Ausubel la estructura cognitiva posibilita el aprendizaje significativo. Postula cuatro tipos de aprendizaje (Muñoz, 2003, p. 59):

- Recepción significativa: el alumno integra la información presentada por el profesor a su estructura cognitiva previa.
- Recepción memorística: el alumno memoriza los contenidos sin integrarlo a su estructura cognitiva previa.
- Descubrimiento significativo: el alumno a través de acciones de exploración e investigación elabora y/o descubre la información (proceso de conceptualización) y la integra a su estructura cognitiva.

- Descubrimiento memorístico: el alumno elabora el material (por ensayo y error) y lo memoriza sin relacionarlo con su estructura cognitiva previa.

Enfoque genético de Jean Piaget. Piaget (1992) en su teoría del Desarrollo Cognitivo, postula que el estudiante construye el conocimiento a través de muchos canales, como la lectura, la exploración y la experimentación en contextos de aprendizaje apropiados. El nivel de competencia intelectual de una persona en un momento determinado de su desarrollo depende de la naturaleza de sus 'esquemas'[8], del número de los mismos y de la manera en que se combinan y se coordinan entre sí.

Según esta teoría, "el profesor debe tener presente que el alumno es el protagonista del proceso, que construye su propio conocimiento a través de las acciones mentales que realiza sobre el contenido del aprendizaje. Es el alumno quien consigue alcanzar un estado de 'equilibrio' cognitivo, a través de un proceso de 'asimilación y acomodación', cuando en la interacción con los objetos existe un desajuste óptimo entre los nuevos conocimientos y el nivel de desarrollo del sujeto" (Klingler y Vadilla, 2003, p. 46).

Para Flores (s/a, p. 106), "Piaget considera que la práctica educativa para el aprendizaje escolar, no debe fijarse en una recepción pasiva del conocimiento, más bien debe ser, en todo momento, un proceso activo de elaboración, [...]. Antes de comenzar las sesiones de aprendizaje, los profesores deben definir y conocer el nivel cognitivo de sus alumnos, favoreciendo en la enseñanza, múltiples interacciones entre el alumno y los contenidos que debe aprender".

La teoría de Piaget es considerada, porque en la aplicación del estudio se buscará el desarrollo cognitivo, procurando, que en todo momento la 'adaptación'[9] de los contenidos y estrategias, sea significativa y teniendo en cuenta el nivel de pensamiento formal de los estudiantes.

[8] *Esquema*: es una estructura de datos para representar conceptos genéricos almacenados en la memoria.
[9] *Adaptación*: proceso donde la inteligencia se relaciona externamente con el medio. Intervienen los procesos de *asimilación* (proceso de exploración del medio tomando partes de él) y *acomodación* (proceso que el intelecto ajusta continuamente su modelo del mundo para acoplar en su interior cada nueva adquisición).

Enfoque sociocultural de Vigotsky. Vigotsky enfatiza en la influencia de los contextos sociales y culturales sobre la construcción de conocimientos: "el aprendizaje no tendría lugar si el ser humano no estuviese en contacto con un ambiente cultural determinante" (Klingler y Vadilla, 2003, p. 34).

En su propuesta de la Zona de desarrollo próximo (ZDP) "señala que hay una diferencia entre lo que puede hacer el niño sólo y lo que puede hacer con la ayuda de un compañero más apto o de un adulto, [...] el nivel de desarrollo no está fijo" (Op. Cit., p. 32).

Al respecto consideramos que el profesor debe realizar evaluaciones para medir el nivel de desarrollo de las capacidades del estudiante, "el maestro puede practicar la enseñanza, mediante la evaluación de las ZDP de sus alumnos y, a través de pistas, brindarle a sus alumnos otros niveles de aprovechamiento" (Ibíd.).

Los principales conceptos de Vigotsky en el aula y que serán estimados en el presente estudio son: (Flores, s/a, pp. 142-165)

- Establecer una estructura global de normas y pautas de comportamiento.
- Asegurar que no se produzcan malentendidos en la comunicación.
- El estudiante más competente define un marco global.
- Depende del estudiante construir su propia comprensión en su propia mente.
- La interacción entre estudiantes puede facilitar de manera privilegiada al desarrollo de sus capacidades.
- El estudiante guiado y estimulado por el profesor logra un aprendizaje óptimo.
- En el juego el niño asume una posición por encima de su edad promedio.

La teoría de Vigotsky es considerada, porque en la aplicación del estudio se buscará zonas de desarrollo a través de una enseñanza guiada y también se procurará la *interacción de los estudiantes para obtener una participación constante.*

Conclusión. Las teorías de Piaget, Ausubel y Vigotsky, y el constructivismo en general, nos orientan, a la idea de un profesor que percibe a sus estudiantes como seres pensantes, que realizan sus propias conexiones para generar un aprendizaje significado interiorizado y útil; que el razonamiento no puede ser impuesto, porque es resultado de la construcción del propio estudiante y donde el profesor solo es un guía del aprendizaje de ellos.

2.2.3 La resolución de Problemas Matemáticos. Enfoques desde la Psicología

Teorías Asociacionistas. La resolución de problemas se entiende como "la aplicación, por *ensayo y error*, de tendencias preexistentes de respuesta o 'hábitos' adquiridos a los estímulos que se nos presentan. En cada problema, existen asociaciones a varias posibles respuestas, [...] siendo ordenadas jerárquicamente en función del éxito obtenido en anteriores ocasiones. Desde esta concepción, se establecen los tres elementos básicos del pensamiento: el *estímulo* o situación particular de resolución de problemas, las *respuestas* o comportamientos particulares de resolución, y las *asociaciones* que se establecen entre los estímulos y respuestas particulares" (Toboso, 2004, p. 118).

Se puede afirmar que, los asociacionistas entendían que el proceso de resolver problemas, consistía en el empleo mecánico de acciones obtenidas en experiencias pasadas. Es claro entonces que no aportaron grandes cosas para comprender el proceso de resolver problemas, pues obvian los procesos mentales que se hacen presentes, como el comprender y reflexionar.

Teorías Cognitivistas. Los enfoques de la teoría cognitiva, están orientadas al desarrollo del pensamiento. Sostiene que el desarrollo de la inteligencia es progresivo y secuencial; y es donde se producen las operaciones mentales que articulan la estructura cognitiva de la persona, que interviene en el pensamiento, razonamiento y capacidad de dar solución a los problemas.

Los principales planteamientos para la resolución de problemas corresponden a: Piaget, Bruner, Vigotsky, Ausubel, Feuerstein, autores de la Gestalt y del Procesamiento de la información:

a. **Jean Piaget.** Sostiene que "el aprendizaje surge de la solución de problemas que permiten el desarrollo de los procesos intelectuales" (MED, 2006c, p. 11).
b. **David Ausubel.** Propone el aprendizaje significativo "que se lleva a cabo cuando el estudiante llega a la solución de un problema u otros resultados por sí solo y relaciona esta solución con sus conocimientos previos" (Op. Cit., p. 12).
c. **Jerome Bruner.** Indica que "la formación de conceptos en los estudiantes se da de manera significativa cuando se enfrentan a una situación problemática que requiere que evoquen y conecten, (…), los elementos de pensamiento necesarios para dar una solución" (Ibíd.).
d. **Lev Vigotsky.** Su planteamiento de Zona de Desarrollo Próximo, señala la diferencia que existe entre "la Zona de Desarrollo Real del estudiante, determinado por la capacidad de resolver problemas de manera independiente y la Zona de Desarrollo Potencial determinada por la capacidad de resolver problemas bajo la orientación de un guía más capacitado… Y para identificar la Zona de Desarrollo Próximo del estudiante, se requiere confrontarlo con el motivo del aprendizaje a través de cuestionamientos directos o solución de problemas" (Op. Cit. pp. 12-13).
e. **Reuven Feuerstein.** "El hombre tiene almacenado en su mente un conjunto de instrucciones elaboradas a partir de experiencias previas; esto le permite formular hipótesis cuando debe resolver problemas… realizada la operación, el sujeto actúa y comprueba si la solución es correcta. Si no es así, el error se convierte en información y ayuda a proponer nuevas hipótesis; de esta manera se establecen las conexiones y se estructuran las relaciones del conocimiento para poder comprender la información, razonar e incluso resolver problemas" (Op. Cit. p. 15).

En resumen los aportes de estos cinco teóricos, concuerdan que el desarrollo intelectual es progresivo y secuencial, y las estructuras jerárquicas de las personas son diferenciadas, además que una manera de desarrollar las capacidades es llevar al estudiante a situaciones donde desarrollen problemas.

Teoría de la Gestalt. Esta teoría, "se interesa por llegar a una comprensión estructural del problema. Estudia los procesos de reorganización mental de los elementos que llevan a la solución, y la creación de soluciones novedosas ante situaciones nuevas" (Toboso, 2004, p. 120).

Se comparte, entonces con la posición de esta teoría, que considera, que ante un problema, la mente activa y reestructura la información hasta crear la solución posible; y que para resolver los problemas es fundamental dirigirse hacia la consecución de una meta y no quedarse en el mero proceso de ensayos y errores como lo plantean las teorías asociacionista.

En resumen, los Gestaltistas aportan ideas prácticas para el estudio del pensamiento y los procesos de resolución de problemas, para la distinción entre el pensamiento productivo y reproductivo; e ideas acerca que el pensamiento se produce por etapas y que además son necesarias delimitar fases para resolver problemas.

Cabe aclarar que, actualmente los Gestaltistas son una influencia fuerte para las nuevas teorías en el tema de resolución de problemas. Pero solo se hará mención a los aportes hechos por Polya (que se discutirá más adelante), por considerar su modelo como inspirador para las demás propuestas.

Teorías basadas en el Procesamiento de la información. Tiene por concepción que el pensamiento humano puede funcionar como una máquina compleja, similar a un programa de computadora.

Muchos investigadores matemáticos que tienen esta orientación, consideran tres fases para resolver un problema[10]: preparación, producción y enjuiciamiento.

- La fase de preparación supone un análisis e interpretación de los datos disponibles inicialmente y de las restricciones. Además, una identificación del criterio de solución (comprender y concebir un plan).
- La fase de producción, comprende un conjunto de operaciones diversas que están relacionadas con la recuperación, el almacenamiento, la exploración y la transformación de la información hasta alcanzar una solución (ejecutar un plan).
- Durante el enjuiciamiento se evalúa la solución generada, contrastándola con el criterio de solución (comprobar el resultado).

Conclusión. Al respecto de estas grandes teorías, el presente proyecto estará enmarcado en los aportes teóricos de los cognitivistas, puesto que se considera, que el estudiante para resolver problemas matemáticos debe tener claro un proceso de trabajo que se produce por etapas y donde se realizan diversas operaciones mentales presentes en determinadas capacidades específicas matemáticas.

2.2.4 Modelos para la Resolución de Problemas. Enfoques desde la Matemática

Entre los modelos propuestos por los matemáticos destacamos los formulados por Polya y por Guzmán. Cada uno de estos modelos es eje de nuestro modelo de enseñanza en base a la resolución de problemas y orienta la metodología de trabajo del presente estudio.

Modelo de Dewey. Psicólogo y pedagogo; a finales del siglo pasado, presentó un modelo para resolver problemas, con las seis fases siguientes: (Dewey, 1902, citado por Hernández, 1997, p. 158).

1. Identificación de la situación problemática.
2. Descripción precisa del problema.

[10] Modelo propuesto para resolver problemas en tres fases, citado por Hernández (1997, p.161)

3. Análisis medios-fines. Plan de solución.
4. Ejecución del plan.
5. Asunción de las consecuencias.
6. Evaluación de la solución. Supervisión. Generalización.

Este modelo, enfocado a resolver problemas de tipo general, es el inicio para los modelos orientados a resolver problemas los cuales no tendrán cambios significativos.

Modelo de George Polya. Se basó en las observaciones que había realizado como profesor de Matemáticas y en la Teoría de la Gestalt, aunque también se encuentran coincidencias con el modelo de Dewey.

Para Hernández (1997, p. 163), el modelo de resolución de problemas de Polya está basada en procesos cognitivos, que tienen como resultado encontrar una salida a una dificultad, una vía alrededor de un obstáculo, llegando a un objetivo que no es inmediatamente alcanzable.

A su vez, Rodríguez (2005, p. 202) señala que "el planteamiento de Polya se basa inicialmente en la solución de problemas referidos a situaciones reales en que sea adecuado utilizar estrategias previamente aprendidas, que puede ser necesario adaptar o modificar, pero cuya diferencia fundamental con lo practicado anteriormente radica en que están inmersas en una problemática real. Así, por ejemplo, a partir del problema inicial de encontrar la medida de la diagonal de un paralelepípedo, señala el problema de la vida real de determinar la longitud de varias cuerdas necesarias para asegurar un mástil erguido".

Puig y Cerdán (citado por Hernández, 1997, p. 164), afirman que "este modelo se basa en la idea del resolutor ideal, esto es, la persona que al resolver un problema avanza linealmente desde el enunciado hasta hallar la solución, sabiendo en todo momento qué hace y por qué lo hace; que, para acabar, examina la solución, comprueba que es adecuada y ve hacia dónde le conduce".

Polya en su propuesta de modelo de enseñanza para resolver problemas, considera cuatro fases muy marcadas y sugiere en ellas la existencia de sub–fases[11].

El propósito de las preguntas y sugerencias (sub-fases), es señalar de manera indirecta, "las operaciones intelectuales particularmente útiles para la solución de problemas". Para este estudio en particular, el modelo de Polya se ha contextualizado, a un campo conceptual específico: Problemas Aritméticos Verbales que emplean las operaciones básicas de adición, sustracción, multiplicación y división en forma conjunta.

A continuación se detalla el modelo de Polya, extraído de su texto "How to solve it".

Fase 1: Comprensión del problema

"El alumno debe comprender el problema. Pero no sólo debe comprenderlo, sino también debe desear resolverlo. Si hay falta de comprensión o de interés por parte del alumno, no siempre es su culpa; el problema debe escogerse adecuadamente, ni muy fácil ni muy difícil, y debe dedicarse un cierto tiempo a exponerlo de un modo natural e interesante".

Para que el alumno vea claramente lo que se pide el maestro puede mantener un diálogo con el alumno a partir de las siguientes interrogantes:

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?

Estas interrogantes permiten considerar las principales partes del problema.

[11] Cada una de las interrogantes o sub-fases que se observan en las cuatro fases de Polya, posibilitará al alumno llegar a una solución del problema y estas serán consideradas como estrategias.

Fase 2: Concepción de un plan

"Tenemos un plan cuando sabemos, al menos, qué cálculos, qué razonamientos o construcciones habremos de efectuar para determinar la incógnita".

Es la fase donde aparece el 'insight'[12]. El alumno "se basa en la experiencia pasada y en los conocimientos adquiridos previamente" para tener una "buena idea". Es por ello que se sugiere plantearse las siguientes preguntas:

- ¿Conoces algún problema relacionado? Permite al alumno "recordar algún problema ya resuelto que esté estrechamente relacionado con el problema actual".
- ¿Puede usted hacer uso de él? *Estas dos preguntas permiten el encadenamiento correcto de ideas.*
- ¿Puede enunciarse el problema de forma diferente? *Permite explorar los diversos aspectos del problema.*
- ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha hecho uso de toda la condición?

Este conjunto de preguntas permiten al fin, la idea de la solución.

Fase 3: Ejecución del plan.

Requiere que el sujeto ponga en práctica el plan elaborado, "es mucho más fácil llevar al cabo el plan. Para ello lo que se requiere sobre todo es paciencia".

Al ejecutar el plan de la solución, se sugiere, comprobar cada uno de los pasos. Como "lo esencial es que el alumno esté por completo seguro de la exactitud de cada paso, el profesor puede plantear:

- ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

[12] Idea aportada por los Gestaltistas. Este proceso se ha de entender como la rápida comprensión de la estructura del problema, que permite establecer una meta y llegar a una solución.

Fase 4: Visión retrospectiva.

“Reconsiderar la solución, reexaminado el resultado y el camino que les condujo a ella, podrían consolidar sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas”.

Las interrogantes siguientes, son las que permiten verificar cada paso del razonamiento:

- ¿Puedes verificar el resultado?
  Una alternativa a esta pregunta sería: ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Puedes verificar el razonamiento?

En resumen, la propuesta de cuatro fases de Polya, sugiere en ellos estrategias individuales (interrogantes). Son precisamente esas interrogantes, que el estudiante debe ser capaz de plantear y responder en momentos determinados durante la solución de un problema matemático, puesto que permitirán adquirir y consolidar estrategias de resolución de problemas propio.

Es importante señalar que, las preguntas pueden plantearse de diversas formas, o también como sugerencias, puesto que, “tienen el fin de provocar la misma operación intelectual”.

Modelo de Miguel de Guzmán. El modelo de Guzmán, se orienta sobre las cuatro fases de Polya y sugiere también, “cómo se debe proceder para que sea efectiva cada una de las fases y las estrategias que se presentan en este modelo” (MED, 2006b, p. 36). Son estos ‘hábitos mentales’ que plantea Guzmán (1997, p. 139) y que aquí presentamos, las que ayudarán a eliminar los bloqueos de los estudiantes y permitirán afrontar los problemas matemáticos.

1. Familiarízate con el problema:

- Trata de entender a fondo la situación.
- Con paz, con tranquilidad, a tu ritmo.
- Juega con los elementos del problema.
- Pon en claro la situación de partida, la de llegada y lo que debes lograr.
- Busca información que te pueda ayudar.
- Piérdele el miedo.

2. Búsqueda de estrategias que permitan resolver el problema:

- Empieza por lo fácil.
- Experimenta.
- Hazte un esquema, una figura, un diagrama.
- Escoge un lenguaje adecuado, una notación apropiada.
- Busca un problema semejante.
- Supongamos el problema resuelto o que no.

3. Llevar adelante la estrategia:

- Selecciona y lleva adelante las mejores ideas que se te hayan ocurrido en la fase anterior. Procura no mezclarlas y ejecútalas de una en una.
- No te derrotes fácilmente y no te empecines en una idea.
- Mira a fondo tu solución.

4. Revisa el proceso y saca consecuencias de él:

- Examina a fondo el camino que has seguido. ¿Cómo has llegado a la solución? O bien ¿por qué no llegaste?
- Trata de entender no sólo que la cosa funciona, sino por qué funciona.
- Mira si encuentras un camino más simple.
- Mira hasta donde llega el método.

Con estas sugerencias, Guzmán insiste que, es necesario que los estudiantes tengan una idea clara para proceder a resolver problemas.

Conclusión. En la aplicación de este estudio se tendrá como objetivo, que los estudiantes resuelvan los problemas propuestos siguiendo las estrategias y sugerencias propuestas por Polya y Guzmán, dado que, esto facilitará el logro de los objetivos específicos propuestos.

A criterio personal se considera que, el estudiante que aprende y mejora en matemáticas, es aquel que justifica su proceder para un problema y que argumenta sobre el significado del resultado final, y para ello entonces, es necesario que realice consciente y ordenadamente los pasos planificados, aunque en determinados momentos salte algunos pasos.

2.2.5 La Resolución de Problemas como Objetivo de Enseñanza

Para entender el papel que tiene en la actualidad la resolución de problemas a nivel de currículo, se mencionará los cambios de concepto que ha sufrido la enseñanza de la matemática a partir de propuestas realizadas por Polya y Guzmán.

Estas propuestas darán apertura al modelo de enseñanza – aprendizaje de nuestro estudio, que se tocara en el siguiente punto.

La propuesta de Polya. Con sus contribuciones, se originó el movimiento por la defensa de la inclusión de la resolución de problemas en los currículos de matemática.

La propuesta de Polya, consiste en enseñar a resolver problemas referidos a situaciones reales. Para Rodríguez (2005, p. 200), "Polya considera que es fundamental que el profesor realice preguntas y sugerencias generales, para centrar la atención de los alumnos sobre los aspectos que considera más importantes en la resolución de los problemas".

Siguiendo a Rodríguez, (2005, p. 202). "para Polya es mejor optar por la autonomía del estudiante en la búsqueda de la respuesta, en lugar de la imposición externa, para favorecer su posterior aplicación en situaciones semejantes" .

En resumen, la propuesta de Polya se orienta a un profesor que, puede ayudar a resolver problemas a los alumnos mediante preguntas y sugerencias constantes, de forma que estos perciban cómo usarlas; y sin imponerle la solución al alumno, éste sea capaz de descubrirla.

La propuesta de Guzmán. Para Guzmán (2000, p. 31) "La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos [...] como campo de operaciones". Se trata de considerar como lo más importante:

- Que el alumno manipule los objetos matemáticos.
- Que active su propia capacidad mental.
- Que ejercite su creatividad.
- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.
- Que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- Que adquiera confianza en sí mismo.
- Que se divierta con su propia actividad mental.
- Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
- Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Ante la interrogante ¿Cuáles son las ventajas de este tipo de enseñanza? Guzmán (Ibíd.), proporciona estas razones interesantes:

- Porque es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas.

- Porque el mundo evoluciona muy rápidamente: los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos.
- Porque el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio, autorrealizador y creativo.
- Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas.
- Porque es aplicable a todas las edades.

Guzmán (Op. Cit. pp. 33-34) afirma que "tradicionalmente por una buena parte de los profesores se enseña siguiendo los pasos siguientes: exposición de contenidos -- ejemplos -- ejercicios sencillos -- ejercicios más complicados -- ¿problema?"

De lo manifestado por Guzmán, se puede afirmar entonces que un modelo de enseñanza basado en la resolución de problemas debería proceder de forma distinta; considerando las cuatro fases, un modelo sería: iniciar con la proposición del problema, y de ahí en adelante con la familiarización del problema, elaboración de estrategias posibles, ensayos diversos por los estudiantes, elección de estrategias, ataque y resolución de los problema, y con la reflexión sobre el proceso.

Las pautas de Guzmán se toma a bien para el presente estudio;, hace claro cual debe ser la función mía como profesor: "en todo el proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con tino por el profesor, colocando al alumno en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismos".

Conclusión. Ante las observaciones personales de Polya y Guzmán, la aplicación del estudio descarta la posibilidad que los alumnos aprendan de memoria gran variedad de procedimientos, que se orientan mas para resolver 'problemas artificiales'[13]. Es así que al referirse a la resolución de problemas como objetivo de la enseñanza de la matemática, se habla de la acción de "plantear situaciones reales diversas" (NCTM,

[13] Se entiende por problemas artificiales a aquellos problemas que orientan la mecanización de procedimientos y no logran mostrar a los alumnos la utilidad de la matemática.

2003, p. 341), que buscan que el estudiante aplique lo aprendido, descubra y elabore distintas estrategias, mediante la guía del profesor, y además que sea consciente de los procedimientos a seguir en la búsqueda de su solución.

2.2.6 Una Propuesta de Enseñanza – Aprendizaje basada en la Resolución de Problemas

Contextualización de nuestra propuesta

El modelo de enseñanza basado en resolución de problemas, que proponemos (el cual no tiene una denominación especial, salvo como "nuestra propuesta"), presenta dos propósitos bien diferenciados:

a. El primer propósito que se relaciona con los logros de aprendizaje de grado busca que el estudiante aplique las operaciones básicas aritméticas en la solución de problemas cotidianos de manera consciente. Esto significa que el estudiante identifica y utiliza los conocimientos matemáticos que se requiere para la resolución de cada problema.
b. El segundo propósito que se relaciona más con los intereses de la investigación busca que el estudiante aprenda estrategias de resolución de problemas. Esto significa que la resolución de los problemas propuestos implica dar a conocer las interrogantes y sugerencias que dan apertura al desarrollo de distintas capacidades.

Asimismo, el tipo de respuesta que se quiere del estudiante, combina respuestas de tipo numérico y verbal. Se considera a las respuestas de tipo numérico – operativo, como medios para que el estudiante razone y justifique el porque de sus resultados y procedimientos.

Un ejemplo de problema aritmético verbal: ¿Cuál es la antigüedad de un fósil si los científicos afirman que dicha especie vivió hasta el año 350 a.C.?

Soluciones esperadas: La respuesta correcta de tipo numérico – operativo sería:

$$350 + 2010 = 2360$$

La respuesta de tipo verbal, que debe acompañar siempre a dicha respuesta numérica, y que implica el razonamiento sería: *El fósil tiene 2360 años.*

Una solución incorrecta: Si el estudiante no interpreta la condición "a.C.", su respuesta de tipo numérico – operativa, sería: 2010 – 350 = 1660 años.

Es muy probable también, que los estudiantes, crean suficiente su respuesta al poner *2360, (*que operativamente es correcto). Consideramos insuficiente esta respuesta, para el grado que cursan los estudiantes; porque además, se ha comprobado que muchos no tienen presente el significado de la respuesta 2360.

Características de nuestra propuesta

Los elementos que integran nuestra propuesta y que, desde nuestro punto de vista, definen y ejemplifican el proceso de enseñanza – aprendizaje diseñado basado en resolución de problemas, son los siguientes:

a. El diseño de un material didáctico formado por cuestiones sobre diferentes aspectos del proceso de resolución de un problema y que denominamos "Ficha de trabajo"[14].
b. La planificación y utilización de estrategias de enseñanza por parte del profesor.
a. ***Fichas de trabajo.*** Tiene como principal objetivo guiar el proceso de resolución de problemas. En cada ficha se plantea diferentes interrogantes e indicaciones, que buscan determinadas acciones por parte del estudiante. La guía se estructura en cuatro apartados, que deben ser desarrollados por los estudiantes:
   - *¿Qué datos te dan? ¿Qué datos te piden?: Tiene como objetivo que, el estudiante entienda el problema.*
   - *Estrategias: Tiene como objetivo que el estudiante conciba un plan.*

[14] Esquema de ficha adaptado del propuesto por Hernández denominado: DIRPA.

- *Operaciones: En este apartado se realizan las operaciones.*
- *Historia del resultado: Se relaciona con la justificación y verificación del resultado.*

b. ***Función del docente***. La metodología utilizada por el docente, se basa, principalmente, en el desarrollo de los tres momentos:

- ***Instrucción directa***: el docente presenta las características de la ficha de trabajo y se establece un diálogo con los estudiantes, donde se valora, por un lado, los procedimientos que la ficha propone y, por otro lado, se reflexiona sobre el significado de cada apartado.
- ***Instrucción guiada***: El docente ejemplifica el manejo de la ficha, Luego docente y estudiantes resuelven conjuntamente el problema. En esta etapa, se transmiten las sugerencias que más adelante se convertirán en estrategias.
- ***Interpretación del proceso de resolución y del resultado.*** Los estudiantes resuelven individualmente los problemas. El profesor contextualiza el problema y supervisa el proceso de solución de los apartados de la ficha. Finalmente los estudiantes socializan sus resultados.

2.3 MARCO CONCEPTUAL

La idea de la Resolución de problemas como objetivo de enseñanza, a generado a través de distintos estudios, diversidad de conceptos sobre el término *problema* y *resolución de problemas*, como se puede apreciar en los estudios de Noda (2000, pp. 3-38) y Hernández (1997, pp. 26-27) "se puede conceptuar tanto desde las Matemáticas, la Psicología y desde la Educación Matemática". Es más "la expresión *problema* y *resolución de problemas* no tienen significado preciso que la caracterice dentro de la investigación en Educación Matemática" (Castro, 2004, p. 14). Es así que orientado bajo algunas definiciones propuestas por diversos autores que aquí se exponen, lo que se pretende es tener un conocimiento comprehensivo de *problema y resolución problema* aplicable a la educación en matemática.

Además se plantea definiciones de los términos básicos: aprendizaje y estrategia.

2.3.1 Problema

Desde una visión psicológica un problema se define como "una situación en la cual se intenta alcanzar una meta y se hace necesario encontrar un medio para conseguirlo" (Castro, 2004, p. 17).

Lester (citado por Hernández, 1997, p. 27) apoya esta idea y dice que un "Problema es una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución" y Schoenfeld (citado por Rodríguez, 2005, p.64) afirma que un "problema son situaciones a las cuales se enfrenta una persona y no hay un camino obvio de solución". En estos aportes se considera al problema como una situación donde existe una meta a alcanzar.

Ampliando estas ideas, Luque (2004, p. 40) manifiesta que "los problemas tienen como objetivo utilizar los conocimientos y estrategias estudiadas para resolver situaciones de la vida real y de otras ciencias"; el cual indica que los problemas conllevan a emplear una estrategia para alcanzar la meta.

Siguiendo estos conceptos, Rizo y Campistrous (1999), para realizar su investigación en Estrategias de resolución de problemas, consideran que problema es "toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla… la vía de solución tiene que ser desconocida y que la persona quiere realmente realizar la transformación".

Por tanto tomando en consideración todos estos aportes, el concepto de problema que estamos utilizando, considera ***a una situación que un estudiante debe afrontar, siguiendo un razonamiento y que exige aplicar estrategias para alcanzar el objetivo que se exige.***

Además, es importante señalar que el término ejercicio difiere en mucho al término problema, dado que, los ejercicios conllevan a la práctica de la repetición, tienen como objetivos la aplicación de un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta y conseguir agilidad en las estrategias de cálculo. Mientras que, para resolver un problema, uno analiza, reflexiona y hasta ejecuta procedimientos que no había ensayado antes para dar la respuesta. Sin embargo, hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas porque ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos los cuales se aplican al resolver problemas.

2.3.2 Resolución de Problemas

Sintetizando los aportes de los enfoques psicológicos que, ya se mencionó antes; resolver un problema es un proceso de descubrir un conjunto de experiencias pasadas con el que, ha de relacionarse el nuevo problema y luego interpretar y reestructurar la situación nueva de acuerdo con el esquema particular, además, consiste en reorganizar mentalmente los elementos de una situación de tal manera que se adquiere una comprensión estructural de sus componentes y las relaciones entre ellos lo que conduce a la solución.

Bloom y Broker (citado por Castro, 1991, p. 22) propusieron que la enseñanza debe centrarse en enseñar estrategias para resolver problemas en vez de centrarse en estudiantes que dieran las respuestas finales correctas.

Ideas como estas, de investigadores en Educación Matemática, enfatizan que se puede enseñar a resolver problemas, y que la resolución de problemas se puede ver como un proceso que implica procesos matemáticos del tipo cognitivo.

Polya (1987, p. 27), afirma que "el resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica [...] se puede ayudar a resolver problemas a los alumnos de forma efectiva mediante preguntas y sugerencias, de tal manera que, sin imponerle la solución al alumno, éste sea capaz de descubrirla por sí mismo a partir de las indicaciones dadas".

Si se tratara de resumir estas ideas, el Ministerio de Educación (2007, pp. 23-24), señala que, la resolución de problemas "debe apreciarse como la razón de ser de la matemática pues los estudiantes siempre se encuentran con situaciones que requieren solución y muchas veces no se observa una ruta para encontrar respuestas". Es así que si un problema en matemática puede definirse como una "situación que enfrenta un alumno para lo cuál no se vislumbra un camino aparente que conduzca hacia su solución, la resolución de problemas, se considera como un medio poderoso para desarrollar la capacidad de pensar y un logro indispensable para una educación que pretenda ser de calidad" (2006a, p. 24). Siguiendo al MED (2007), el elemento crucial asociado con el desempeño eficaz en matemáticas es, precisamente, el que los adolescentes desarrollen diversas estrategias que les permitan resolver problemas donde muestren cierto grado de independencia y creatividad. Si bien la elaboración de estrategias personales de resolución de problemas, crea en los alumnos confianza en sus posibilidades de hacer matemática, estimulando su autonomía y expresando el grado de comprensión de sus conocimientos, plantear problemas desarrolla su creatividad en un grado que resulta insospechado todavía.

Por tanto, la resolución de problemas, ***implica manifestar procesos mentales del tipo cognitivo, aplicando estrategias que sugiere etapas con objetivos esperados. Por ello, es mucho más que la aplicación de técnicas específicas para la resolución de distintos enunciados, porque obliga a pensar y utilizar de forma reflexiva diferentes estrategias.***

2.3.3 Estrategias de Resolución de Problemas

Algunos autores conceptúan a la estrategia como una técnica general para resolver problemas, que no garantiza necesariamente que se encuentre la solución, pero constituye una guía para resolverlo. Para el presente estudio, el término *estrategia* hace referencia a *procesos heurísticos*, los cuales se diferencian de los *procesos algorítmicos*. Aquí exponemos algunas diferencias entre estos procesos: (Gallardo, 2009, p. 2).

a. Se considera a los procesos algorítmicos "como una sucesión finita de reglas", mientras que los procesos heurísticos "no especifican con exactitud el proceso que permite alcanzar la solución del problema… pero puede mejorar nuestra habilidad para resolver problemas”.

b. “Cada procedimiento algorítmico lleva asociado una colección de problemas de una misma clase que pueden ser resueltas a partir de él… estos problemas son catalogados como ejercicios ya que el único requerimiento cognitivo para resolverlos consiste en *saber cómo* funciona el mecanismo del algoritmo”. Las “estrategias heurísticas como *buscar un problema semejante o hacer un diagrama* no están restringidas ninguna clase particular de problemas.

c. “Dentro del procedimiento heurístico… hay una parte que es de naturaleza algorítmica”.

d. Los procesos algorítmicos requieren sólo “el conocimientos declarativo y procedimental”, mientras que los procesos heurísticos utilizados al resolver un problema requieren de toda clase de conocimientos: declarativo, procedimental, conceptual, analógico y lógico.

Es por ello que las estrategias a utilizar en este estudio son del tipo heurístico, es decir, las que se relacionan con las “operaciones mentales típicamente útiles en el proceso de solución de problemas” (Polya, 1987, p. 102). Por tanto, utilizamos aquí el ´termino estrategia en el sentido que le otorga Bruner (citado por Rizo y Campistrous, 1999, p. 3), quien sostiene que “una estrategia hace referencia a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros”.

2.3.4 Aprendizaje

En este estudio se maneja, el término de aprendizaje a nivel general desde el paradigma constructivista, es decir, el aprendizaje “es un proceso de adquisición de contenidos conceptuales (conceptos, principios, etc.), contenidos procedimentales (algorítmicos y heurísticos) y contenidos actitudinales (valores, normas, actitudes y juicios valorativos)” (Muñoz, 2003, pp. 96-100). “Se caracteriza por ser durable, transferible y producto de la acción reflexiva y consciente del sujeto que aprende” (Llanos, 2008, p. 76).

CAPITULO III

DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO EMPÍRICO

- **HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN**
- **DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN**
- **POBLACIÓN Y MUESTRA DE ESTUDIO**
  - **Características de la población**
  - **Selección de la muestra**
- **DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**
- **DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS**
  - **Pruebas específicas para evaluar las capacidades cognitivas en el proceso de resolución de problemas matemáticos**
  - **Fichas de trabajo**
- **TÉCNICA EN LA RECOGIDA DE DATOS**
  - **Validez de contenidos de las pruebas de evaluación**
  - **Confiabilidad de consistencia interna de las pruebas de evaluación**
- **PROCEDIMIENTO DEL TRATAMIENTO Y ANÁLISIS DE LOS DATOS**
  - **Tratamiento de datos**
  - **Análisis e interpretación de datos**
- **PRUEBA DE HIPOTESIS**

3.1 HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

En los capítulos anteriores, hemos analizado varios estudios que consideran la capacidad para resolver problemas como una de las manifestaciones cognitivas más importantes de la persona.

Por este motivo, basándonos en nuestra propia realidad educativa, hemos desarrollado esta investigación, dirigida al estudio de los factores cognitivos específicos que intervienen en la resolución de problemas, por considerar su influencia positiva en el aprendizaje de matemática.

Conscientes de que este estudio supone una primera aproximación a esta problemática, y que, posiblemente, nos va a permitir planificar mejor otros estudios futuros en este ámbito, nos proponemos la siguiente hipótesis general:

Hipótesis General

La enseñanza de la matemática por medio del método de resolución de problemas, que se derivan de los objetivos propuestos en el Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular, mejora el aprendizaje de los estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010.

En función de esta hipótesis general, planteamos las siguientes específicas:

Hipótesis Específicas (H.E.)

H.E. 1: Sí es posible que las estudiantes, mejoren el desarrollo de capacidades matemáticas, resolviendo problemas mediante el uso de estrategias propuestas por Polya.

H.E. 2: El desarrollo de la capacidad de entender el problema, si mejora el aprendizaje de contenidos matemáticos.

Definición Operacional de Variables

(V. I.) *Resolución de Problemas: Es una actividad que implica manifestar procesos matemáticos cognitivos mediante la elaboración de estrategias para dar solución al problema.*

COMPONENTES	INDICADORES
Estrategias para resolver problemas	- Familiarización con el problema. - Entiende el problema. - Identifica la meta y sub metas.
	- Reconoce la naturaleza del problema. - Busca estrategias.
	- Organiza y lleva adelante las estrategias. - Llega a una respuesta.
	- Revisa el proceso. - Comprueba su respuesta.
Capacidad de comprender el problema	- Reconoce condiciones del problema. - Relaciona los datos disponibles. - Replantea el problema.

(V.D.) *Mejor aprendizaje de matemáticas: Ocurre cuando se internaliza los conocimientos, que son medios para el desarrollo de capacidades en los estudiantes, de modo que se les pueda asignar una razón de ser porque resultan útiles para solucionar problemas de la vida cotidiana e implican pensar y razonar, desarrollar ideas, justificar resultados y usar conjeturas. (MED, 2006a, pp. 15-18).*

COMPONENTES	INDICADORES
Capacidades matemáticas	- Interpreta los problemas. - Llega a una solución del problema. - Explica sus resultados.
Contenidos matemáticos	- Expresa lo aprendido. - Aplica con propiedad lo aprendido. - Relaciona sus conocimientos.

3.2 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Tipo y nivel de investigación

La investigación proyectada se caracteriza por estar orientada a demostrar la importancia de enseñar las matemáticas en un marco del método de resolución de problemas, en tal sentido la investigación será de tipo aplicativo y en relación a ello se determina el nivel de investigación de estudios de comprobación de hipótesis que establecen relaciones de causalidad.

Método y diseño de investigación

Nuestro modelo de investigación usa, como hemos indicado, métodos cuantitativos y cualitativos que permiten un análisis más completo del problema a investigar. Así, la investigación conjuga un diseño cuasi-experimental, debido a que se trabajará con dos grupos: uno de control y otro de experimentación. El diseño asumido responde al siguiente esquema:

E	T_1	X	T_2
C	T_1		T_2

- *E* = Grupo experimental
- *C* = Grupo control
- T = Evaluación
- X = Tratamiento experimental.

3.3 POBLACIÓN Y MUESTRA DE ESTUDIO

3.3.1 Características de la Población

Nuestro interés por estudiar las variables relacionadas a la resolución de problemas que inciden en el rendimiento de matemáticas nos ha llevado a seleccionar a las estudiantes matriculadas en nivel de educación secundaria de la Institución Educativa

Micaela Bastidas Puyucahua en el año académico 2010, que ascienden a un total de 140 estudiantes.

En esta población, marcada por los primeros años del pensamiento formal (Piaget, 1992) y el cambio biológico de la pubertad; se dan las siguientes características, especialmente significativas, en el proceso de aprendizaje:

Características: La población se dedica a realizar tareas domésticas y actividades que generen ingresos económicos en beneficio familiar ya sea de manera independiente o como apoyo familiar. La mayoría de las alumnas presentan logros de aprendizaje por debajo de lo que se exige en el Diseño Cunicular Nacional, y tienen padres con bajo nivel de instrucción educativa y con problemas económicos. Además se caracterizan por los siguientes aspectos:

Aspecto	Característica
Edad	La población son menores de edad, entre los 11 y 17 años.
Sexo	Femenino.
Zona de residencia	Aproximadamente el 90% vive en el distrito de Tamburco (urbano y rural).

Ubicación espacio – temporal. La Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua está ubicada en el distrito de Tamburco, Provincia de Abancay, Departamento de Apurímac.

3.3.2 Selección de la Muestra

Técnicas de muestreo. Para la presente investigación se utiliza un muestreo no probabilística; decisión tomada al no tener facilidad en la distribución de estudiantes, dado que, al inicio del año escolar en las instituciones educativas, se establecen cantidad de estudiantes por aula y aulas específicas que no pueden ser modificados.

Además es el investigador quien ha determinado de manera voluntaria la Institución Educativa y el nivel, recayendo sobre las aulas de segundo año de educación secundaria para designar el grupo experimental y el grupo de control.

Tamaño de la muestra. La muestra estará representada por 57 estudiantes, distribuidas de acuerdo al siguiente cuadro.

Distribución de la muestra

Grupo Experimental	Grupo de Control
29	28

Es importante aclarar que en los días de aplicación de pruebas y de la experimentación, se produjo ausencias de las estudiantes. Esta situación fue solucionada, eliminando casos. Es por ello que en el análisis de los datos, se verá muestras menores a las señaladas en este apartado.

3.4 DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIMENTACIÓN

Para aseverar los efectos de la aplicación de una enseñanza de matemáticas por el método de resolución de problemas, primero establecimos el grupo de control y el grupo sujeto a experimentación.

El trabajo describe tres momentos fundamentales: el tiempo de inicio, tiempo de proceso o experimentación (el cual se describió en el capitulo 2.6) y tiempo final. Es así que se inicia con la aplicación de las cuatro pruebas escritas de Pre-test.

El grupo de experimentación estuvo sujeto a 10 sesiones de 2 horas pedagógicas de duración por sesión. En cada sesión se empleo una ficha de trabajo que se empleo de la siguiente forma: enunciado del problema – comprensión problema – elaboración y elección de estrategias posibles – resolución de los problemas – reflexión sobre el proceso.

Finalmente, se aplicó las cuatro pruebas de post-test. Contrastando resultados obtenidos en ambos grupos.

En la tabla N° 1 se muestra la planificación y orden en la aplicación de los instrumentos.

Tabla N° 1: PLANIFICACIÓN DE LA APLICACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

Sesión	Instrumentos	Tiempos máximos
1°	Evaluación de la capacidad de comprender el problema (Pre-test)	30 min
	Evaluación de la capacidad de seleccionar un plan de trabajo (Pre-test)	35 min
2°	Evaluación de la capacidad de organizar estrategias (Pre-test)	35 min
	Evaluación de capacidades en la ejecución del plan de trabajo (Pre-test)	1 hora
3° - 12°	Fichas de trabajo.	-
13° - 14°	Pruebas de Post-test aplicadas de igual forma que las pruebas de Pre-test	-

3.5 DESCRIPCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Hemos utilizado dos instrumentos para recoger los datos referidos a las variables objeto de nuestro estudio. Las pruebas han sido creadas específicamente para evaluar las habilidades cognitivas que intervienen en la resolución de problemas matemáticos y las fichas de trabajo para orientar a los estudiantes en el proceso de resolución de problemas.

3.5.1 Pruebas para Evaluar las Capacidades Cognitivas en el Proceso de Resolución de Problemas Matemáticos.

Su elaboración se ha realizado en función de los fundamentos teóricos, expuestos en el segundo capítulo, los objetivos propuestos por el DCN para el primer ciclo de Educación Secundaria y las orientaciones de especialistas que imparten la asignatura de matemática.

Además de las pruebas elaboradas por Toboso (2000), estas aportaciones, teóricas y empíricas, han fundamentado la creación de las cuatro pruebas, con 10 ítems de respuesta múltiple cada una, sobre las capacidades cognitivas básicas que se han de aplicar en la resolución de problemas matemáticos (véanse en el anexo).

Evaluación de la capacidad de comprender el problema (ECCP). Esta primera prueba pretende medir el desarrollo alcanzado en la comprensión lectora, solicitando al alumno que responda a los interrogantes: ¿qué pide este problema?

Evaluación de la capacidad de seleccionar un plan de trabajo (ECSP). En esta segunda prueba, se plantean los problemas anteriores para valorar el desarrollo alcanzado en la capacidad que permite reconocer la naturaleza del problema y elegir el plan de resolución. El alumno ha de responder la interrogante: ¿qué plan de trabajo es más adecuado para resolver este problema?

Evaluación de la capacidad de organizar estrategias (ECOE). Esta tercera prueba pretende analizar la madurez alcanzada en el conocimiento de las estrategias que llevan a organizar los pasos a seguir en la resolución del problema. En esta fase, se pregunta: ¿qué harías en primer lugar para resolver este problema?

Evaluación de capacidades en la ejecución del plan de trabajo (ECEP). Finalmente, en la cuarta prueba, presentamos el planteamiento adecuado de resolución, solicitando la ejecución de algoritmos que resuelven el problema. Esta prueba tiene una doble finalidad: *exploratoria*, porque pretende comprobar el grado de ejecución algorítmica, y *didáctica*, en la medida que se propone enseñar a resolver estos problemas a los alumnos que desconocen el plan de resolución o lo han olvidado.

Antes de su confección definitiva, hemos experimentado con las pruebas de forma empírica en otras instituciones, pero más importante aún, hemos realizado la validez de contenidos por criterio de jueces, para realizar las correcciones oportunas y lograr, así, una mejor adaptación a las características de los alumnos a los que van dirigidas.

La fiabilidad y validez de estas pruebas, obtenida en el estudio empírico, se expone en el capítulo 3.6.

3.5.2 Fichas de Trabajo

Tal como se dijo en el capítulo 2.6, su elaboración tiene como principal objetivo guiar al estudiante en el proceso de resolución de problemas (véase en el anexo).

3.6 TÉCNICA EN LA RECOGIDA DE DATOS

Se elaboraron ocho pruebas de evaluación para el recojo de información (cuatro de Preteset y cuatro de Postest), las mismas cuya validez y confiabilidad se verificará en las tablas siguientes. Estas valoraciones nos hicieron considerar el conjunto de pruebas como apropiadas para aplicarlas a la muestra seleccionada.

A continuación, en primer lugar, para verificar la validez de la prueba, se utilizará la validez de contenido por criterio de jueces. En segundo lugar se efectuará el análisis psicométrico de los resultados, el cual verificará la confiabilidad de los ítems de toda la prueba, a través del coeficiente Alfa de Cronbach.

3.6.1 Validez de Contenidos de las Pruebas de Evaluación

La validez denota la utilidad científica de los instrumentos de medida aquí empleados. Y la validez de contenido determina lo adecuado del muestreo de reactivos del universo de reactivos potenciales. Es así que se empleará como método de validez de contenido el "juicio de expertos".

Se eligió un grupo de 5 jueces que tienen conocimientos sobre los temas a ser medidos con las pruebas, entre ellos fueron docentes de matemática e investigadores en el campo de la educación matemática. Luego, se elaboró una carta en la cual se le invita al juez a participar en el estudio, adjuntado un ejemplar de la pruebas y del proyecto de investigación, indicándose además que debe evaluar si los ítems son adecuados a lo que se está midiendo y si tiene alguna sugerencia o recomendación a realizar. Con los datos se elabora las siguientes tablas, asignado el valor de 1 si el juez está de acuerdo y 0 si no lo esta.

Tabla N° 2: VALIDEZ DE CONTENIDO POR CRITERIO DE JUECES DE LA PRE PRUEBA Y POST PRUEBA "ECCP"

	PRE PRUEBA							POST PRUEBA						
	Juez					Acierto	V de Aiken	Juez					Acierto	V de Aiken
Ítem	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5		
1	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
2	1	1	0	1	1	4	0,8	1	1	1	1	1	5	1,0
3	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	0	1	1	4	0,8
4	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
5	1	1	1	1	0	4	0,8	1	0	1	1	1	4	0,8
6	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
7	1	0	1	1	1	4	0,8	1	1	1	0	1	4	0,8
8	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
9	1	1	1	0	1	4	0,8	0	1	1	1	1	4	0,8
10	0	1	1	1	1	4	0,8	1	1	1	1	0	4	0,8

El análisis de contenido por criterio de jueces presentado en la Tabla N° 2, indica que todos los ítems evaluados alcanzaron coeficientes V de Aiken significativos, lo que nos permite concluir que la pre prueba y post prueba sobre la Evaluación de la capacidad de comprender el problema presenta validez de contenido.

Tabla N° 3: VALIDEZ DE CONTENIDO POR CRITERIO DE JUECES DE LA PRE PRUEBA Y POST PRUEBA "ECSP"

	PRE PRUEBA							POST PRUEBA						
	Juez					Acierto	V de Aiken	Juez					Acierto	V de Aiken
Ítem	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5		
1	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
2	0	1	1	1	1	4	0,8	1	0	1	1	1	4	0,8
3	1	1	0	1	1	4	0,8	1	1	1	1	0	4	0,8
4	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
5	1	1	1	1	1	5	1,0	0	1	1	1	1	4	0,8
6	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
7	1	0	1	1	1	4	0,8	1	1	1	0	1	4	0,8
8	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
9	1	1	1	0	1	4	0,8	1	1	1	1	1	5	1,0
10	1	1	1	1	0	4	0,8	1	1	0	1	1	4	0,8

El análisis de contenido por criterio de jueces presentado en la Tabla N° 3, indica que todos los ítems evaluados alcanzaron coeficientes V de Aiken significativos, lo que nos permite concluir que la pre prueba y post prueba sobre la Evaluación de la capacidad de seleccionar un plan de trabajo presenta validez de contenido.

Tabla Nº 4: VALIDEZ DE CONTENIDO POR CRITERIO DE JUECES DE LA PRE PRUEBA Y POST PRUEBA "ECOE"

	PRE PRUEBA							POST PRUEBA						
	Juez					Acierto	V de Aiken	Juez					Acierto	V de Aiken
Ítem	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5		
1	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	0	1	1	4	0,8
2	1	1	0	1	1	4	0,8	1	1	1	0	1	4	0,8
3	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
4	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	0	4	0,8
5	0	1	1	1	1	4	0,8	1	1	1	1	1	5	1,0
6	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
7	1	0	1	1	1	4	0,8	1	1	1	1	1	5	1,0
8	1	1	1	1	0	4	0,8	1	0	1	1	1	4	0,8
9	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
0	1	1	1	0	1	4	0,8	0	1	1	1	1	4	0,8

El análisis de contenido por criterio de jueces presentado en la Tabla Nº 4, indica que todos los ítems evaluados alcanzaron coeficientes V de Aiken significativos, lo que nos permite concluir que la pre prueba y post prueba sobre la Evaluación de la capacidad de organizar estrategias presenta validez de contenido.

Tabla Nº 5: VALIDEZ DE CONTENIDO POR CRITERIO DE JUECES DE LA PRE PRUEBA Y POST PRUEBA "ECEP"

	PRE PRUEBA							POST PRUEBA						
	Juez					Acierto	V de Aiken	Juez					Acierto	V de Aiken
Ítem	1	2	3	4	5			1	2	3	4	5		
1	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
2	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	0	1	4	0,8
3	1	1	0	1	1	4	0,8	1	1	1	1	1	5	1,0
4	1	1	1	0	1	4	0,8	1	0	1	1	1	4	0,8
5	0	1	1	1	1	4	0,8	1	1	0	1	1	4	0,8
6	1	1	1	1	1	5	1,0	0	1	1	1	1	4	0,8
7	1	0	1	1	1	4	0,8	1	1	1	1	1	5	1,0
8	1	1	1	1	0	4	0,8	1	1	1	1	1	5	1,0
9	1	1	1	1	1	5	1,0	1	1	1	1	1	5	1,0
10	1	1	0	1	1	4	0,8	1	1	1	1	0	4	0,8

El análisis de contenido por criterio de jueces presentado en la Tabla Nº 5, indica que todos los ítems evaluados alcanzaron coeficientes V de Aiken significativos, lo que nos permite concluir que la pre prueba y post prueba sobre la Evaluación de la capacidad de ejecutar el plan de trabajo presenta validez de contenido.

3.6.2 Confiabilidad de Consistencia Interna de las Pruebas de Evaluación

En este apartado, presentamos las medias y desviaciones típicas de cada ítem de las ocho pruebas, para realizar el análisis de confiabilidad. Aclarar que, todas las pruebas son de ítems dicotómicos, es decir existen respuestas correctas o incorrectas.

Análisis de ítems y confiabilidad de los Pretest

Tabla N° 6: ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECCP"

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	0,37	0,37	0,45	0,64	0,52	0,48	0,37	0,59	0,24	0,41
Desviación Estándar	0,49	0,49	0,51	0,48	0,51	0,51	0,49	0,47	0,44	0,52
Alfa de Cronbach = 0,69										

Muestra = 55

Teniendo en cuenta que se ha utilizado el 1 como acierto y el 0 como error, multiplicando las medias por 100, obtenemos los porcentajes de aciertos en cada ítem.

De acuerdo con el resultado anterior, se concluye que la escala *Comprensión Lectora* tiene una confiabilidad de consistencia interna **alta**. Este resultado se considera aceptable, porque en casos de pruebas de rendimiento académico, la literatura reporta coeficientes que varían entre 0,61 y 0,80.

Tabla N° 7: ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECSP"

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	0,69	0,07	0,10	0,72	0,17	0,72	0,07	0,14	0,07	0,48
Desviación Estándar	0,47	0,26	0,31	0,45	0,38	0,45	0,26	0,35	0,26	0,51
Alfa de Cronbach = 0,47										

Muestra = 55

De acuerdo con el resultado anterior, se concluye que la escala *Selección de un plan de trabajo* tiene una confiabilidad de consistencia interna **moderado (0,47)**.

Al respecto de este resultado, para considerar la escala aceptable, comparamos la ***desviación estándar de la distribución de puntajes (Sy)*** con el ***error estándar de medición (E_{EM})***, cuya fórmula es: $E_{EM} = S_y\sqrt{1 - r_{tt}}$ donde r_{tt} es coeficiente de confiabilidad.

Para decidir sobre la aceptabilidad del *coeficiente de confiabilidad moderado*, se requiere que se cumpla la condición: $Sy > E_{EM}$, veamos:

$$S_y = 1{,}41 \qquad > \qquad E_{EM} = 1{,}09$$

Como se puede observar, el E_{EM} (1,09) no excede el valor de la Sy (1,41); es decir, que se cumple la condición de aceptabilidad señalada anteriormente.

Tabla N° 8: ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECOE"

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	0,14	0,04	0,32	0,89	0,18	0,75	0,04	0,11	0,61	0,07
Desviación Estándar	0,36	0,19	0,48	0,31	0,39	0,44	0,19	0,31	0,50	0,26
Alfa de Cronbach = 0,47										

Muestra = 55

De acuerdo con el resultado anterior, se concluye que la escala *Organizar estrategias* tiene una confiabilidad de consistencia interna **moderada.**

Para decidir sobre la aceptabilidad del *coeficiente de confiabilidad moderado*, comparamos la desviación estándar de la distribución de puntajes (S_y) con el error estándar de medición (E_{EM}), veamos:

$$S_y = 1{,}47 \qquad > \qquad E_{EM} = 1{,}11$$

Como se puede observar, el E_{EM} (1,11) no excede el valor de la S_y (1,47); es decir, que se cumple la condición de aceptabilidad señalada anteriormente.

Tabla N° 9: ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECEP"

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	0,46	0,64	0,07	0,36	0,04	0,68	0,11	0,11	0,71	0,07
Desviación Estándar	0,51	0,49	0,26	0,49	0,19	0,48	0,31	0,31	0,46	0,26
Alfa de Cronbach = 0,53										

Muestra = 55

Se concluye que la escala *Ejecución del plan de trabajo* tiene una confiabilidad de consistencia interna **moderada.** Además, se cumple la condición de aceptabilidad, veamos:

$$S_y = 1{,}56 \qquad > \qquad E_{EM} = 1{,}06$$

<u>Análisis de ítems y confiabilidad de los Postest</u>

Tabla N° 10: ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECCP"

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	0,81	0,91	0,18	0,82	0,14	0,32	0,91	0,18	0,77	0,10
Desviación Estándar	0,39	0,21	0,39	0,39	0,35	0,48	0,21	0,39	0,43	0,29
Alfa de Cronbach = 0,51										

Muestra = 55

Se concluye que la escala ECCP tiene una confiabilidad de consistencia interna **moderada.** Además, se cumple la condición de aceptabilidad, veamos:

$$S_y = 1{,}54 \qquad > \qquad E_{EM} = 1{,}01$$

Tablas N° 11: ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECSP"

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	0,27	0,05	0,05	0,05	0,77	0,09	0,86	0,05	0,86	0,86
Desviación Estándar	0,46	0,21	0,21	0,21	0,43	0,29	0,35	0,21	0,35	0,35
Alfa de Cronbach = 0,47										

Muestra = 55

Se concluye que la escala Selección de plan de trabajo tiene una confiabilidad de consistencia interna **moderada.** Además, se cumple la condición de aceptabilidad, veamos:

$$S_y = 1{,}31 \qquad > \qquad E_{EM} = 0{,}92$$

Tablas N° 12: ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECOE"

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	0,05	0,27	0,73	0,27	0,73	0,36	0,14	0,18	0,68	0,23
Desviación Estándar	0,21	0,46	0,46	0,46	0,46	0,49	0,35	0,39	0,48	0,43
Alfa de Cronbach = 0,54										

Muestra = 55

Se concluye que la escala Organizar estrategias tiene una confiabilidad de consistencia interna **moderada.** Además, se cumple la condición de aceptabilidad, veamos:

$$S_y = 1{,}84 \qquad > \qquad E_{EM} = 1{,}27$$

Tablas N° 13: ANÁLISIS DE LA ESCALA "ECEP"

Ítem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Media	0,36	.23	0,95	0,09	0,09	0,05	0,91	0,27	0,86	0,09
Desviación Estándar	0,49	0,43	0,21	0,29	0,29	0,21	0,29	0,46	0,35	0,29
Alfa de Cronbach = 0,48										

Muestra = 55

Se concluye que la escala Ejecución del plan de trabajo tiene una confiabilidad de consistencia interna **moderada.** Además, se cumple la condición de aceptabilidad, veamos:

$$S_y = 1{,}20 \qquad > \qquad E_{EM} = 1{,}02$$

Conclusión. Si bien las escalas no muestran un nivel de confiabilidad alto (salvo una) o muy alto (0,8 – 1,0), las pruebas nos proporcionan datos muy interesantes, que se discutirán en el capitulo 4.4.

3.7 PROCEDIMIENTO DEL TRATAMIENTO Y ANÁLISIS DE LOS DATOS

3.7.1 Tratamiento de Datos

Los datos serán presentados en tablas de distribución de frecuencias y gráficos estadísticas que permitirán apreciar, el análisis de los datos y la verificación de las hipótesis específicas. El procesamiento de datos será mediante programas y/o paquetes estadísticos.

En las pruebas evaluativas se utilizó la media aritmética, la desviación estándar y el coeficiente alfa de Cronbach, cuyas fórmulas para datos agrupados son:

Media: $\bar{X} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{N}$ Desviación estándar: $S = \sqrt{\frac{\sum x_i - \bar{X}}{N}}$

Siendo:

- f_i: frecuencias absolutas
- N: frecuencia total
- x_i: punto o marca de clase

Coeficiente Alfa de Cronbach. Es una medida de homogeneidad de los ítems y se define como el grado en que los reactivos de la prueba se correlacionan ente sí. Su ecuación es: $\alpha = \left[\frac{k}{k-1}\right]\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_y^2}\right]$ Siendo:

- K: número de ítem del instrumento
- $\sum S_i^2$: suma de varianzas de los ítems
- S_y^2: varianza de las puntuaciones totales

La *prueba de hipótesis* se llevará a cabo con la diferencia de medias del grupo experimental y grupo control, bajo el supuesto que la hipótesis nula es verdadero, para ello, se utilizará la Prueba "t", por tratarse de tamaño de muestras pequeñas, cuya fórmula es:

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

Siendo:

- $\overline{X_1}$: media del G.E. $\overline{X_2}$: media del G.C.
- S_1^2: Varianza del G.E. S_2^2: Varianza del G.C.
- n: Frecuencia total del G.E. m: Frecuencia total del G.C.
- Con *grados de libertad* $n + m - 2$

3.7.2 Análisis e Interpretación de Datos

El análisis e interpretación de los datos, pasará por dos momentos: revisión y depuración de datos, y codificación y presentación grafica de datos, todo este proceso será mediante ayuda de paquetes estadísticos y criterios de evaluación.

Específicamente el análisis de datos será en relación de los resultados y con los fundamentos teóricos expuestos.

La interpretación estará en relación con la realidad expuesta en el planteamiento del problema y el sistema de hipótesis.

3.8 PRUEBA DE HIPOTESIS

La hipótesis general será probada por inferencia inductiva de los resultados de las hipótesis específicas, que a su vez serán verificadas en acuerdo a los datos obtenidos en la realidad.

Formulación de hipótesis nula y alterna

- **Hipótesis nula:** La enseñanza de la matemática por medio del método de resolución de problemas propuesto por Polya, no mejora el aprendizaje de los estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010.

- **Hipótesis alterna:** La enseñanza de la matemática por medio del método de resolución de problemas propuesto por Polya, influye de manera positiva en el aprendizaje de los estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010.

Condiciones para rechazar o aceptar las hipótesis

En la presente investigación se considera un nivel de significancia del 0,05 el cual implica un 95% de seguridad para generalizar sin equivocarse y sólo un 5% en contra. Se consideran aprobadas las hipótesis, si:

1 El grupo experimental alcanza resultados mayores que el grupo control.

2 "t" es mayor que 1,68 (El valor de tabla de distribución "t" con grados de libertad entre 45 – 50 es 1,68).

CAPITULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

- **ANÁLISIS COMPARATIVO POR GRUPO**
  - **Tablas comparativas de PRE PRUEBAS**
  - **Tablas comparativas de POST PRUEBAS**
- **ANÁLISIS JERÁRQUICO**
  - **Análisis jerárquico pos escalas**
  - **Análisis jerárquico de los resultados obtenidos en las cuatro pruebas.**
  - **Resultados sobre la hipótesis general**
- **ANÁLISIS DE ÍTEMS DEL PRETEST – POSTEST**
- **DISCUSIÓN Y CONSIDERACIONES**

4.1 ANÁLISIS COMPARATIVO POR GRUPO

En los apartado 4.1.1 y 4.1.2 se muestran, los puntajes obtenidos de las ocho pruebas por el grupo control y grupo experimental, las medias y desviación estándar. Los puntajes considerados son de 0 a 10 puntos, por haber en cada prueba 10 problemas. Además, los puntajes obtenidos en la media aritmética se interpretan de la siguiente forma:

- Rendimiento deficiente: media entre 0 – 2
- Rendimiento bajo: media entre 2 – 4
- Rendimiento regular: media entre 4 – 6
- Rendimiento bueno: media entre 6 – 8
- Rendimiento excelente: media entre 8 - 10

4.1.1 Tablas comparativas de PRE PRUEBAS

Tabla N° 14: RESULTADOS DEL PRETEST ECCP

PUNTAJES	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA GRUPO CONTROL
[0 – 2>	1	3	1
[2 – 4>	3	9	10
[4 – 6>	5	9	6
[6 – 8>	7	3	6
[8 – 10]	9	5	4
	N =	29	27
	Media =	4,86	5,15
	Desviación estándar =	2,46	2,30

La tabla N° 14 que corresponde a los resultados del Pretest *Comprender el problema*, muestra, con respecto a la media aritmética, que el puntaje del grupo control supera sólo por 3 décimas el puntaje del grupo experimental. Además ambos grupos tienen un rendimiento promedio *regular*. Con respecto a la desviación estándar ambos tienen una dispersión alta y muy similar en sus resultados.

Los datos *de la media y desviación estándar verifican la homogeneidad que existen en los grupos* en relación a la capacidad de Comprender el problema.

Tabla N° 15: RESULTADOS DEL PRETEST ECSP

PUNTAJES	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA GRUPO CONTROL
[0 – 2>	1	4	2
[2 – 4>	3	13	19
[4 – 6>	5	11	4
[6 – 8>	7	1	1
[8 – 10]	9	0	0
N =		29	26
Media =		3,62	3,31
Desviación estándar =		1,50	1,20

La tabla N° 15 que corresponde a los resultados del Pretest *Selección de plan de trabajo,* muestra, con respecto a la media aritmética, que el puntaje del grupo experimental supera sólo en 3 décimas el puntaje del grupo control, además ambos grupos tienen un rendimiento promedio *bajo*. Con respecto a la desviación estándar tienen una dispersión que difiere por 3 décimas. En relación a la capacidad Selección de un plan, los datos *verifican la homogeneidad que existen en* ambos grupos.

Tabla N° 16: RESULTADOS DEL PRETEST ECOE

PUNTAJES	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA GRUPO CONTROL
[0 – 2>	1	3	1
[2 – 4>	3	14	11
[4 – 6>	5	8	12
[6 – 8>	7	2	0
[8 – 10]	9	0	0
N =		27	24
Media =		3,67	3,92
Desviación estándar =		1,54	1,15

La tabla N° 16 que corresponde a los resultados obtenidos en el Pretest *Organizar estrategias,* muestra, con respecto a la media aritmética, que el grupo experimental es superado por 2 décimas por el puntaje del grupo control, además ambos grupos tienen un rendimiento promedio bajo; y con respecto a la desviación estándar tienen una dispersión que difiere por 4 décimas. Estos datos *verifican la homogeneidad que existen en* ambos grupos, con respecto a la capacidad de Organizar estrategias.

Tabla N° 17: RESULTADOS DE LA PRETEST ECEP

PUNTAJES	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA GRUPO CONTROL
[0 – 2>	1	2	6
[2 – 4>	3	14	16
[4 – 6>	5	9	6
[6 – 8>	7	3	0
[8 – 10]	9	0	0
	N =	28	28
	Media =	3,93	3,00
	Desviación estándar =	1,56	1,31

La tabla N° 17 correspondiente a los resultados de la Pre Prueba *Ejecución del plan de trabajo,* muestra, con respecto a la media aritmética, que el grupo experimental supera por 9 décimas al puntaje del grupo control, además ambos grupos tienen un rendimiento promedio bajo; y con respecto a la desviación estándar tienen una dispersión que difiere por 2 décimas. En un plano general, estos datos *verifican una ligera diferencia del grupo experimental sobre el grupo control* con respecto a la capacidad de ejecutar el plan de trabajo.

Conclusión. Lo que se busca con la presentación de las tablas N° 14, 15, 16 y 17 es verificar dos aspectos en los grupos experimental y control, primero, que son grupos homogéneos, y segundo, que en su mayoría presentan niveles bajos de rendimiento y por consiguiente el nivel de desarrollo de sus capacidades para resolver problemas matemáticos es inadecuado.

4.1.2 Tablas comparativas de POST PRUEBAS

Tabla N° 18: RESULTADOS DEL POSTEST ECCP

PUNTAJES	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA GRUPO CONTROL
[0 – 2>	1	0	1
[2 – 4>	3	1	8
[4 – 6>	5	12	8
[6 – 8>	7	7	6
[8 – 10]	9	2	2
	N =	22	25
	Media =	5,91	5,00
	Desviación estándar =	1,44	2,04

La tabla N° 18, correspondiente a los resultados del Postest *Comprender el problema,* muestra, que la media aritmética del grupo experimental supera por más de 9 décimas la media del grupo control. Además, a pesar que el resultado es regular (5,91), es mayor al obtenido por el grupo experimental en el Pretest (4,86); lo que indica que la Resolución de Problemas produce una mejora del aprendizaje de matemáticas. También observamos que la mayoría de estudiantes del grupo experimental (21) tienen un nivel de desarrollo de la capacidad de comprender el problema semejante, ente bueno y regular, y solo una estudiante un nivel bajo.

Tabla N° 19: RESULTADOS DEL POSTEST ECSP

PUNTAJES	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA GRUPO CONTROL
[0 – 2>	1	0	3
[2 – 4>	3	9	13
[4 – 6>	5	11	6
[6 – 8>	7	2	2
[8 – 10]	9	0	0
	N =	22	24
	Media =	4,36	3,58
	Desviación estándar =	1,26	1,58

La tabla N° 19 que corresponde a los resultados del Postest *Seleccionar un plan de trabajo,* muestra, que la media aritmética del grupo experimental supera por casi 8 décimas el puntaje del grupo control. Además, a pesar que el resultado es regular (4,36), es mayor al obtenido por el grupo experimental en el Pretest (3,62); lo que nos indica que la Resolución de Problemas produce una mejora en el aprendizaje de matemáticas. También observamos que, a pesar de la mejoría del promedio, el 41% del grupo experimental (9 estudiantes), mantienen el nivel *bajo* de desarrollo de la capacidad de *Seleccionar un plan.*

Tabla N° 20: RESULTADOS DEL POSTEST ECOE

PUNTAJES	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA GRUPO CONTROL
[0 – 2>	1	2	3
[2 – 4>	3	9	12
[4 – 6>	5	8	10
[6 – 8>	7	2	0
[8 – 10]	9	1	0
	N =	22	25
	Media =	4,18	3,56
	Desviación estándar =	1,87	1,33

La tabla N° 20 que corresponde a los resultados del Postest *Organizar estrategias,* muestra, que la media aritmética del grupo experimental supera por más de 6 décimas el puntaje del grupo control. Además, a pesar que el resultado es regular (4,18), es mayor al obtenido por el grupo experimental en el Pretest (3,67); lo que nos indica que la Resolución de Problemas produce una mejora en el aprendizaje de matemáticas. También observamos que, a pesar de la mejoría del promedio, el 50% del grupo experimental (11 estudiantes), mantienen un nivel insuficiente de la capacidad de *Organizar estrategias.*

Tabla N° 21: RESULTADOS DEL POSTEST ECEP

PUNTAJES	MARCA DE CLASE	FRECUENCIA GRUPO EXPERIMENTAL	FRECUENCIA GRUPO CONTROL
[0 – 2>	1	1	5
[2 – 4>	3	8	13
[4 – 6>	5	11	6
[6 – 8>	7	2	1
[8 – 10]	9	0	0
	N =	22	25
	Media =	4,27	3,24
	Desviación estándar =	1,42	1,31

La tabla N° 21, que corresponde a los resultados del Postest *Ejecución del plan de trabajo,* muestra, que la media aritmética del grupo experimental supera por más de un entero el puntaje del grupo control. Además, a pesar que el resultado es *regular* (4,27), es mayor al obtenido por el grupo experimental en el Pretest (3,93); lo que indica que la Resolución de Problemas produce una mejora en el aprendizaje de matemáticas. También, observamos que, a pesar de la mejoría del promedio, el 41% del grupo experimental (9 estudiantes), mantienen el nivel *bajo* de desarrollo de la capacidad de *Ejecución del plan.*

4.2 ANÁLISIS JERÁRQUICO

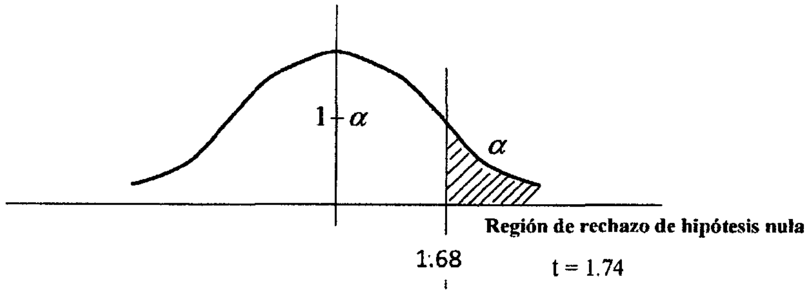
4.2.1 Análisis Jerárquico por Escalas

Tabla N° 22: COMPARACIÓN DE MEDIAS DE LA ESCALA ECCP

	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		PRUEBA "t" Nivel de significancia
	$\overline{X}$	S	$\overline{X}$	S	$\alpha = 0,05$
PRE TEST	4,86	2,46	5,15	2,3	-0,45
POST TEST	5,91	1,44	5,00	2,04	1,74

La tabla N° 22 de comparación de medias del grupo control con el grupo experimental de la escala ECCP, muestra en el postest, que nuestro valor calculado "t = 1,74" resulta superior al <u>valor de tabla</u> "1,68", en un nivel de confianza de 0,05. Este resultado se representa en el gráfico N° 1.

Gráfico N° 1: NIVEL DE SIGNIFICANCIA DE LA ESCALA ECCP EN LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL POSTEST



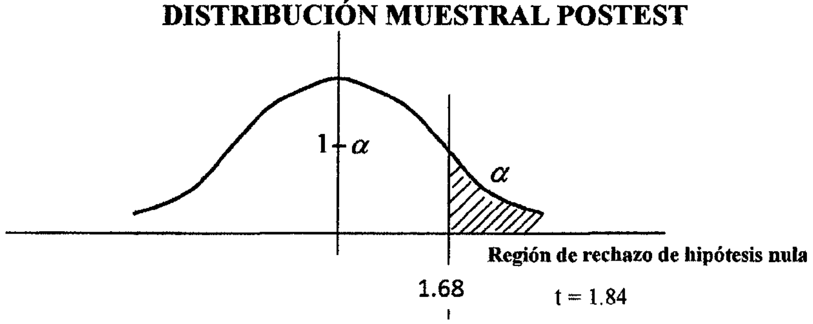
Al observar el gráfico N° 1, la conclusión es: aceptamos la primera hipótesis específica de investigación y rechazamos la hipótesis nula.

Tabla N° 23: COMPARACIÓN DE MEDIAS DE LA ESCALA ECSP

	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		PRUEBA "t" Nivel de significancia
		S		*S*	
PRE TEST	3,62	1,50	3,31	1,20	0,84
POST TEST	4,36	1,26	3,58	1,58	1,84

La tabla N° 23 de comparación de medias del grupo control con el grupo experimental de la escala ECSP, muestra en el postest, que nuestro valor calculado "t = 1,84" resulta superior al <u>valor de tabla</u> "1,68", en un nivel de confianza de 0,05. Este resultado se representa en el gráfico N° 2.

Gráfico N° 2: NIVEL DE SIGNIFICANCIA DE LA ESCALA ECSP EN LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL POSTEST



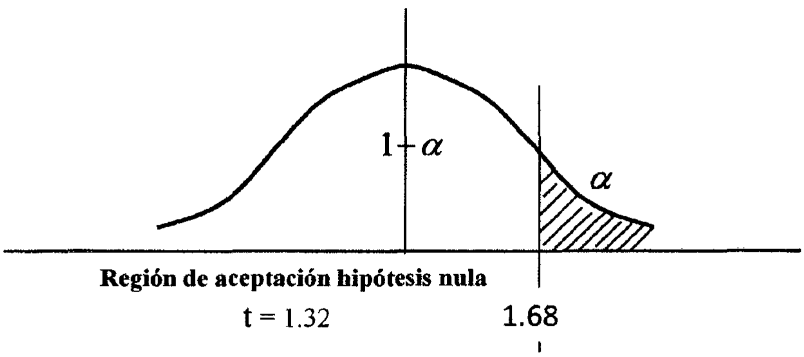
Al observar el gráfico N° 2, la conclusión es: aceptamos la primera hipótesis específica de investigación y rechazamos la hipótesis nula.

Tabla N° 24: COMPARACIÓN DE MEDIAS DE LA ESCALA ECOE

	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		PRUEBA "t" Nivel de significancia
		S		*S*	
PRE TEST	3,67	1,54	3,92	1,15	-0,65
POST TEST	4,18	1,87	3,56	1,33	1,32

La tabla N° 24 de comparación de medias del grupo control con el grupo experimental de la escala ECOE, muestra en el Postest, que a pesar que el grupo experimental a tenido una mejora en su media aritmética, no es suficiente para que el valor calculado "t = 1,32" sea superior al valor de tabla "1,68", en un nivel de confianza de 0,05. Es decir:

Gráfico N° 3: NIVEL DE SIGNIFICANCIA DE LA ESCALA ECOE EN LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL POSTEST



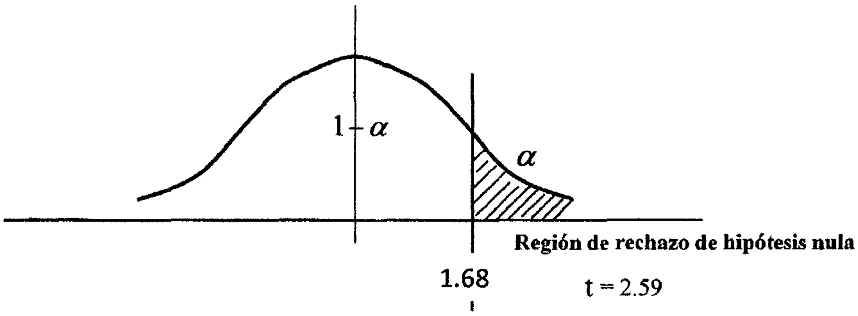
Al observar el gráfico N° 3, en conclusión no rechazamos la hipótesis nula, porque no hay razón suficiente para creer que la resolución de problemas ha producido un cambio significativo en su periodo de aplicación, en el desarrollo de la capacidad de *Organizar Estrategias*. En el capítulo 4.4 se realizará una explicación más detallada sobre esta situación.

Tabla N° 25: COMPARACIÓN DE MEDIAS DE LA ESCALA ECEP

	GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		PRUEBA "t" Nivel de significancia
		S		*S*	
PRE TEST	3,93	1,56	3,00	1,31	2,42
POST TEST	4,27	1,42	3,24	1,31	2,59

La tabla N° 25 de comparación de medias del grupo control con el grupo experimental de la escala ECEP, muestra en el Postest, que nuestro valor calculado "t = 2,59" resulta superior al valor de tabla "1,68", en un nivel de confianza de 0,05. Este resultado se representa en el gráfico N° 4:

Gráfico N° 4: NIVEL DE SIGNIFICANCIA DE LA ESCALA ECEP EN LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL POSTEST



Al observar el gráfico N° 4, la conclusión es: aceptamos la primera hipótesis específica de investigación y rechazamos la hipótesis nula.

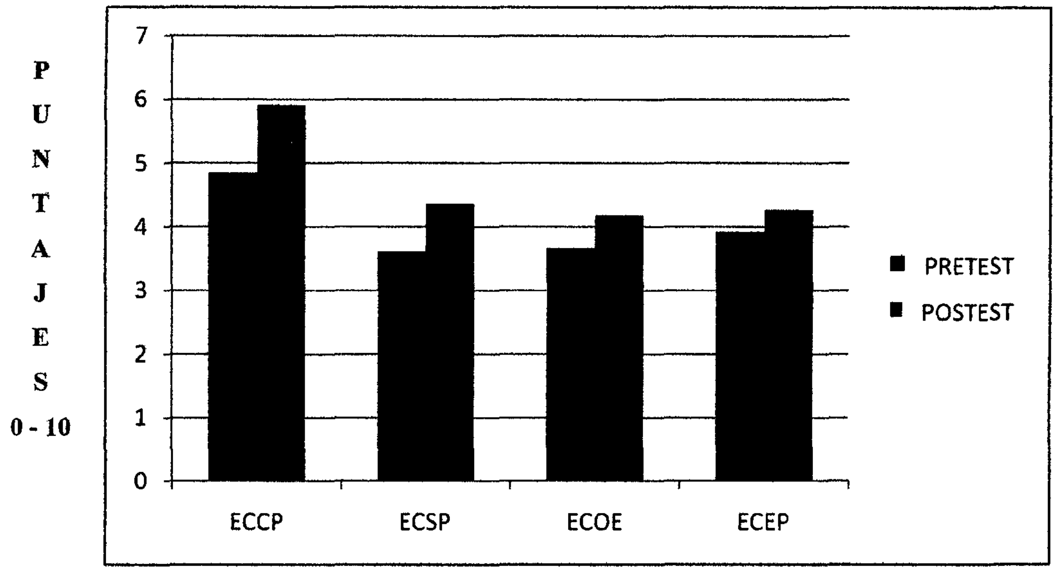
4.2.2 Análisis Jerárquico de los resultados obtenidos en las cuatro pruebas

Tabla N° 26: MEDIA DE LOS RESULTADOS DE LAS CUATRO PRUEBAS

GRUPO EXPERIMETNAL	PRUEBAS PROCESUALES			
	ECCP	**ECSP**	**ECOE**	**ECEP**
PRETEST	4,86	3,62	3,67	3,93
POSTEST	5,91	4,36	4,18	4,27

El análisis de la tabla N° 26 completa plasma la visión global de los resultados obtenidos en el grupo experimental. La tabla y el gráfico descriptivo N° 5, que presentamos a continuación, facilitan inferir que el desarrollo de la capacidad Comprender el Problema, que se relaciona con la primera fase en el proceso de resolución de problemas, arrastra al desarrollo de las otras capacidades consideradas en el estudio: Selección de un plan, Organizar estrategias y Ejecución del plan, además de la capacidad de Reflexión.

Gráfico N° 5: MEDIA DE LOS RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DEL GRUPO EXPERIMENTAL



En consecuencia, se infiere de forma positiva la segunda hipótesis específica, es decir el desarrollo de la capacidad de Comprender el problema, si mejora el aprendizaje de contenidos matemáticos.

4.2.3 Resultados sobre la hipótesis general

En base a las condiciones hechas en el capítulo 3.8, para rechazar o aceptar la hipótesis, se concluye que existe evidencia a favor de la hipótesis general debido a:

- Primero: El grupo experimental alcanza resultados mayores que el grupo control, tal como se evidenció en el capítulo 4.1.
- Segundo: Con apoyo de la tabla N° 27, que considera el promedio de medias y desviación estándar de las cuatro escalas del Postest y que se presenta a

continuación, se demuestra que luego de la experimentación nuestro valor calculado de "t = 1,85" resulta superior al valor de tabla "1,68" en un nivel de confianza de 0,05.

Tabla N° 27: COMPARACIÓN DE MEDIAS PARA PRUEBAS RELACIONADAS DEL POSTEST ENTRE EL GRUPO EXPERIMENTAL Y GRUPO CONTROL

GRUPO EXPERIMENTAL		GRUPO CONTROL		PRUEBA "t" Nivel de significancia $\alpha = 0,05$
$\bar{X}$	S	$\bar{X}$	S	
4,68	1,50	3,85	1,57	1,85

4.3 ANÁLISIS DE ÍTEMS DEL PRETEST – POSTEST

En este apartado hacemos un estudio de los resultados de los ítems de las ochos pruebas aplicadas al grupo experimental. Los problemas planteados son todos de enunciado verbal de estructura de dos o más operaciones. Estos problemas se trabajan fundamentalmente en el VI ciclo, extraídos de las Olimpiadas Nacionales Escolares de Matemáticas y de estudios referidos al campo de Resolución de Problemas.

Estas pruebas nos permiten estudiar las capacidades para resolver problemas, entendiendo por ello que comprenden el problema, seleccionan un plan, organizan las estrategias y ejecutan correctamente las operaciones adecuadas.

Para este análisis se ha considerado sólo al grupo experimental, por haber existido un acercamiento directo con el investigador y con el modelo de enseñanza, siendo distinto en el grupo control, el cual tuvo una enseñanza que no consideraba evaluar de forma específica las capacidades que aquí se valoran, y que por tal motivo se observa que sus resultados no sufren cambios representativos (ver tablas N° 22 al N° 25).

En la tabla N° 27, se observa los porcentajes de aciertos para cada ítem de las cuatro escalas, tanto en el PRETEST como en el POSTEST.

Tabla N° 28: ACIERTOS DEL GRUPO EXPERIMENTAL

	PRETEST				POSTEST			
	ECCP	**ECSP**	**ECOE**	**ECEP**	**ECCP**	**ECSP**	**ECOE**	**ECEP**
Ítem 1	38%	34%	36%	39%	64%	23%	9%	41%
Ítem 2	38%	14%	7%	46%	82%	18%	23%	32%
Ítem 3	45%	31%	39%	25%	45%	5%	64%	100%
Ítem 4	62%	55%	57%	39%	55%	9%	27%	27%
Ítem 5	52%	34%	29%	4%	36%	50%	55%	27%
Ítem 6	48%	66%	57%	54%	32%	36%	36%	14%
Ítem 7	38%	14%	14%	14%	91%	77%	45%	45%
Ítem 8	59%	28%	21%	32%	41%	41%	23%	41%
Ítem 9	24%	17%	46%	50%	59%	64%	50%	50%
Ítem 10	41%	31%	7%	29%	18%	68%	32%	14%
Media	**44%**	**32%**	**31%**	**33%**	**52%**	**39%**	**36%**	**39%**

Los porcentajes de aciertos en los diferentes problemas (calculados en el grupo experimental y promediando ambas pruebas) son un 48% para la escala ECCP, un 35,5% para la escala ECSP, un 33,5% para la escala ECOE y un 36% para la escala ECEP. Estos datos permiten considerar, que el promedio de estudiantes se encuentra en un nivel de regular a bajo.

Análisis de los diferentes problemas

Al analizar cada ítem (ver tabla N° 27), encontramos en el PRETEST que los problemas 1 y 6 muestran un comportamiento similar, siendo el problema 6 de mejores resultados. Para los ítems restantes de las cuatro pruebas hace necesario su reformulación. Mientras que, en las pruebas de POSTEST encontramos que sólo el problema 9 nuestra un comportamiento semejante; los problemas restantes deben ser reformulados para su posterior aplicación.

4.4 DISCUSIÓN Y CONSIDERACIONES

En este apartado, vamos a indicar los principales resultados obtenidos relacionando la resolución de problemas, la aplicación del modelo de enseñanza y la mejora en el aprendizaje de matemáticas.

De las consideraciones:

Consideramos que todo enunciado verbal, simbólico o verbal-simbólico, puede ser calificado como Problema, esto es dependiente al conocimiento que tenga el estudiante sobre el proceso de solución del enunciado.

Consideramos que no es suficiente con proponer problemas al estudiante para que éste desarrolle sus capacidades; influye bastante la forma de abordar los problemas por parte del docente, esto significa que la orientación del docente es fundamental en un modelo de Resolución de Problemas.

Consideramos que la Resolución de Problemas, no excluye las situaciones didácticas de motivación, consolidación de conocimientos previos y nuevos, conflicto cognitivo y evaluación, sino más enriquece estas momentos dando apertura al diálogo y participación constante entre docente y alumno.

De las escalas:

Se produce una mejora en las capacidades que implica la resolución de problemas, pero esta mejora no ha sido tan significativa, siendo el caso de mejora menos significativa, el resultado obtenido en la escala ECOE del POSTEST.

La explicación ha este particular, estaría determinado por tres razones: primero, la dificultad de las pruebas, a pesar de ser correspondiente su temática al grupo de estudio; segundo, el bajo rendimiento académico de las estudiantes; tercero, el desconocimiento de estrategias de la mayoría de estudiantes.

De los resultados:

Durante la experimentación con las pruebas y fichas de trabajo, se observó que las estudiantes sin comprender el problema de forma adecuada, proceden a realizar operaciones que no corresponden a un entendimiento del problema, sino más bien a un tanteo. Como consecuencia, las estudiantes utilizan muchas veces, sólo los datos numéricos para realizar sus operaciones, dejando de lado los datos en forma de enunciado verbal. Además, la mayoría de estudiantes, no argumentar el porque del uso de sus operaciones y no interpretan sus resultados numéricos.

También se hizo manifiesto el desconocimiento de estrategias por parte de la mayoría de las estudiantes, un menor grupo de estudiantes manejaban estrategias, pero sin ser conscientes de sus beneficios y en otros casos sin saber su manejo correcto.

Los resultados del grupo control, muestran que los estudiantes no mejoran en las capacidades que se evaluaron, sino más bien, en promedio, mantienen el mismo nivel de desarrollo. Esto significa que en ese lapso de tiempo (tres meses), la enseñanza de la matemática, se centro sólo en la transmisión de contenidos, actividad que es muy frecuente en las clases de matemática, más no en fortalecer las capacidades de los estudiantes, que se fundamenta en este estudio, que son necesarias para aprender matemática. A esta situación lo definimos como Enseñanza Tradicional, enseñanza que no relaciona las matemáticas con sus aplicaciones, sino más bien como algo aislado, que prioriza la enseñanza de procesos algorítmicos, que confunde los términos de procesos algorítmicos con estrategias para resolver problemas, que confunde o desconoce la funcionalidad de los ejercicios y de los problemas, que destina tiempos insuficientes al proceso de resolver problemas, que no evalúa, o no sabe como evaluar, las capacidades matemáticas.

Consideramos que los estudiantes si pueden desarrollar sus capacidades y ser conscientes de ello siendo fundamental el aprendizaje de estrategias para resolver problemas y vital la fase de comprensión como punto de inicio para resolver problemas, además que con un modelo de enseñanza centrado en resolver problemas se puede integrar las capacidades, las estrategias y los contenidos.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- **CONCLUSIONES REFERIDAS A LAS HIPÓTESIS ESPECÍFICAS**
- **CONCLUSIONES REFERIDAS A LAS PRUEBAS EVALUATIVAS APLICADAS**
- **RECOMENDACIONES PARA EL FUTURO**

5.1 CONCLUSIONES REFERIDAS A LAS HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

<u>Hipótesis específica 1</u>:

"Sí es posible que los estudiantes, mejoren el desarrollo de capacidades matemáticas, resolviendo problemas mediante el uso de estrategias propuestas por Polya".

- La escala ECCP, pone de manifiesto una mejora de la capacidad de *comprender el problema,* al obtener una diferencia en la media de rendimiento de la prueba de salida con la prueba de entrada (5,91 y 4,86 puntos respectivamente).
- En la tabla N° 22, se verifica que la resolución de problemas, tiene un efecto positivo sobre la capacidad para comprender el problema a un nivel de significancia de 0,05.
- La escala ECSP, pone de manifiesto una mejora de la capacidad de *seleccionar plan,* al obtener una diferencia en la media de rendimiento de la prueba de salida con la prueba de entrada (4,36 y 3,62 puntos respectivamente).
- En la tabla N° 23, se verifica que la resolución de problemas, tiene un efecto positivo sobre la capacidad de selección de un plan a un nivel de significancia 0,05
- La escala ECOE, pone de manifiesto una mejora de la capacidad para *organizar estrategias,* al obtener una diferencia en la media de rendimiento de la prueba de salida con respecto a la prueba de entrada (4,18 y 3,67 puntos respectivamente).
- La escala ECEP, pone de manifiesto una mejora de la capacidad de *ejecución del plan,* al obtener una diferencia en la media de rendimiento de la prueba de salida con respecto a la prueba de entrada (4,.27 y 3,93 puntos respectivamente).
- En la tabla N° 23, se verifica que la resolución de problemas, tiene un efecto positivo sobre la capacidad para ejecutar el plan a un nivel de significancia de 0,05

En función de estos datos concluimos que las capacidades cognitivas que intervienen en la resolución de problemas matemáticos advierten las mayores dificultades en el reconocimiento del problema, la concepción de planes de trabajo, el conocimiento de estrategias y la ejecución algorítmica.

Se constata que la comprensión del problema, el reconocimiento de la naturaleza del problema, la selección de un plan, la organización de las estrategias que lo resuelven, y la ejecución correcta de los algoritmos aritméticos, son variables que predicen el rendimiento general en matemáticas. Esto debido a que un estudiante con los más bajos resultados, resuelve de forma "mecánica" los problemas planteados, desconoce la naturaleza del problema y emplea las operaciones aritméticas básicas de forma indiscriminada, sin ser consciente de los resultados que su uso significa o produce.

Hipótesis específica 2:

"El desarrollo de la capacidad de entender el problema, si mejora el aprendizaje de contenidos matemáticos".

- Mediante lo señalado en el apartado 4.2.2, se verifica que el desarrollo de la capacidad de Comprender el problema, es un buen criterio para predecir el aprendizaje de contenidos matemáticos.

5.2 CONCLUSIONES REFERIDAS A LAS PRUEBAS EVALUATIVAS APLICADAS

Acerca del análisis de la confiabilidad de las escalas ECCP, ECSP, ECOE, ECEP, hemos obtenido los siguientes resultados: (Véanse en el apartado 3.6.2).

PRETEST:

- La escala ECCP obtiene un índice de confiabilidad alfa de 0,69.
- La escala ECSP obtiene un índice de confiabilidad alfa de 0,47.
- La escala ECOE obtiene un índice de confiabilidad alfa de 0,47.
- La escala ECEP obtiene un índice de confiabilidad alfa de 0,53.

POSTEST:

- La escala ECCP obtiene un índice de confiabilidad alfa de 0,51.

- La escala ECSP obtiene un índice de confiabilidad alfa de 0,47.
- La escala ECOE obtiene un índice de confiabilidad alfa de 0,54.
- La escala ECEP obtiene un índice de confiabilidad alfa de 0,48.

En definitiva, las pruebas elaboradas para valorar el desarrollo de las capacidades cognitivas en la resolución de problemas, a pesar de presentar confiabilidad y validez, requieren mejorarlas para próximos estudios y aplicarlos a una muestra más amplia. Además se hace precisa su adaptación, según las características de la población estudiantil y el contenido a tratar.

5.3 RECOMENDACIONES PARA EL FUTURO

Al inicio de este informe, exponíamos las razones básicas que nos han llevado a realizar este estudio aplicativo, centrado en el análisis y valoración de la resolución de problemas y de las capacidades cognitivas que implican.

La experiencia obtenida en este estudio nos permite recomendar a realizar estudios centrados en la Resolución de problemas, que busquen metodologías y formas de evaluación para desarrollar capacidades matemáticas relacionadas a la diversidad de contenidos matemáticos y a los distintos niveles de EBR. Además se recomienda que las metodologías de enseñanza incluyan el manejo de materiales y pruebas evaluativas de confiabilidad y validez.

También, recomendamos que para llevar a cabo esta tarea de forma eficaz, es preciso conocer el nivel de nuestros estudiantes y sus necesidades, en especial los que inician el VI Ciclo de EBR, de esta manera se propondrán problemas contextualizados y valorados para el proceso de aprendizaje.

En definitiva, se recomienda realizar nuevas investigaciones en este campo de estudio, de tal manera que se pueda disponer de resultados que beneficien la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas en las instituciones educativas de Apurímac y el Perú, actividad que debe ser apoyada por el Ministerio de Educación y las universidades.

BIBLIOGRAFÍA

CASTRO, Enrique

1991 *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa.* Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", N° 20.

2004 *La resolución de problemas desde la investigación en Educación Matemática.* En Cardeñoso y otros (Coord.) Investigación en el aula de matemáticas. Resolución de problemas: Conferencias, Talleres, Comunicaciones. Granada: Universidad de Granada / S.A.E.M. Thales.

FLORES, Marco

s/a *Teoría cognitiva de la educación.* Lima: San Marcos.

GALLARDO, Jesús

2009 *Enseñanza y aprendizaje del cálculo aritmético elemental en primaria.* En Jesús Gallardo (Coord.) Didáctica de la Matemática Intercultural en Educación Básica. Didáctica de la aritmética y el álgebra. Puno: Universidad del Altiplano. Facultad de Ciencias de la Educación.

GUZMÁN, Miguel De

1997 *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos.* Organización de Estados Iberoamericanos. Madrid, PIRÁMIDE.

2000 *Enseñanza de las ciencias y la matemática.* Organización de Estados Iberoamericanos. Para la Educación, la Ciencia y la Cultura. <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm>

HERNÁNDEZ, Josefa

1997 *Sobre habilidades en la resolución de problemas aritméticos verbales, mediante el uso de dos sistemas de representación yuxtapuestos.* Tesis de doctorado en Análisis Matemático. Tenerife: Universidad de la Laguna, Facultad de Ciencias y Tecnologías.

HERNÁNDEZ, Sampieri

2000 *"METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN"*. México D.F., Hall Hispanoamericana.

KLINGLER, Cynthia y VADILLA, Guadalupe

2003 *Psicología cognitiva. Estrategias en la práctica docente*. México D.F.: Mc. Graw Hill.

LLANOS, Saby

2008 *Estrategia heurística de resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática*. Lima: Editora Magisterial.

MALASPINA, Uldarico

2008 *Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. Tesis de doctorado en Ciencias. Lima: Pontificia Universidad Católica Del Perú, Escuela de graduados.

MAYER, R.E.

1985. *Capacidad matemática*. En Sternberg, R.J. (Ed.), Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información. Barcelona: Labor.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN REPÚBLICA DEL PERÚ

2001 *Rendimiento y actitudes hacia la matemática en el sistema escolar peruano*. Lima: Programa MECEP.

2003 *Cómo rinden los estudiantes peruanos en comunicación y matemática: resultados de la evaluación nacional internacional 2001. Informe descriptivo*. Lima: UMC.

2004 *Una aproximación a la alfabetización matemática y científica de los estudiantes peruanos de 15 años. Resultados del Perú en la evaluación internacional PISA* .Lima: UMC.

2005a *Perfil Educativo de la Región Apurímac.* Lima: UMC.

2005b *Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004. Informe pedagógico de resultados. Formación matemática. Tercer grado de Secundaria Quinto grado de Secundaria.* Lima: UMC.

2006a *Orientaciones para el trabajo pedagógico de matemática.* Lima: MED.

2006b *Guía para el desarrollo del pensamiento a través de la matemática.* Lima: MED.

2006c *Guía para el desarrollo de la capacidad de solución de problemas.* Lima: MED.

2007 *Matemática. Serie 1 para docentes de secundaria. Currículo y desarrollo de capacidades en Matemática. Fascículo 2: Aprendizaje de la matemática y el desarrollo de capacidades*. Lima: EL Comercio.

2008 *Diseño curricular nacional de educación básica regular*. Lima: MED.

MUÑOZ, Jorge
2003 *Nuevos rumbos de la pedagogía. El Constructivismo. Modulo I El Aprendizaje*. Lima: San Marcos.

NACIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM)
2003 (2000) *Principios y estándares para la educación matemática.* Traducción de Manuel Fernández Reyes. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática / Thales.

NODA, María

2000 *Aspectos epistemológicos y cognitivos de la resolución de problemas de matemáticas, bien y mal definidos. Un estudio con alumnos del primer ciclo de la ESO y maestros en formación.* Tesis Doctoral en Ciencias Matemáticas. Tenerife: Universidad de la Laguna. Departamento de Análisis Matemático.

PIAGET, Jean

1992 *Seis estudios de psicología.* Barcelona: Labor.

POLYA, George

1987 (1956) *Cómo plantear y resolver problemas.* Traducción de Julián Zugazagoitia. México D.F: Trillas.

RIZO, Celia y CAMPISTROUS, Luis

1999 *Estrategias de resolución de problemas en la escuela.* Relime: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 2, número 2-3, pp. 31-45. México D.F.

RODRÍGUEZ, Esther

2005 *Metacognición, Resolución de Problemas y Enseñanza de las Matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico.* Tesis de doctorado en Psicología Educativa. Madrid: Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación.

TOBOSO, Jesús

2000 *Evaluación de Habilidades Cognitivas en la Resolución de Problemas Matemáticos.* Tesis Doctoral en Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Valencia: Universidad de Valencia, Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación.

ANEXO

- **ANEXO 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA**

- **ANEXO 2: PRUEBAS EVALUATIVAS**
  - Evaluación de la capacidad de comprender el problema (ECCP)
  - Evaluación de la capacidad de seleccionar un plan de trabajo (ECSP)
  - Evaluación de la capacidad de organizar estrategias (ECOE)
  - Evaluación de la capacidad de ejecutar el plan de trabajo (ECEP)

- **ANEXO 3: MODELO DE FICHA DE TRABAJO**

- **ANEXO 4: BANCO DE PREGUNTAS PARA EL ESTUDIO**

AEXO 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

"APLICACIÓN DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PROPOPUESTO POR POLYA PARA EL MEJOR APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA, DE ESTUDIANTES DE SEGUNDO AÑO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA MICAELA BASTIDAS PUYUCAHUA, TAMBURCO"

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES E INDICADORES	METDOLOGÍA
Problema general: ¿Cómo la enseñanza de matemática por medio del método de resolución de problemas propuesto por Polya, mejora el aprendizaje de matemática de los estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010?	**Objetivo general:** Demostrar que la enseñanza de la matemática por medio del método de resolución de problemas propuesto por Polya mejora el aprendizaje de matemática, de estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010.	**Hipótesis general:** La enseñanza de la matemática por medio del método de resolución de problemas, que se derivan de los objetivos propuestos en el Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular, mejora el aprendizaje de los estudiantes de segundo año de la Institución Educativa Micaela Bastidas Puyucahua, Tamburco, 2010.	**Variable independiente:** Resolución de Problemas Componentes: - Uso de estrategias propuestas por Polya. - Capacidad de comprender el problema. **Indicadores**: - Familiarización con el problema - Entiende el problema. - Identifica meta y sub metas. - Reconoce la naturaleza del problema - Busca estrategias. - Organiza las estrategias - Llega a una respuesta. - Revisa sus pasos. - Comprueba su respuesta. **Variables dependientes:** Componentes: - Capacidades matemáticas - Contenidos matemáticos **Indicadores**: - Interpreta los problemas - Llega a una solución del problema - Explica sus resultados. - Expresa lo aprendido - Aplica con propiedad lo aprendido. - Relaciona sus conocimientos	**Población**: Está conformado por un total de 140 estudiantes. **Muestra**: Está conformada por 57 estudiantes de segundo año de secundaria. **Tipo de investigación**: Aplicada **Nivel**: Comprobación de hipótesis causales **Método**: Experimental **Diseño de investigación**: Cuasi-experimental. **Técnica**: Observación sistematizada, Evaluaciones. **Instrumentos**: Ficha de observación, ficha de trabajo, pretest y postest
P.E. 1: ¿Será posible que los estudiantes de segundo año, mejoren el desarrollo de sus capacidades matemáticas, resolviendo problemas mediante el uso de estrategias propuestos por Polya? **P.E. 2:** ¿Cómo influye el desarrollo de la capacidad de entender el problema, en el mejor aprendizaje de contenidos matemáticos?	**O.E. 1**: Determinar si resolver problemas matemáticos mediante el uso de estrategias propuestas por Polya mejora el desarrollo de las capacidades matemáticas, tales como: comprender, interpretar, efectuar algoritmos, argumentar. **O.E. 2**: Determinar si la capacidad de comprender el problema mejora el aprendizaje de contenidos matemáticos.	**H.E. 1:** Sí es posible que las estudiantes, mejoren en el desarrollo de capacidades matemáticas, resolviendo problemas mediante el uso de estrategias propuestas por Polya. **H.E. 2:** El desarrollo de la capacidad de entender el problema, si mejora el aprendizaje de contenidos matemáticos.		

ANEXO 2: PRUEBAS EVALUATIVAS

EVALUACIÓN DE CAPACIDADES COGNITIVAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Evaluación de la capacidad de **Comprender el problema** en el proceso de resolución de problemas matemáticos – PRETEST

Apellidos y nombres:..

Grado:..........................   **Fecha:**..

Con esta prueba se pretende valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos. La prueba consta de 10 problemas **que tendrás que leer detenidamente**.

Se presentan de tres a cuatro alternativas para que elijas aquella que mejor responde a la pregunta **¿Qué te pide este problema?** o **¿En qué consiste este problema?** Recuerda que sólo hay una respuesta correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

¿Qué te pide este problema?

- a) Saber el número de vueltas que has de dar a cada reloj a lo largo del día.
- b) Averiguar el número de vueltas que has de dar a cada reloj en una hora.
- c) Calcular el número de vueltas que has de dar a cada reloj en medio día.
- d) Averiguar cuándo se agota la arena, al mismo tiempo, en ambos relojes.

Como verás, **la opción que mejor expresa el significado de este problema es la alternativa d**, por eso has de marcar con una X la casilla que hay al comienzo de la misma.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

1. En una clase de educación laboral, Ana debe hacer perforaciones de un 1 cm. en un listón de 55 cm. de largo. En cada extremo del listón debe quedar un espacio de 3 cm. y, en general, las perforaciones deben hacerse a 7 cm. una de otra. ¿Cuántas perforaciones se hacen en total?

¿Qué te pide este problema?

- a) Dividir 55 con 7.
- b) Dejar espacios de 3 cm. en cada extremo del listón.
- c) Calcular el total de perforaciones a realizar

2. La suma de las distancias recorridas por dos autos es de 3224 Km. Uno de ellos después de haber recorrido una determinada distancia no pudo continuar por desperfectos técnicos, y el otro pudo recorrer el triple de distancia recorrida por el primero. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno?

¿Qué te pide este problema?

- a) Calcular lo que recorre cada auto
- b) Calcular que auto recorre mas distancia
- c) Hallar el triple de lo recorrido por el primer auto

3. Dos ejércitos, antes de la batalla, sumaban 16000 hombres. Después de la batalla se notó que el primer ejército sufrió 885 bajas, el segundo 1385 bajas y que ambos ejércitos tenían igual cantidad de hombres. ¿Cuántos hombres tuvo antes de la batalla el ejército que sufrió más bajas?

¿Qué te pide este problema?

- a) Hallar la cantidad de sobrevivientes después de la batalla.
- b) Calcular la cantidad de soldados que tenía cada ejército.
- c) Hallar la cantidad de soldados que tenía el segundo ejército.

4. En un juego infantil se van diciendo números consecutivos del 1 al 100 y se aplaude cada vez que se dice un múltiplo de 3 o un número que termina en 3. El juego termina cuando se llega al número 100 ¿Cuántas veces se aplaudió durante el juego?

¿Qué te pide este problema?

- a) Hallar el total de veces que se aplaudió en el juego.
- b) Hallar la cantidad de números múltiplos de 3 del 1 al 100.
- c) Hallar los números del 1 al 100 que terminan en 3.

5. Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la tarta y el otro 1/5. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

¿Qué te pide este problema?

- a) Calcular lo que le queda a Pedro.
- b) Averiguar lo que se comen entre todos.
- c) Hallar lo que comen los amigos de Pedro.
- d) Calcular lo que come cada uno.

6. Para realizar el viaje de fin de año escolar hemos recaudando 5000 mil soles. El director nos ha prometido si salimos bien, aumentará en 3/10 lo ahorrado. ¿Podrías averiguar el dinero ofrecido por el director?

¿Qué te pide este problema?

- a) Calcular los beneficios del dinero ahorrado.
- b) Calcular lo prometido por el director.
- c) Calcular el total de dinero para el viaje.

7. De una bolsa que contiene 81 caramelos, sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

¿Qué te pide este problema?

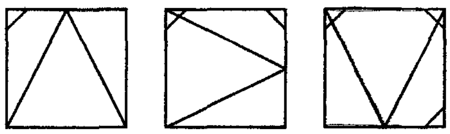
- a) Averiguar los caramelos que sacamos.
- b) Calcular el valor de la fracción.
- c) Hallar la fracción de los caramelos que quedan
- d) Averiguar los caramelos que quedan.

8. Un coche gasta 5 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km?

¿Qué te pide este problema?

- a) Averiguar la gasolina que consume en 100 Km.
- b) Averiguar la gasolina que gasta en 520 Km. de viaje.
- c) Calcular la distancia que recorre con un litro de gasolina

9. En este grupo de figuras, se nos ha perdido la figura que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



¿Qué te pide este problema?

- a) Realizar una figura semejante a la última.
- b) Dibujar una figura siguiendo la norma de la serie.
- c) Comprobar la corrección de la serie en estas figuras.
- d) Buscar una figura parecida a las tres.

10. Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

¿Qué te pide este problema?

- a) Hallar los años del padre cuando la hija tenga 4 años más.
- b) Averiguar la diferencia de edad entre padre e hija dentro de 4 años.
- c) Calcular la edad del padre para sea 4 veces la de su hija.
- d) Hallar la edad que tendrán dentro de 4 años

EVALUACIÓN DE CAPACIDADES COGNITIVAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Evaluación de la capacidad de **buscar un plan de trabajo** en el proceso de resolución de problemas matemáticos – PRETEST

Apellidos y nombres:..

Grado:................................ **Fecha:**..

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos. La prueba consta de 10 problemas que tendrás que leer detenidamente.

Se presentan de tres a cuatro alternativas para que elijas aquella que mejor responde a la pregunta: **¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?** Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos, y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

¿Qué plan de trabajo es más adecuado?

- a) Realizar una regla de tres simple directa.
- b) Hallar el M.C.D. (Máximo Común Divisor).
- c) Hallar el M.C.M. (mínimo común múltiplo).
- d) Realizar una regla de tres simple inversa.

Ya habrás comprobado que **el plan de trabajo adecuado para resolver el problema está expresado en la opción c**, pues el m.c.m. nos indica el momento exacto en el que hemos de dar la vuelta simultáneamente a ambos relojes. En este caso el m.c.m. de 6 y 4 minutos (pues 240 segundos son 4 minutos) es 12, y nos indica cuándo coincide la vuelta de ambos relojes. Responde, pues, marcando con una X en la casilla que hay al comienzo de la opción c.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

1. En una clase de educación laboral, Ana debe hacer perforaciones de un 1 cm. en un listón de 55 cm. de largo. En cada extremo del listón debe quedar un espacio de 3 cm. y, en general, las perforaciones deben hacerse a 7 cm. una de otra. ¿Cuántas perforaciones se hacen en total?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Realizar cálculos por aproximaciones.
- b) Representar gráficamente el problema.
- c) Plantear una ecuación sencilla.

2. La suma de las distancias recorridas por dos autos es de 3224 Km. Uno de ellos después de haber recorrido una determinada distancia no pudo continuar por desperfectos técnicos, y el otro pudo recorrer el triple de distancia recorrida por el primero. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Plantear una ecuación sencilla.
- b) Emplear un sistema de dos ecuaciones.
- c) Realizar cálculos por aproximaciones.

3. Dos ejércitos, antes de la batalla, sumaban 16000 hombres. Después de la batalla se notó que el primer ejército sufrió 885 bajas, el segundo 1385 bajas y que ambos ejércitos tenían igual cantidad de hombres. ¿Cuántos hombres tuvo antes de la batalla el ejército que sufrió más bajas?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Plantear una ecuación sencilla.
- b) Realizar un sistema de ecuaciones.
- c) Realizar cálculos por aproximación.

4. En un juego infantil se van diciendo números consecutivos del 1 al 100 y se aplaude cada vez que se dice un múltiplo de 3 o un número que termina en 3. El juego termina cuando se llega al número 100 ¿Cuántas veces se aplaudió durante el juego?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Aplicar la regla $3k \leq 100$ para hallar los múltiplos (k: cantidad de números múltiplos de 3)
- b) Listar los números del 1 al 100
- c) Tantear con varias operaciones.

5. Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la tarta y el otro 1/5. ¿Cuánta tarta se podrá comer Pedro?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Multiplicar fracciones por un número entero.
- b) Sumar fracciones a un número entero.
- c) Restar fracciones a un número entero.
- d) Dividir fracciones por un número entero.

6. Para realizar el viaje de fin de año escolar hemos recaudando 5000 mil soles. El director nos ha prometido si salimos bien, aumentará en 3/10 lo ahorrado. ¿Podrías averiguar el dinero ofrecido por el director?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Tantear con varias operaciones.
- b) Multiplicar un número entero por una fracción.
- c) Plantear una ecuación sencilla.

7. De una bolsa que contiene 81 caramelos, sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

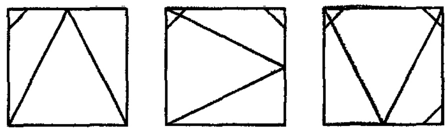
- a) Sumar un número entero y un fraccionario
- b) Multiplicar un número entero por un fraccionario.
- c) Restar a un número entero un fraccionario.
- d) Dividir un número entero por un fraccionario.

8. Un coche gasta 5 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Hallar el consumo de gasolina en un 1 km. de recorrido.
- b) Plantear una regla de tres simple.
- c) Representar gráficamente el problema.

9. En este grupo de figuras, se nos ha perdido la figura que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Hallar el criterio de la serie mediante un razonamiento deductivo.
- b) Realizar una figura que sea muy parecida a la última.
- c) Dibujar una figura que se parezca a las tres de la serie.
- d) Averiguar la finalidad de la serie mediante un razonamiento lógico.

10. Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para este problema?

- a) Realizar un sistema de ecuaciones.
- b) Realizar un cálculo por aproximación.
- c) Plantear una ecuación sencilla.
- d) Realizar una regla de tres simple.

EVALUACIÓN DE CAPACIDADES COGNITIVAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Evaluación de la capacidad de **Organizar estrategias** en el proceso de resolución de problemas matemáticos - PRETEST

Apellidos y nombres:..

Grado:................................ **Fecha:**..

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos. La prueba consta de 10 problemas que tendrás que leer detenidamente.

Se presentan de tres a cuatro alternativas para que elijas aquella que mejor responde a la pregunta: **¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?** Ten en cuenta que **algunas alternativas se han de hacer, pero no en primer lugar.** Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos, y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Hallar el momento exacto en que hemos de dar la vuelta a los dos relojes simultáneamente.
- b) Pasar a la misma unidad horaria el tiempo medido por cada reloj.
- c) Averiguar las vueltas que tenemos que dar al primer reloj a lo largo del día.
- d) Calcular el número de vueltas que hemos de dar a cada reloj a lo largo de las 24 horas.

Como verás, la opción **a)** expresa lo que debemos hacer al final para solucionar este problema, pero no representa el primer paso. Según estas alternativas, **lo primero que se debe hacer está indicado en la opción b),** pues inicialmente debemos pasar el tiempo medio por cada reloj a la misma unidad horaria. Marca, pues, con una X la opción **b)**

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

1. En una clase de educación laboral, Ana debe hacer perforaciones de un 1 cm. en un listón de 55 cm. de largo. En cada extremo del listón debe quedar un espacio de 3 cm. y, en general, las perforaciones deben hacerse a 7 cm. una de otra. ¿Cuántas perforaciones se hacen en total?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Considerar que son 7 las perforaciones a realizar.
∟ b) Calcular el total de las perforaciones
∟ c) Representar gráficamente el listón y las perforaciones.

2. La suma de las distancias recorridas por dos autos es de 3224 Km. Uno de ellos después de haber recorrido una determinada distancia no pudo continuar por desperfectos técnicos, y el otro pudo recorrer el triple de distancia recorrida por el primero. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Dividir 3224 entre 4
∟ b) Considerar que el primer vehículo recorrió "X" km.
∟ c) Considerar que el segundo vehículo recorrió "Y" km.

3. Dos ejércitos, antes de la batalla, sumaban 16000 hombres. Después de la batalla se notó que el primer ejército sufrió 885 bajas, el segundo 1385 bajas y que ambos ejércitos tenían igual cantidad de hombres. ¿Cuántos hombres tuvo antes de la batalla el ejército que sufrió más bajas?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Enumerar los números múltiplo de 3, menores que 100
∟ b) Enumerar los números menores de 100 que terminan en 3
∟ c) Averiguar la cantidad de múltiplos de 3 mediante: $^{100}/_{3}$

4. En un juego infantil se van diciendo números consecutivos del 1 al 100 y se aplaude cada vez que se dice un múltiplo de 3 o un número que termina en 3. El juego termina cuando se llega al número 100 ¿Cuántas veces se aplaudió durante el juego?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Asignar variables a la cantidad de hombres de cada ejército antes de la batalla.
∟ b) Considerar que el 1er ejército tiene "X" hombres.
∟ c) Igualar la cantidad de hombres de cada ejército.

5. Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la torta y el otro 1/5. ¿Cuánta torta se podrá comer Pedro?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Pasar los números fraccionarios a decimales.
∟ b) Pasar las fracciones a otras equivalentes con numerador común.
∟ c) Restar los números fraccionarios.
∟ d) Pasar las fracciones a otras equivalentes con denominador común.

6. Para realizar el viaje de fin de año escolar hemos recaudando 5000 mil soles. El director nos ha prometido si salimos bien, aumentará en 3/10 lo ahorrado. ¿Podrías averiguar el dinero ofrecido por el director?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Dividir el dinero recaudado entre 3/10.
- b) Multiplicar el dinero recaudado por 3/10.
- c) Dividir el dinero entre 3.

7. De una bolsa que contiene 81 caramelos, sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

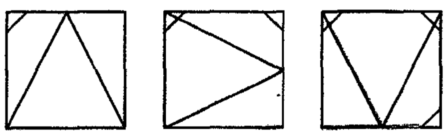
- a) Averiguar el valor de: $\frac{81-2}{9}$
- b) Calcular el valor de: $\frac{81}{2x9}$
- c) Hallar el valor de: $\frac{81x2}{9}$
- d) Averiguar el valor de: $\frac{2x9}{81}$

8. Un coche gasta 5 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Averiguar el valor de: 520/100
- b) Hallar el valor de: 520/5
- c) Calcular lo que recorre con un litro de combustible

9. En este grupo de figuras, se nos ha perdido la figura que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Dibujar la última figura.
- b) Analizar las tres figuras de la serie.
- c) Realizar una figura que se parezca a las tres.
- d) Pedir más información.

10. Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Considerar que la edad del padre es 32+X.
- b) Sumar a la edad del padre 4 años.
- c) Sumar a las edades del padre y la hija 4 años.
- d) Considerar que la edad del padre es 32+X+4

EVALUACIÓN DE CAPACIDADES COGNITIVAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Evaluación de la capacidad en la **ejecución del plan de trabajo** en el proceso de resolución de problemas matemáticos – Postest

Apellidos y nombres:...

Grado:................................ **Fecha:**..

Con esta investigación pretendemos valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos. La prueba consta de 10 problemas que tendrás que leer detenidamente.

Se presentan de tres a cuatro alternativas para que, una vez que hayas realizado los cálculos oportunos, **elijas aquella que es el resultado correcto**. Puedes utilizar calculadora si lo deseas, pero en muchas ocasiones te puede resultar más cómodo realizar las operaciones con lápiz y papel. Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos, y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

Soluciona el problema

Es muy probable que para resolver este problema hayas decidido realizar el siguiente planteamiento:

"Duración del reloj A= 6 minutos; duración del reloj B=240/60 = 4 minutos. Si averiguamos el mínimo común múltiplo de 6 y 4, obtendremos 12. Como este resultado está indicado en la opción a, has de marcar con una X la casilla que hay al comienzo de esta opción.

- a) 12
- b) 6
- c) 10
- d) 4

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

ANEXO

1. En una clase de educación laboral, Ana debe hacer perforaciones de un 1 cm. en un listón de 55 cm. de largo. En cada extremo del listón debe quedar un espacio de 3 cm. y, en general, las perforaciones deben hacerse a 7 cm. una de otra. ¿Cuántas perforaciones se hacen en total?

Ahora sí, Soluciona el problema

Este problema se resuelve restando 6cm. al tamaño de listón. Después graficamos las perforaciones empezando desde las puntas.

∟ a) 7 ☐ b) 8 ☐ c) 6

2. La suma de las distancias recorridas por dos autos es de 3224 Km. Uno de ellos después de haber recorrido una determinada distancia no pudo continuar por desperfectos técnicos, y el otro pudo recorrer el triple de distancia recorrida por el primero. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada uno?

Ahora sí, Soluciona el problema

Si el segundo auto recorrió el triple de distancia del primero, y si los recorridos suman 3224 km. Podremos establecer la siguiente igualdad: $x + 3x = 3224$. Realiza ahora los cálculos.

∟ a) 1° 806 y 2° 2448 ☐ b) 1° 86 y 2° 3138 ☐ c) 1° 86 y 2° 258

3. Dos ejércitos, antes de la batalla, sumaban 16000 hombres. Después de la batalla se notó que el primer ejército sufrió 885 bajas, el segundo 1385 bajas y que ambos ejércitos tenían igual cantidad de hombres. ¿Cuántos hombres tuvo antes de la batalla el ejército que sufrió más bajas?

Ahora sí, Soluciona el problema

En este problema enumeramos los números que terminan en 3. Luego los múltiplos de 3 que hay del 1 al 100 se calcula así: $k = {}^{100}/_{3}$ donde k toma 33 valores.

∟ a) 43 ☐ b) 37 ☐ c) 39

4. En un juego infantil se van diciendo números consecutivos del 1 al 100 y se aplaude cada vez que se dice un múltiplo de 3 o un número que termina en 3. El juego termina cuando se llega al número 100 ¿Cuántas veces se aplaudió durante el juego?

Ahora sí, Soluciona el problema

Sean: "X": # hombres del 1er ejército y "Y":# hombres del 2do ejercito. Este problema lo puedes resolver mediante las ecuaciones:

$$1600 = X + Y \quad (1)$$
$$X - 885 = Y - 1385 \quad (2)$$

Suma las ecuaciones en horizontal y obtendrás el valor de "Y"

∟ a) 8250 ☐ b) 7750 ☐ c) 8750

5. Pedro ha invitado a su cumpleaños a dos amigos. Uno se ha comido 1/3 de la torta y el otro 1/5. ¿Cuánta torta se podrá comer Pedro?

Ahora sí, Soluciona el problema

Si sumamos los dos números fraccionarios, obtendremos la torta que se han comido los amigos de Pedro. Después, sólo tendremos que restar este número a la torta completa. Realiza estos cálculos e indica el resultado correcto.

∟ a) 815 ☐ b) 715 ☐ c) 58 ☐ d) 18

6. Para realizar el viaje de fin de año escolar hemos recaudando 5000 mil soles. El director nos ha prometido si salimos bien, aumentará en 3/10 lo ahorrado. ¿Podrías averiguar el dinero ofrecido por el director?

Ahora sí, Soluciona el problema

Este problema se resuelve, hallando el valor de la fracción: $5000\ x\,\frac{3}{10}$. Realiza ahora los cálculos necesarios e indica el resultado correcto.

∟ a) 500 ☐ b) 1000 ☐ c) 1500 ☐ d) 3000

7. De una bolsa que contiene 81 caramelos, sacamos 2/9. ¿Cuántos caramelos podemos sacar de la bolsa después de esta extracción?

Ahora sí, Soluciona el problema

Este problema se resuelve, restando a 81 el valor de la fracción 2/9: $81-\frac{2x81}{9}$. Realiza ahora estas operaciones e indica el resultado que expresa los caramelos que quedan.

∟ a) 63 caramelos ☐ b) 55 caramelos.
∟ c) 60 caramelos. ☐ d) 65 caramelos.

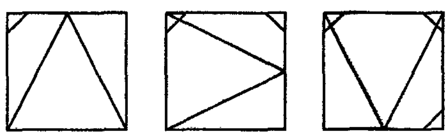
8. Un coche gasta 5 litros de gasolina, cuando recorre 100 Km. ¿Qué consumo de combustible tendrá este vehículo en un viaje de 520 Km?

Ahora sí, Soluciona el problema

Este problema lo puedes resolver, mediante una regla de tres simple:
Si 100 Km de recorrido consume 5 litros
en 520 Km de recorrido consumirá L litros.
Realiza los cálculos oportunos, e indica el valor de L.

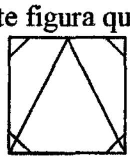
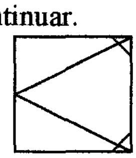
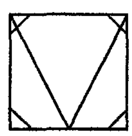
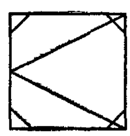
∟ a) L=24 ☐ b) L=26 ☐ c) L=27 ☐ d) L=29

9. En este grupo de figuras, se nos ha perdido la figura que continúa la serie. ¿Sabrías tú ayudarnos a encontrarla?



Ahora sí, Soluciona el problema

Este tipo de problemas se suele resolver realizando un proceso de deducción para hallar el criterio o regla que forma la serie. ¿Lo has encontrado ya? Indica cuál es la siguiente figura que debe continuar.

∟ a)  ☐ b)  ☐ c)  ☐ d) 

10. Un padre tiene 32 años y su hija 2. ¿Cuándo será el padre 4 veces mayor que su hija?

Ahora sí, Soluciona el problema

Este problema se puede resolver mediante el planteamiento de una sencilla ecuación. A los años que deben transcurrir les llamaremos X. Como sabemos que la edad del padre ha de ser 4 veces la de la hija, podremos establecer la siguiente igualdad: 32+X=4(2+X). Realiza ahora los cálculos e indica el valor de X.

∟ a) X=9 años ☐ b) X=8 años ☐ c) X=10 años ☐ d) X=7 años

EVALUACIÓN DE COMPONENTES COGNITIVOS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Evaluación de la capacidad de **Comprender el problema** en el proceso de resolución de problemas matemáticos - POSTEST

Apellidos y nombres:...

Grado:.......................... **Fecha:**...

Con esta prueba se pretende valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos. La prueba consta de 10 problemas **que tendrás que leer detenidamente**.

Se presentan de tres a cuatro alternativas para que elijas aquella que mejor responde a la pregunta **¿Qué te pide este problema?** o **¿En qué consiste este problema?** Recuerda que sólo hay una respuesta correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

¿Qué te pide este problema?

- a) Saber el número de vueltas que has de dar a cada reloj a lo largo del día.
- b) Averiguar el número de vueltas que has de dar a cada reloj en una hora.
- c) Calcular el número de vueltas que has de dar a cada reloj en medio día.
- d) Averiguar cuándo se agota la arena, al mismo tiempo, en ambos relojes.

Como verás, **la opción que mejor expresa el significado de este problema es la alternativa d**, por eso has de marcar con una X la casilla que hay al comienzo de la misma.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

1. En una empresa trabajan 260 empleados. Por fiestas patrias, la empresa decidió regalar una casaca a la mitad de sus empleados, y por navidad, la empresa regaló un pavo a la mitad de sus empleados. Si exactamente 8 empleados recibieron una casaca y un pavo durante el año, ¿cuántos empleados no recibieron ningún regalo durante el año?

¿Qué te pide este problema?

- a) Saber la cantidad de empleados que recibieron una casaca y un pavo.
- b) Calcular la cantidad de empleados que no recibieron regalos en navidad.
- c) Calcular la cantidad de empleados que no recibieron regalos

2. Andrea, Braulio, Carlos, Dante y Esteban están sentados formando una ronda, en el orden indicado. Andrea dice el número 53, Braulio el 52, Carlos el 51, Dante el 50, y así sucesivamente. ¿Quién dice el número 1?

¿Qué te pide este problema?

- a) Averiguar los números que dice cada persona
- b) Averiguar que persona dice el número 1
- c) Decir los números en orden descendente

3. Pensé en un número menor que 20. Si duplicas este número y le restas 12 obtienes la mitad del número que pensé. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número que pensé?

¿Qué te pide este problema?

- a) Sumar los números del dígito que pensé
- b) Sumar las incógnitas del número que pensé
- c) Averiguar el número que pensé
- d) Duplicar y restar con 12 el número que pensé

4. Por fin de temporada, una tienda de ropa tiene la siguiente oferta: "Llévate dos polos y el más barato te sale gratis". Andrea escogió cuatro polos de precios S/. 24, S/. 22, S/. 30 y S/. 35. ¿Cuánto dinero necesita como mínimo para que se pueda llevar los cuatro polos?

¿Qué te pide este problema?

- a) Calcular la cantidad de polos que se pueden comprar
- b) Hallar cuánto se gastará como mínimo.
- c) Calcular la suma de los precios de los cuatro polos
- d) Averiguar que polos salen gratis

5. Tengo un recipiente de 20 litros de capacidad máxima con cierta cantidad de agua, y quiero determinar cuántos litros de agua hay en el recipiente, usando dos jarrones. El primer jarrón es de 4 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedaría 1 litro en el recipiente; el segundo jarrón es de 5 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedarían 2 litros en el recipiente. ¿Cuántos litros de agua hay en el recipiente?

¿Qué te pide este problema?

- a) Determinar los litros de agua que tenía el recipiente
- b) Hallar cuántas veces usaré cada jarrón
- c) Calcular cuántos litros de agua me quedarán en el recipiente

6. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener luego de efectuar las operaciones indicadas $0 \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4$ si cada signo $\pm$ puede ser igual a + o – ?

¿Qué te pide este problema?

- a) Realizar las operaciones indicadas
- b) calcular todos los resultados posibles
- c) Calcular los resultados de las operaciones que son diferentes

7. ¿Cuántos números como mínimo se deben borrar del siguiente tablero para que, con los números que queden, se cumpla que la suma de lo números de cada fila y de cada columna es un número par?

2	2	2	9
2	0	1	0
6	0	3	1
8	2	5	2

¿Qué te pide este problema?

- a) Borrar números de la tabla, para que la suma de los números de cada fila y de cada columna sea par
- b) Calcular las filas y columnas que cumplen que la suma de sus números resulte par
- c) Hallar la cantidad mínima de números a borrar, para que la suma de los números de cada fila y de cada columna sea par

8. Se debe colocar losetas a un patio de 4,5 metros de largo por 5 metros de ancho. Las losetas escogidas se venden en cajas a 70 nuevos soles cada una para cubrir 2 m^2 y en cajas a 100 nuevos soles cada una para cubrir 3 $m^{2.}$ ¿Cuál es la menor cantidad de nuevos soles que se puede gastar para comprar las losetas necesarias para colocarlas en el patio?

¿Qué te pide este problema?

- a) Calcular el costo de cada caja de losetas.
- b) Colocar losetas a un patio con medidas de 4,5m x 5m
- c) Hallar el gasto mínimo en la compra de losetas
- d) Averiguar la cantidad de losetas que se necesitan

9. ¿Cuántos elementos del conjunto {10, 11, 12,..., 98, 99} cumplen que la suma de sus dígitos es un número par?

¿Qué te pide este problema?

- a) Calcular la suma de todos los números pares
- b) Hallar los números que son pares en el conjunto
- c) Hallar la suma de los dígitos de los números pares
- d) Calcular la cantidad de números, donde la suma de sus cifras sea un número par

10. El 8 de diciembre de 2009 ocurrió algo curioso: si expresamos esa fecha en el formato 08.12.2009 se cumple que la suma de los cuatro primeros dígitos es igual a la suma de los cuatro últimos dígitos; es decir, 0 + 8 + 1 + 2 = 2 + 0 + 0 + 9. ¿Cuántas veces durante el año 2010 ocurrirá lo mismo?

¿Qué te pide este problema?

- a) Averiguar en cuántas fechas del 2010 la suma de los dígitos del día y mes es igual a la suma de dígitos del año.
- b) Calcular cuántas veces durante el año 2010 la suma de dígitos de las fechas son iguales
- c) Averiguar en que fechas la suma de los cuatro primeros dígitos es igual a la suma de los cuatro últimos.

EVALUACIÓN DE CAPACIDADES COGNITIVAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Evaluación de la capacidad de **Seleccionar un plan de trabajo** en el proceso de resolución de problemas matemáticos – Postest

Apellidos y nombres:...

Grado:......................... **Fecha:**...

Con esta prueba se pretende valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos. La prueba consta de 10 problemas **que tendrás que leer detenidamente**.

Se presentan de tres a cuatro alternativas para que elijas aquella que mejor responde a la pregunta: **¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?** Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

¿Qué plan de trabajo es más adecuado?

- ☐ a) Realizar una regla de tres simple directa.
- ☐ b) Hallar el M.C.D. (Máximo Común Divisor).
- ☐ c) Hallar el M.C.M. (mínimo común múltiplo).
- ☐ d) Realizar una regla de tres simple inversa..

Ya habrás comprobado que **el plan de trabajo adecuado para resolver el problema está expresado en la opción c**, pues el m.c.m. nos indica el momento exacto en el que hemos de dar la vuelta simultáneamente a ambos relojes. En este caso el m.c.m. de 6 y 4 minutos (pues 240 segundos son 4 minutos) es 12, y nos indica cuándo coincide la vuelta de ambos relojes. Responde, pues, marcando con una X en la casilla que hay al comienzo de la opción c.

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

1. En una empresa trabajan 260 empleados. Por fiestas patrias, la empresa decidió regalar una casaca a la mitad de sus empleados, y por navidad, la empresa regaló un pavo a la mitad de sus empleados. Si exactamente 8 empleados recibieron una casaca y un pavo durante el año, ¿cuántos empleados no recibieron ningún regalo durante el año?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

∟ a) Restar la cantidad de empleados con ocho
∟ b) Dividir la cantidad de empleados entre dos
∟ c) Representar el problema usando el diagrama de Venn

2. Andrea, Braulio, Carlos, Dante y Esteban están sentados formando una ronda, en el orden indicado. Andrea dice el número 53, Braulio el 52, Carlos el 51, Dante el 50, y así sucesivamente. ¿Quién dice el número 1?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

∟ a) Organizar los números de 5 en 5 de 53 a 1
∟ b) Realizar una ecuación sencilla
∟ c) Decir los números en orden ascendente

3. Pensé en un número menor que 20. Si duplicas este número y le restas 12 obtienes la mitad del número que pensé. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número que pensé?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

∟ a) Tantear con varias operaciones
∟ b) Realizar una ecuación sencilla
∟ c) Duplicar a 20, luego restarle 12

4. Por fin de temporada, una tienda de ropa tiene la siguiente oferta: "Llévate dos polos y el más barato te sale gratis". Andrea escogió cuatro polos de precios S/. 24, S/. 22, S/. 30 y S/. 35. ¿Cuánto dinero necesita como mínimo para que se pueda llevar los cuatro polos?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

∟ a) Agrupar los polos en pares
∟ b) Sumar los precios de los polos
∟ c) Pagar los precios de los polos más caros
∟ d) Pagar los precios de los polos más baratos

5. Tengo un recipiente de 20 litros de capacidad máxima con cierta cantidad de agua, y quiero determinar cuántos litros de agua hay en el recipiente, usando dos jarrones. El primer jarrón es de 4 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedaría 1 litro en el recipiente; el segundo jarrón es de 5 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedarían 2 litros en el recipiente. ¿Cuántos litros de agua hay en el recipiente?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

∟ a) Suponer la cantidad de agua que tiene el recipiente
∟ b) Suponer la cantidad de veces que se usó cada jarrón
∟ c) Plantear dos ecuaciones sencillas con variables distintas

6. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener luego de efectuar las operaciones indicadas $0 \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4$ si cada signo $\pm$ puede ser igual a + o – ?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

- a) Calcular todos los resultados que se puedan dar
- b) Sumar y restar los números por separado
- c) Utilizar la ley de signos de la multiplicación

7. ¿Cuántos números como mínimo se deben borrar del siguiente tablero para que, con los números que queden, se cumpla que la suma de lo números de cada fila y de cada columna es un número par?

2	2	2	9
2	0	1	0
6	0	3	1
8	2	5	2

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

- a) Sumar solo los números pares de cada fila y de cada columna
- b) Eliminar los números impares de la tabla
- c) Tantear con varias operaciones

8. Se debe colocar losetas a un patio de 4,5 metros de largo por 5 metros de ancho. Las losetas escogidas se venden en cajas a 70 nuevos soles cada una para cubrir 2 m^2 y en cajas a 100 nuevos soles cada una para cubrir 3 m^2. ¿Cuál es la menor cantidad de nuevos soles que se puede gastar para comprar las losetas necesarias para colocarlas en el patio?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

- a) Calcular el área cuadrada del patio que se cubrirá con losetas
- b) Tantear con varias operaciones
- c) Sumar los precios de las losetas y restarle con la medida del patio
- d) Comprar todas las cajas de losetas posibles de ambos precios

9. ¿Cuántos elementos del conjunto {10, 11, 12,..., 98, 99} cumplen que la suma de sus dígitos es un número par?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

- a) Contar cuántos elementos tiene el conjunto
- b) Tantear con varias operaciones
- c) Analizar la suma de dígitos de cada elemento

10. El 8 de diciembre de 2009 ocurrió algo curioso: si expresamos esa fecha en el formato 08.12.2009 se cumple que la suma de los cuatro primeros dígitos es igual a la suma de los cuatro últimos dígitos; es decir, 0 + 8 + 1 + 2 = 2 + 0 + 0 + 9. ¿Cuántas veces durante el año 2010 ocurrirá lo mismo?

¿Qué plan de trabajo es adecuado para resolver este problema?

- a) Averiguar lo que sucede en cada fecha del año 2010
- b) Realizar ecuaciones sencillas
- c) Tantear con varias operaciones
- d) Suma de los dígitos de 2010 para igualar con la suma de dígitos del día y mes

EVALUACIÓN DE COMPONENTES COGNITIVOS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Evaluación de la capacidad de **Organizar estrategias** en el proceso de resolución de problemas matemáticos - POSTEST

Apellidos y nombres:...

Grado:......................... **Fecha:**...

Con esta prueba se pretende valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos. La prueba consta de 10 problemas **que tendrás que leer detenidamente**.

Se presentan de tres a cuatro alternativas para que elijas aquella que mejor responde a la pregunta: **¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?** Ten en cuenta que **algunas alternativas se han de hacer, pero no en primer lugar.** Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

☐ a) Hallar el momento exacto en que hemos de dar la vuelta a los dos relojes simultáneamente.

☐ b) Pasar a la misma unidad horaria el tiempo medido por cada reloj.

☐ c) Averiguar las vueltas que tenemos que dar al primer reloj a lo largo del día.

☐ d) Calcular el número de vueltas que hemos de dar a cada reloj a lo largo de las 24 horas.

Como verás, la opción **a)** expresa lo que debemos hacer al final para solucionar este problema, pero no representa el primer paso. Según estas alternativas, **lo primero que se debe hacer está indicado en la opción b),** pues inicialmente debemos pasar el tiempo medio por cada reloj a la misma unidad horaria. Marca, pues, con una X la opción **b)**

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

1. En una empresa trabajan 260 empleados. Por fiestas patrias, la empresa decidió regalar una casaca a la mitad de sus empleados, y por navidad, la empresa regaló un pavo a la mitad de sus empleados. Si exactamente 8 empleados recibieron una casaca y un pavo durante el año, ¿cuántos empleados no recibieron ningún regalo durante el año?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Asignar con una variable a los empleados que no recibieron regalo alguno
- b) Realizar una ecuación sencilla
- c) Identificar las zonas que se presentan en el diagrama de Venn

2. Andrea, Braulio, Carlos, Dante y Esteban están sentados formando una ronda, en el orden indicado. Andrea dice el número 53, Braulio el 52, Carlos el 51, Dante el 50, y así sucesivamente. ¿Quién dice el número 1?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Averiguar que números le toca a cada persona
- b) Asignar números a cada persona
- c) Averiguar que número le toca a Esteban

3. Pensé en un número menor que 20. Si duplicas este número y le restas 12 obtienes la mitad del número que pensé. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número que pensé?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Plantear una ecuación sencilla
- b) Suponer el valor del número pensado para saber que ocurre
- c) Sumar los dígitos del número hallado

4. Por fin de temporada, una tienda de ropa tiene la siguiente oferta: "Llévate dos polos y el más barato te sale gratis". Andrea escogió cuatro polos de precios S/. 24, S/. 22, S/. 30 y S/. 35. ¿Cuánto dinero necesita como mínimo para que se pueda llevar los cuatro polos?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Averiguar que ocurre si se comprara solo dos polos
- b) Ordenar los precios de mayor a menor
- c) Otro: *(escríbelo)* ....

5. Tengo un recipiente de 20 litros de capacidad máxima con cierta cantidad de agua, y quiero determinar cuántos litros de agua hay en el recipiente, usando dos jarrones. El primer jarrón es de 4 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedaría 1 litro en el recipiente; el segundo jarrón es de 5 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedarían 2 litros en el recipiente. ¿Cuántos litros de agua hay en el recipiente?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

- a) Simular la extracción del agua con el primer jarrón
- b) Asignar valores a la cantidad de veces que se uso el primer jarrón
- c) Otro: *(escríbelo)* ... ...

6. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener luego de efectuar las operaciones indicadas $0 \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4$ si cada signo $\pm$ puede ser igual a + o – ?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Escribir todas las operaciones a realizar
∟ b) Realizar solo las sumas
∟ c) Organizar los resultados positivos separados de los negativos

7. ¿Cuántos números como mínimo se deben borrar del siguiente tablero para que, con los números que queden, se cumpla que la suma de lo números de cada fila y de cada columna es un número par?

2	2	2	9
2	0	1	0
6	0	3	1
8	2	5	2

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Averiguar en que filas y columnas no se cumple la condición
∟ b) Eliminar los números impares
∟ c) Otro: *(escríbelo)* ………………………………………………………………….

8. Se debe colocar losetas a un patio de 4,5 metros de largo por 5 metros de ancho. Las losetas escogidas se venden en cajas a 70 nuevos soles cada una para cubrir 2 m^2 y en cajas a 100 nuevos soles cada una para cubrir 3 $m^{2.}$ ¿Cuál es la menor cantidad de nuevos soles que se puede gastar para comprar las losetas necesarias para colocarlas en el patio?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Hallar la cantidad de cajas de losetas que se necesitan para cubrir el patio
∟ b) Hallar el área del patio
∟ c) Realizar un gráfico del patio con losetas

9. ¿Cuántos elementos del conjunto {10, 11, 12,…, 98, 99} cumplen que la suma de sus dígitos es un número par?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Averiguar cuántos elementos cumplen la condición
∟ b) Listar los elementos que tiene el conjunto
∟ c) Elegir al azar elementos donde se cumpla la condición

10. El 8 de diciembre de 2009 ocurrió algo curioso: si expresamos esa fecha en el formato 08.12.2009 se cumple que la suma de los cuatro primeros dígitos es igual a la suma de los cuatro últimos dígitos; es decir, 0 + 8 + 1 + 2 = 2 + 0 + 0 + 9. ¿Cuántas veces durante el año 2010 ocurrirá lo mismo?

¿Qué harías en primer lugar para resolver este problema?

∟ a) Seleccionar las fechas que cumplan la condición
∟ b) Buscar una fecha que cumpla la condición para que sirva como guía
∟ c) Otro: *(escríbelo)* ………………………………………………………………

EVALUACIÓN DE CAPACIDADES COGNITIVAS PARA RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Evaluación de capacidades en la **Ejecución del plan de trabajo** en el proceso de resolución de problemas matemáticos - POSTEST

Apellidos y nombres:..

Grado:.........................   **Fecha:**...

Con esta prueba se pretende valorar las dificultades que tienes a la hora de resolver problemas matemáticos. La prueba consta de 10 problemas **que tendrás que leer detenidamente**.

Se presentan de tres a cuatro alternativas para que, una vez que hayas realizado los cálculos oportunos, **elijas aquella que es el resultado correcto**. Puedes utilizar calculadora si lo deseas, pero en muchas ocasiones te puede resultar más cómodo realizar las operaciones con lápiz y papel. Recuerda que sólo una alternativa es correcta.

Ejemplo

Siendo las 12 horas en punto del mediodía, se ponen en marcha dos relojes de arena, uno con una duración de 6 minutos y otro de 240 segundos. ¿En qué momentos del día se tendrá que dar la vuelta simultáneamente a los dos relojes?

Ahora si, soluciona el problema

Es muy probable que para resolver este problema hayas decidido realizar el siguiente planteamiento:

"Duración del reloj A= 6 minutos; duración del reloj B=240/60 = 4 minutos. Si averiguamos el mínimo común múltiplo de 6 y 4, obtendremos 12. Como este resultado está indicado en la opción **a**, has de marcar con una X la casilla que hay al comienzo de esta opción.

∟ a) 12
∟ b) 6
∟ c) 10
∟ d) 4

SI NO HAS ENTENDIDO BIEN LO QUE HAY QUE HACER PREGUNTA.

SI LO HAS ENTENDIDO PUEDES COMENZAR PONIENDO EL MÁXIMO INTERÉS.

1. En una empresa trabajan 260 empleados. Por fiestas patrias, la empresa decidió regalar una casaca a la mitad de sus empleados, y por navidad, la empresa regaló un pavo a la mitad de sus empleados. Si exactamente 8 empleados recibieron una casaca y un pavo durante el año, ¿cuántos empleados no recibieron ningún regalo durante el año?

Ahora sí, Soluciona el problema

Usa el diagrama de Venn con dos conjuntos y traslada los datos que tienes al diagrama. Luego realiza una ecuación sencilla con el dato que falta.

∟ a) 7 ☐ b) 16 ☐ c) 8 ☐ d) 11

2. Andrea, Braulio, Carlos, Dante y Esteban están sentados formando una ronda, en el orden indicado. Andrea dice el número 53, Braulio el 52, Carlos el 51, Dante el 50, y así sucesivamente. ¿Quién dice el número 1?

Ahora sí, Soluciona el problema

Puedes escribir los números del 53 al 1 de 5 en 5, de esa manera asigna a cada persona los números que dice.

∟ a) Andrea ☐ b) Braulio ☐ c) Dante
∟ d) Carlo ☐ e) Esteban

3. Pensé en un número menor que 20. Si duplicas este número y le restas 12 obtienes la mitad del número que pensé. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número que pensé?

Ahora sí, Soluciona el problema

Sí al número pensado lo llamamos 2x, primero lo duplicas (4x) y le restas doce (-12), esto es igual a la mitad del número pensado ($\frac{2x}{2} = x$); de esta manera tenemos: 4x – 12 = x.

Realiza tus cálculos.

∟ a) 1 ☐ b) 4 ☐ c) 8 ☐ d) 12

4. Por fin de temporada, una tienda de ropa tiene la siguiente oferta: "Llévate dos polos y el más barato te sale gratis". Andrea escogió cuatro polos de precios S/. 24, S/. 22, S/. 30 y S/. 35. ¿Cuánto dinero necesita como mínimo para que se pueda llevar los cuatro polos?

Ahora sí, Soluciona el problema

Es necesario agrupar los polos en pares. Ordénalos de mayor a menor y prueba agrupando de distintas formas para obtener el menor gasto.

∟ a) 57 ☐ b) 59 ☐ c) 65 ☐ d) 46 ☐ e) 52

5. Tengo un recipiente de 20 litros de capacidad máxima con cierta cantidad de agua, y quiero determinar cuántos litros de agua hay en el recipiente, usando dos jarrones. El primer jarrón es de 4 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedaría 1 litro en el recipiente; el segundo jarrón es de 5 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedarían 2 litros en el recipiente. ¿Cuántos litros de agua hay en el recipiente?

Ahora sí, Soluciona el problema

Ten presente que en el recipiente hay menos de 20 litros. Imagina que sacas "x" veces agua con el primer jarrón de 4 litros, sobrando 1 litro (4x + 1) y que sacas "y" veces agua con el jarrón de 5 litros, sobrando 2 litros. Recuerda que estas cantidades deben ser iguales.

∟ a) 17 ☐ b) 15 ☐ c) 19 ☐ d) 18 ☐ e) 16

6. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener luego de efectuar las operaciones indicadas $0 \pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4$ si cada signo $\pm$ puede ser igual a + o – ?

Ahora sí, Soluciona el problema

Haz una lista de todas las operaciones que vas a realizar, por ejemplo: $0 + 1 + 2 + 3 - 4$; $0 - 1 - 2 + 3 + 4$ Resuélvelos y luego compara los resultados.

∟ a) 11 ☐ b) 9 ☐ c) 10 ☐ d) 8

7. ¿Cuántos números como mínimo se deben borrar del siguiente tablero para que, con los números que queden, se cumpla que la suma de lo números de cada fila y de cada columna es un número par?

2	2	2	9
2	0	1	0
6	0	3	1
8	2	5	2

Ahora sí, Soluciona el problema

Suma los números de alguna fila y columna, te darás cuenta que es mejor eliminar los números impares.

∟ a) 6 ☐ b) 7 ☐ c) 5 ☐ d) 8

8. Se debe colocar losetas a un patio de 4,5 metros de largo por 5 metros de ancho. Las losetas escogidas se venden en cajas a 70 nuevos soles cada una para cubrir 2 m^2 y en cajas a 100 nuevos soles cada una para cubrir 3 m^2. ¿Cuál es la menor cantidad de nuevos soles que se puede gastar para comprar las losetas necesarias para colocarlas en el patio?

Ahora sí, Soluciona el problema

Si compras cajas de 100 soles, cuántos necesitas y gastarás. Si compras cajas de 70 soles, cuántos necesitas y gastarás. Realiza tus operaciones para saber cuánto podrás gastar como mínimo.

∟ a) 750 ☐ b) 770 ☐ c) 800 ☐ d) 840

9. ¿Cuántos elementos del conjunto {10, 11, 12,..., 98, 99} cumplen que la suma de sus dígitos es un número par?

Ahora sí, Soluciona el problema

Ten presente que, para que la suma de los dígitos sea par, ambos dígitos deben ser pares o ambos impares. Analiza los números del 10 al 19, hallarás que los números 11, 13, 15, 17, 19 cumplen la condición. Realiza las operaciones con los que números que siguen de diez en diez

∟ a) 40 ☐ b) 42 ☐ c) 45 ☐ d) 50

10. El 8 de diciembre de 2009 ocurrió algo curioso: si expresamos esa fecha en el formato 08.12.2009 se cumple que la suma de los cuatro primeros dígitos es igual a la suma de los cuatro últimos dígitos; es decir, $0 + 8 + 1 + 2 = 2 + 0 + 0 + 9$. ¿Cuántas veces durante el año 2010 ocurrirá lo mismo?

Ahora sí, Soluciona el problema

Primero suma los dígitos del año 2010: $2 + 0 + 1 + 0 = 3$. Luego busca y lista las fechas de día y mes que sumen sus dígitos 3.

∟ a) 13 ☐ b) 12 ☐ c) 10 ☐ d) 9

ANEXO 3: MODELO DE FICHA DE TRABAJO

Apellidos y nombres: ______________________________

Grado:_____________ **Fecha:** _________________

PROBLEMA (Historia)

¿?

¿QUÉ DATOS TE DAN?	¿QUÉ DATOS TE PIDEN?
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

ESTRATEGIAS

OPERACIONES

HISTORIA DEL RESULTADO

ANEXO 4: BANCO DE PREGUNTAS PARA EL ESTUDIO

1. Carlos cumplirá 38 años el año 2011 y su hermana Rosa nació en el año 1985 cuándo García fue presidente del Perú por primera vez ¿Cuánto es la suma de las edades de los hermanos actualmente?
2. Por fiestas patrias Andrés recibe s/.720 de gratificación Basilio s/.250 más que Andrés, Carlos tanto como Andrés y Basilio juntos más s/. 185. ¿Cuánto recibieron los tres juntos?

3. En cierto país existen solamente billetes de 20, 50, 100 y 500 soles. Pedro tiene 1000 soles en billetes de cada uno de los cuatro tipos (al menos uno de cada tipo). Si tiene más billetes de 50 soles que billetes de 20 pesos, ¿cuántos billetes tiene Pedro en total?
4. Mei-Ling, ciudadana de China, se prepara para viajar a Sudáfrica y se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar de China y el rand sudafricano es de: 1 dólar = 4,2 rand. Si Mei-Ling cambio 3000 dólares de China en rands sudafricano, ¿cuánto dinero recibió en rands sudafricano?
5. Con cuatro cuatros y apoyado de las operaciones elementales construir los números del 0 al 10.
6. Tenemos tres jarras con capacidades 8, 5 y 3 litros. La más grande esta llena de refresco y las otras están vacías. Si te pidieran echar tres litros en cada uno de las jarras vacías si usar ninguna otra vasija, ¿cómo lo harías?
7. ¿Cuál es la antigüedad de un fósil de un dinosaurio si los científicos afirman que dicha especie vivió hasta el año 350 A.C.?
8. En un salón de clase se ha organizado un paseo. Si cada alumno paga S/.4, se podría pagar la movilidad y sobraría S/.3, pero si cada alumno paga S/.3, faltaría S/.7 para pagar la movilidad. ¿Cuántos alumnos son? ¿Cuánto cuesta la movilidad?
9. Entre tres amigos compran 20 libros en total. El primero y el segundo juntos compran 12 y el tercero y el segundo 16. ¿Cuántos libros compró el tercer amigo?
10. Mi calculadora tiene dos botones especiales. Cuando presiono el botón A, el número que está en la pantalla se duplica, y cuando presiono el botón B, el número que está en la pantalla disminuye en 2. En una ocasión, en mi calculadora digité mi número favorito; presioné tres veces seguidas el botón A y luego tres veces seguidas el botón B, y la pantalla mostró el número 50. ¿Cuál es mi número favorito?
11. En un almacén puedes conseguir un descuento del 20%, pero, al mismo tiempo, tienes que pagar un impuesto del 15%. ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto? ¿Por qué?
12. Un determinado tipo de arroz aumenta 30% en peso al cocinarse, por eso el cocinero prepara un 30% menos del peso que necesita. ¿Alcanzará el arroz?