

UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC

FACULTAD DE EDUCACIÓN Y CIENCIAS SOCIALES

ESPECIALIDAD MATEMÁTICA E INFORMÁTICA



USO DEL MODELO DE FICHAS EN EL PLANO COMO MATERIAL DIDÁCTICO EN EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE PRIMER GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. VILLA GLORIA DE ABANCAY – 2011.

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

PRESENTADO POR: - BACH. LEONIDAS JORGE HUAMÁN RIOS

- BACH. GRIMALDO AYQUIPA ROMÁN

ASESOR: LIC. JULIO CÉSAR PAREJA CABRERA

Abancay Noviembre de 2011

APURÍMAC - PERÚ



UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURIMAC	
CÓDIGO	MFN
T EMI H 2011 Ej. 2	BIBLIOTECA CENTRAL
FECHA DE INGRESO:	28 MAR 2012
Nº DE INGRESO:	00056



USO DEL MODELO DE FICHAS EN EL PLANO COMO MATERIAL DIDÁCTICO EN EL APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS EN ESTUDIANTES DE PRIMER GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. VILLA GLORIA DE ABANCAY – 2011.



DEDICATORIA

Quiero dedicarle este trabajo a Dios que me ha dado la vida y fortaleza para terminar este proyecto de investigación, a mis Padres por estar ahí cuando más los necesité; en especial a mi madre por su ayuda y constante cooperación.

Leónidas Jorge.

DEDICATORIA

Con mucho cariño principalmente a mis padres, por darme una vida digna y saludable, los quiero mucho, aunque pasé momentos muy difíciles en mi infancia, igual los quiero.

Grimaldo.



AGRADECIMIENTO

El presente trabajo de tesis, es gracias a todos aquellos quienes nos brindaron sus valiosas sugerencias, críticas constructivas, apoyo moral y espiritual, en primer lugar a nuestros padres.

En segundo lugar, agradecemos a todo el equipo de asesores, profesores, por sus consejos, paciencia y opiniones que nos sirvieron para realizar el presente trabajo de tesis quienes nos inculcaron el camino a la formación profesional, además estuvieron con nosotros y compartiendo tantas aventuras, experiencias académicas desveladas y triunfos.

En general agradecemos a todos, y a cada una de las personas que han vivido con nosotros en la realización de esta tesis, con sus altos y bajos, desde lo más profundo de nuestro sano juicio agradecemos por habernos brindado todo el apoyo, colaboración, ánimo y sobre todo cariño y amistad. Leónidas - Grimaldo.



INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación, titula: “Uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay 2011”. Como cualquier investigación, ésta surge del intento de dar respuesta a un problema, como es la deficiencia en el aprendizaje.

De acuerdo con el objetivo de nuestra investigación, inicialmente nos hemos propuesto conocer sobre el nexo entre investigación y proceso de aprendizaje. Para desarrollar el tema en referencia, se ha encontrado poca bibliografía, no hemos localizado investigaciones locales y nacionales que aborden sistemáticamente esta problemática en el tema de números enteros.

La finalidad de esta tesis es demostrar si el modelo de fichas en el plano como material didáctico influye de manera positiva en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay 2011.

El presente trabajo de investigación se ha estructurado de la siguiente manera:

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO: En el se expone lo siguiente:

Descripción del problema: donde se describe todo el problema relacionado a nuestro tema de investigación, formulación del problema: está referido al planteamiento de las interrogantes del problema general y específicas, objetivos: planteamiento de lo que se quiere lograr alcanzar, hipótesis: planteamiento de lo que se quiere lograr demostrar, metodología de la investigación: referido a todos los procesos que se realizaron para la obtención de los datos, como también los procedimientos que se tomaron en cuenta en las diferentes sesiones de aprendizaje.

CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL: En el se expone lo siguiente:



Antecedentes de la investigación: referido a todos los trabajos de investigación realizados anteriormente sobre este tema y toda la bibliografía relacionada a él, bases teóricas: donde hace referencia a toda la bibliografía necesaria y utilizada para dar sustento y validez a nuestra investigación.

CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN: Se presentan los resultados de la investigación: caracterización del ámbito de estudio, contrastación de la hipótesis y discusión de los resultados.

Finalmente se expone las conclusiones y recomendaciones a las que se ha llegado después del análisis de datos y una aportación de sugerencias o posibles soluciones a los problemas detectados, con la intención de que las mismas puedan ser útiles a investigaciones posteriores.



RESUMEN

La presente tesis trata sobre el “Uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay 2011”.

La hipótesis planteada es: “El uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico influye de manera positiva en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en los estudiantes del primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay – 2011.

La **muestra** estuvo conformada por 36 estudiantes del primer grado secundaria de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, del cual 18 estudiantes de la sección “A” conformaron el grupo experimental y 18 estudiantes de la sección “B” el grupo control, de acuerdo al muestreo no probabilístico.

Se aplicó una prueba pre y post test, antes y después del tratamiento experimental respectivamente, utilizando el **diseño** de dos grupos: grupo control y grupo experimental, asignando no aleatoriamente los 36 estudiantes de la muestra a los dos grupos.

Los **resultados** de la pre - test indican que los puntajes iniciales de los estudiantes eran bajos, pues la mayoría de los estudiantes, el 83.33% tuvieron puntajes que fluctúan entre 05 a 10 puntos, pero después de realizar el tratamiento experimental, se observó que hubo diferencias estadísticamente significativas en el nivel de aprendizaje del grupo de estudiantes que recibió el tratamiento mediante el uso del modelo de fichas en el plano, con respecto al grupo que no se le aplicó dicho tratamiento, cabe resaltar que el grupo control obtuvo un promedio aritmético de 12.38, mientras que el grupo experimental un promedio de 14.05; es decir una diferencia significativa con respecto al promedio aritmético tomado en la pre test, apreciándose así que existió un mejor aprendizaje en el grupo experimental.



En **conclusión** el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico influyó significativamente en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay 2011, en el cual queda demostrado nuestra hipótesis planteada, y que además dicho sea de paso este proyecto servirá de mucho para los posteriores investigaciones.



SUMMARY

This thesis is about the "Using the model of chips on the plane as a teaching aid in learning the basic operations of whole numbers in first grade students of secondary EI Villa Gloria Abancay 2011. "

The hypothesis is: "The use of chips in the model as a teaching background has a positive influence on learning the basic operations of whole numbers in the first grade students of secondary schools in the IE Villa Gloria Abancay - 2011.

The sample consisted of 36 high school first grade students of School of Abancay Villa Gloria, of which 18 students from the "A" formed the experimental group and 18 students from the "B" control group, according to Non-probability sampling.

Test was applied pre and post test, before and after the experimental treatment, respectively, using the design of two groups: control group and experimental group, not randomly assigning the 36 students in the sample to the two groups.

The results of the pre - test indicate that students' initial scores were low, as most students, 83.33% had scores ranging from 05 to 10 points, but after taking the experimental treatment, we observed that there statistically significant differences in the level of learning of the student group that was treated using the chips in the model plane with respect to the group that he was not applied such treatment, it is noted that the control group had an average arithmetic 12.38, while the experimental group an average of 14.05, ie a significant difference to the arithmetic average taken in the pre test, and appreciate that there was a better learning in the experimental group.

In conclusion, the use of chips in the model plane and materials significantly influence the learning of basic operations of integers in the first grade students of School of Abancay Villa Gloria 2011, which demonstrated our hypothesis, and also by the way this project will do much to further research.



INDICE

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

1.1 Definición y Formulación del Problema	16
1.1.1 Definición del Problema.	16
1.1.2 Formulación del Problema.	18
1.2 Justificación e importancia de la investigación.	18
1.3 Limitaciones.	20
1.4 Formulación de objetivos	20
1.4.1 Objetivo General.	20
1.4.2 Objetivos Específicos.	20
1.5 Formulación de hipótesis	21
1.5.1 Hipótesis general.	21
1.5.2 Hipótesis específica.	21
1.6 Variables y definición operacional de variables.	22
1.7 Metodología de la investigación.	23
1.7.1 Tipo de investigación.	23
1.7.2 Método y diseño de investigación.	23
1.7.3 Población.	24
1.7.3.1 Características y delimitación.	24
1.7.3.2 Ubicación espacio temporal.	25
1.7.4 Muestra	25



1.7.4.1 Técnicas de muestreo.	25
1.7.4.2 Tamaño y cálculo de tamaño.	25
1.7.5 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.	26
1.7.5.1 Etapas de la experimentación.	27
1.7.6 Procesamiento y análisis de datos.	27
1.7.7 Prueba de hipótesis.	28
1.7.7.1 Formulación de hipótesis nulas y alternas.	28
1.7.7.2 Selección de las pruebas estadísticas.	29
1.7.7.3 Condiciones para rechazar o aceptar las hipótesis.	29

CAPÍTULO II

MARCO REFERENCIAL

2.1 Antecedentes de la Investigación.	30
2.2 Marco Teórico.	33
2.2.1 Material Didáctico.	33
2.2.1.1 Caracterización del material didáctico.	34
2.2.1.2 Clasificación del material didáctico.	34
2.2.2 Modelo de Fichas en el Plano (MOFIP).	35
2.2.2.1 Reglas para el uso del modelo.	37
2.2.2.2 Principio de cancelación.	37
2.2.2.3 Representación de los números enteros.	37
2.2.2.4 Suma de números enteros.	38
2.2.2.5 El Opuesto de un número entero.	41
2.2.2.6 Resta de números enteros.	42
2.2.2.7 Para operaciones con números mayores que 20.	44



2.2.2.8 Multiplicación de números enteros.	47
2.2.2.9 División de números enteros.	49
2.2.2.10 La introducción del modelo en el Aula de clases.	50
2.2.3 El Aprendizaje.	53
2.2.3.1 Teoría genética de Jean Piaget.	53
2.2.3.2 El Aprendizaje según el Paradigma Constructivista.	56
2.2.4 Números Enteros (Z).	59
2.2.4.1 Breve resumen de la historia de la evolución de los números Enteros.	59
2.2.4.2 Conjunto de los números enteros .	60
2.2.4.3 Operatoria en los Números Enteros (Z).	61
2.3. Marco Conceptual.	64

CAPÍTULO III

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Análisis de datos y proceso de prueba de hipótesis.	66
3.1.1 Análisis de resultados de los objetivos específicos.	68
3.1.1.1 Nivel de interpretación de la regla de signos en las operaciones básicas de números enteros.	68
3.1.1.2 Análisis e interpretación de resultados del objetivo específico, con la prueba de hipótesis en la interpretación de la regla de signos.	74
3.1.1.3 Nivel de resolución de las operaciones básicas de números enteros.	79
3.1.1.4 Análisis e interpretación de resultados del objetivo específico, con la prueba de hipótesis en la resolución de las operaciones básicas de números enteros.	85



3.1.2 Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en la Pre – Test y Post – Test.	90
3.1.3 Análisis e interpretación de resultados del objetivo general, con la prueba de hipótesis.	96
3.2 Discusión de resultados.	101

CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones	103
Recomendaciones	105

BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA N° 01: Frecuencia absoluta de los estudiantes del grupo control y experimental en la interpretación de la regla de signos al inicio de la aplicación	68
TABLA N° 02: Frecuencia absoluta de los estudiantes del grupo control y experimental en la interpretación de la regla de signos en el proceso de la aplicación.	70
TABLA N° 03: Frecuencia absoluta de los estudiantes del grupo control y experimental en la interpretación de la regla de signos al final de la aplicación.	72
TABLA N° 04: Promedios de la interpretación de la regla de signos del grupo control.	76
TABLA N° 05: Promedios de la interpretación de la regla de signos del grupo experimental.	77
TABLA N° 06: Estadígrafos descriptivos del grupo control y experimental, en base a las sesiones, en la interpretación de la regla de signos en las operaciones básicas de números enteros.	77
TABLA N° 07: Frecuencia absoluta de los estudiantes del grupo control y experimental en la resolución de las operaciones básicas de números enteros al inicio de la aplicación.	79



TABLA N⁰ 08: Frecuencia absoluta de los estudiantes del grupo control y experimental en la resolución de las operaciones básicas de números enteros en el proceso de la aplicación.	81
TABLA N⁰ 09: Frecuencia absoluta de los estudiantes del grupo control y experimental en la resolución de las operaciones básicas de números enteros al final de la aplicación.	83
TABLA N^o 10: Promedios de resolución de las operaciones básicas de números enteros del grupo control.	87
TABLA N^o 11: Promedios de resolución de las operaciones básicas de números enteros del grupo experimental.	88
TABLA N⁰ 13: Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros del grupo control en la pre – test.	90
TABLA N⁰ 14: Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros del grupo experimental en la pre – test.	92
TABLA N⁰ 15: Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros del grupo control en la post – test.	93
TABLA N⁰ 16: Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros del grupo experimental en la post – test.	95
TABLA N⁰ 17: Resultados de las pruebas de pre test y post test del grupo control.	98
TABLA N⁰ 18: Resultados de las pruebas de pre test y post test del grupo experimental	99
TABLA N⁰ 19: Resultado de datos del grupo control y experimental para la aplicación de la prueba estadística.	100



ÍNDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICO N^o 01: Porcentaje de estudiantes del grupo control y experimental en la interpretación de la regla de signos al inicio de la aplicación.	69
GRÁFICO N^o 02: Porcentaje de estudiantes del grupo control y experimental en la interpretación de la regla de signos en el proceso de la aplicación.	71
GRÁFICO N^o 03: Porcentaje de estudiantes del grupo control y experimental en la interpretación de la regla de signos al final de la aplicación.	73
GRÁFICO N^o 07: Porcentaje de estudiantes del grupo control y experimental en la resolución de las operaciones básicas de números enteros al inicio de la aplicación.	80
GRÁFICO N^o 08: Porcentaje de estudiantes del grupo control y experimental en la resolución de las operaciones básicas de números enteros en el proceso de la aplicación.	82
GRÁFICO N^o 09: Porcentaje de estudiantes del grupo control y experimental en la resolución de las operaciones básicas de números enteros al final de la aplicación.	84
GRÁFICO N^o 13: Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros del grupo control en la pre – test.	91
GRÁFICO N^o 14: Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros del grupo experimental en la pre – test.	92
GRÁFICO N^o 15: Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros del grupo control en la post – test.	94
GRÁFICO N^o 16: Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros del grupo experimental en la post – test.	95



CAPÍTULO I PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

1.1 DEFINICIÓN Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.1.1 Definición del Problema

A nivel nacional el problema de aprendizaje en el área de matemática se refleja en la deficiente calidad educativa. Según MINEDU (UMC) los resultados de la Evaluación del Censo de estudiantes de segundo grado de secundaria (ECE 2010) indican que solo un 13.8% en Matemática alcanzó el nivel esperado, mientras que en la región de Apurímac la evaluación del rendimiento en matemática alcanzó solo el 8,5%.

Esto índices nos demuestran una vez más que estamos frente al mismo problema, aunque tal vez con algunas mejorías.

En la provincia de Abancay haciendo mención a la Institución Educativa Villa Gloria según los registros de los años 2008 al 2009 se encontró que el 65% de los promedios generales están en el intervalo de notas de 09 a 11, lo cual muestra una preocupación evidente, debido a que los estudiantes son provenientes de zonas rurales que difícilmente llegan a adecuarse a la nueva sociedad educativa y tienen problemas en cuanto al ritmo y estilo de aprendizaje; y como segundo factor el aspecto económico, social, psicológico, cultural.

El problema surge precisamente a raíz de las dificultades en el proceso de aprendizaje mostrado anteriormente en los registros que maneja la Institución Educativa, debido a que las estrategias y metodologías de enseñanza en el área de matemática no son aplicadas oportunamente. Es así que en las prácticas pre profesionales finales realizados en dicha institución educativa se pudo apreciar notablemente y con mucha preocupación que los estudiantes de primer grado en el área



de matemática en el tema de números enteros tenían dificultades en resolver ejercicios sencillos de cálculo de adición y sustracción, los cuales están errados en las respuestas, por ejemplo:

1) $(-8) + (+7) = +15$

2) $(-7) - (+6) = -1$

3) $(-25) - (+21) = 4$

Si analizamos estos cálculos errados, una de las interrogantes que nos podemos formular es ¿continúan los alumnos con las operaciones de los número naturales, al realizar los cálculos con números enteros?

En el ejemplo (1) al parecer ignoran los signos de los números y realizan la suma de los números involucrados, en el ejemplo (2) restan los valores absolutos de los números y también a simple vista no toman en cuenta los números de los signos, lo mismo ocurre en el ejemplo (3).

Es difícil que los estudiantes tengan habilidad para operar con números enteros, porque los conocimientos adquiridos en matemáticas en los primeros años de educación escolar son referidos a los números naturales y en ese conjunto, las palabras agregar y aumentar están relacionados con la adición; quitar y disminuir con la sustracción.

Con lo expuesto anteriormente se puede asegurar que efectivamente se está frente a un fenómeno didáctico y se tiene evidencias de los errores de los alumnos.

Estos problemas en la matemática nos han motivado a investigar el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros.

1.1.2 Formulación del Problema

Problema General

¿En qué medida influye el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros, en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay - 2011?

Problemas específicos

- a) ¿Cuál es el nivel de interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano?.
- b) ¿Cuál es el nivel de resolución de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano?.

1.2 Justificación e importancia de la investigación

Actualmente la I.E. Villa Gloria de Abancay, no cuenta con materiales didácticos para el proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas, y de manera específica para el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros, es así que la deficiencia o inexistencia de materiales didácticos para el aprendizaje nos permitió emprender una investigación de esta naturaleza, y así contribuir a la formación integral del estudiante.

Principalmente la carencia a la cual se ha hecho mención, la enseñanza tradicional de los docentes de dicha institución educativa, unido a la necesidad de mejorar el aprendizaje de los estudiantes, es la principal razón por el cual abordamos este tema de investigación.

La presente investigación es importante porque el uso del material didáctico para el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros, en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria es de mucha significancia por los siguientes aspectos:



✓ **Justificación legal**

Esta investigación se realizó con la finalidad de dar una propuesta de solución al problema de bajo nivel de aprendizaje, en las matemáticas de los estudiantes de nuestra localidad y también para obtener el título de licenciado en educación según el reglamento de grados y títulos de la Universidad Nacional Micaela Bastidas del artículo 15° en donde menciona la modalidad de presentación, sustentación y aprobación de una tesis , el cual motiva a investigar y así de alguna manera contribuir en algo a nuestra sociedad.

✓ **Justificación práctica**

Esta investigación se realizó para mejorar y tratar de solucionar el problema de bajo nivel de aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, ya que en los últimos años se ha visto severamente cuestionada en el área de matemática, proporcionando al estudiante un material didáctico de gran utilidad, de la misma manera al docente un elemento que facilite su labor educativa.

✓ **Justificación metodológica**

Los métodos, procedimientos y técnicas e instrumentos empleados en la investigación, podrán ser utilizados en otros trabajos de investigación para los futuros estudiantes de nuestra Universidad Nacional Micaela Bastidas de Apurímac.

✓ **Justificación teórica**

Investigaciones acerca de la influencia de los materiales didácticos en el aprendizaje, existen y están validados por muchos autores, pero existe un vacío en cuanto al verdadero rol que cumple un material didáctico en el área de las matemáticas especialmente en las operaciones básicas de números enteros, por lo tanto, esta investigación tiene como finalidad de ampliar los conocimientos en ese ámbito, de la misma forma esta investigación en cuanto al aprendizaje tiene un soporte teórico que se basa en el enfoque constructivista de la teoría genética de Jean Piaget sobre el desarrollo cognitivo y el constructivismo de la teoría de

Ausubel, y de Vigotsky donde manifiesta que se tiene que recurrir de manera rutinaria a los conocimientos previos para dar sentido a lo que están aprendiendo.

Los resultados de esta investigación pueden ser incorporados al campo de la ciencia, pues aportan elementos teóricos importantes sobre los efectos de la utilización de material didáctico en el aprendizaje de los números enteros.

1.4 Limitaciones

En el presente trabajo de investigación enumeramos las limitaciones que se encontraron durante su desarrollo.

- ✓ Escasez de antecedentes de trabajos de investigación, relacionados con el tema directamente.
- ✓ Limitado material bibliográfico referente a la investigación estudiada en nuestra región.
- ✓ El material didáctico del modelo de fichas en el plano, serán construidos por los propios investigadores, con el fin de abaratar los costos.

1.4 Formulación de objetivos

1.4.1 Objetivo General

Determinar los efectos del uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en los estudiantes del primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay – 2011.

1.4.2 Objetivos Específicos

- a) Evaluar el nivel de interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano.
- b) Evaluar el nivel de resolución de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano.

1.5 Formulación de hipótesis

1.5.1 Hipótesis general

El uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico influye de manera positiva en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en los estudiantes del primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay – 2011.

1.5.2 Hipótesis específica

- a) El nivel de interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano, es óptimo.
- b) El nivel de resolución de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano, mejora significativamente.

1.6 Variables y definición operacional de variables

Variables	Dimensiones	Indicadores	Sub Indicadores
VI = USO DEL MODELO DE FICHAS EN EL PLANO COMO MATERIAL DIDÁCTICO	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de las fichas en el plano. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica adecuadamente las fichas en el plano. • Coloca adecuadamente las fichas en el plano. 	<ul style="list-style-type: none"> • Analiza • Identifica • Representa
	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar acciones con las fichas utilizando números enteros. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica datos. • Reconoce y diferencia signos. • Opera sin dificultad los ejercicios planteados. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica • Reconoce • Opera
VD = APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros, haciendo uso el modelo de fichas en el plano. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta la regla de signos de adición de números enteros. • Interpreta la regla de signos de sustracción de números enteros. • Interpreta la regla de signos de multiplicación de números enteros. • Interpreta la regla de signos de división de números enteros. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica • Analiza • Representa
	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de las operaciones básicas de números enteros, haciendo uso el modelo de fichas en el plano. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve ejercicios de adición de números enteros. • Resuelve ejercicios de sustracción de números enteros. • Resuelve ejercicios de multiplicación de números enteros. • Resuelve ejercicios de división de números enteros. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica • Resuelve

1.7 Metodología de la investigación

1.7.1 Tipo de investigación

La presente investigación corresponde al **tipo de investigación aplicada** de acuerdo a S. CARLESSI (1984)¹, por que se caracteriza por su interés en la aplicación de los conocimientos teóricos a determinada situación concreta y las consecuencias prácticas que de ella se deriven. La cual busca conocer para hacer, para actuar, para construir, para modificar de acuerdo a los resultados obtenidos del trabajo de campo de la investigación.

1.7.2 Método y diseño de investigación

El presente trabajo de investigación corresponde al **método experimental** que tiene el fin de investigar las posibles relaciones de causa- efecto exponiendo a uno o más grupos experimentales a la acción de una variable experimental y contrastando sus resultados con grupos de control o de comparación.

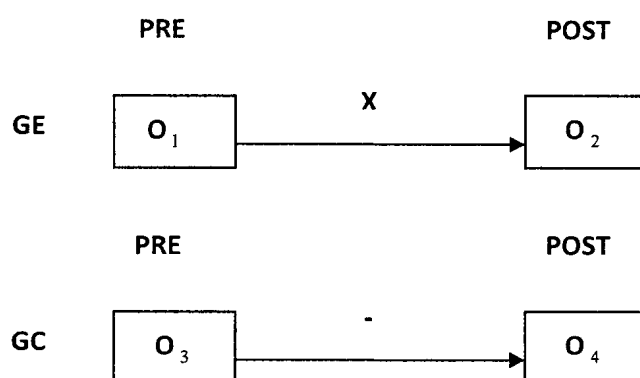
El presente trabajo de investigación hace uso del **diseño cuasi-experimental** de acuerdo a C. URCOS, Walther (2008)², en la cual exactamente se usan **dos grupos: grupo control y grupo experimental con una prueba pre y post-test**. En la aplicación de este diseño se empleó una evaluación inicial conocido también como pre-test y una evaluación final conocido como post-test con dos grupos, uno de control y otro experimental y los estudiantes no serán seleccionados aleatoriamente.

Para evitar problemas de maduración, diferencia de habilidades, entre otros se realizará una comparación en la prueba inicial y final.

¹ SÁNCHEZ CARLESSI, Hugo (1984); METODOLOGÍA Y DISEÑOS EN LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA; Editorial Universitaria, Tercera Edición Perú, Pág. 18.

² CASIMIRO URCOS, Walther (2008); TEORÍA, DISEÑO Y FORMULACIÓN DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN; Editorial GRAMAL, Primera Edición Perú, Pág.93

El diagrama correspondiente a este diseño es el siguiente:



Donde:

GE: Grupo experimental.

GC: Grupo control

O_1 : Medición pre-test al grupo experimental

O_2 : Medición post-test al grupo experimental

O_3 : Medición pre-test al grupo control

O_4 : Medición post-test al grupo control

1.7.3 Población

La población considerada en este trabajo de investigación son los estudiantes de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay matriculados en el año académico 2011, la cual está conformado por 220 estudiantes.

1.7.3.1 Características y delimitación

La población estudiantil de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay se caracteriza por contar con estudiantes de zonas rurales y urbanas que tienen un bajo ingreso económico, con edades entre 12 a 14 años.

Delimitación espacial: El trabajo de investigación se realizó en la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay.

Delimitación temporal: Para realizar la presente investigación se tomó como referencia el año 2011.

1.7.3.2 Ubicación espacio temporal

La Institución Educativa Villa Gloria de Abancay está ubicada en el distrito de Abancay a 20 metros del Estadio del Condebamba aproximadamente.

1.7.4 Muestra

En este trabajo de investigación se consideró como muestra a los estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, el cual está conformado por 36 estudiantes divididos en dos secciones, 18 en la sección “A” y 18 en la sección “B”.

1.7.4.1 Técnicas de muestreo

En la presente investigación se utilizó la técnica de **muestreo no probabilístico** intencional de acuerdo a S. CARLESS (1984)³, debido a que se tenía disponibilidad a los sujetos de investigación, puesto que dentro de sus unidades de aprendizaje se encontraba el tema de números enteros, por tal motivo se eligió trabajar con el de dicha institución mencionada anteriormente.

1.7.4.2 Tamaño y cálculo de tamaño

El tamaño de la muestra está conformado por los estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, la cual se dividió en dos grupos no aleatorios, el grupo control esta conformado por los estudiantes de la sección “B” y el grupo experimental está conformado por los estudiantes de la sección “A”, el grupo experimental se eligió por sorteo en vista que ambas secciones cuenta con la misma cantidad de estudiantes.

³ SÁNCHEZ CARLESSI, Hugo (1984); METODOLOGÍA Y DISEÑOS EN LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA; Editorial Universitaria, Tercera Edición Perú, Pág. 131

1.7.5 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

Técnicas

- **Observación directa:** Es directa, ya que estuvimos en contacto personalmente con el hecho o fenómeno que tratamos de investigar, como el desenvolvimiento de los estudiantes al usar el modelo de fichas en el plano, observar como actúan en el proceso de aprendizaje.
- **Experimentación:** Se realizó en la parte final de la investigación considerando al grupo experimental para verificar si el uso del modelo de fichas en el plano contribuye en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros
- **Comparación:** Se aplicó para determinar los logros obtenidos por el grupo experimental sobre el grupo control, permitiéndonos validar la hipótesis, también nos permitió comprobar los resultados obtenidos por los estudiantes en la Pre Test y Post Test.

Instrumentos

- **Ficha de observación:** es una herramienta que se utilizó para observar el desenvolvimiento de los estudiantes en su proceso de aprendizaje durante las sesiones de clase.
- **Pre test:** Este instrumento nos permitió recabar los conocimientos previos que poseen los estudiantes del grupo control y experimental, y de esa manera realizar las sesiones de aprendizaje de una manera adecuada acorde con los momentos, y a la vez nos permitió ver si los estudiantes de ambos grupos se encontraban en un mismo nivel de aprendizaje.
- **Post test:** Nos permitió recabar datos del grupo experimental y control, para verificar y determinar si en el grupo experimental, el uso del modelo de fichas en el plano influyó en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros, permitiéndonos validar y consolidar la hipótesis.

1.7.5.1 Etapas de la experimentación

En el presente trabajo de investigación se tomó en cuenta dividir en tres etapas considerando las exigencias de una investigación científica.

Primera etapa: En esta etapa se realizó la aplicación de una evaluación inicial a los estudiantes de primer grado de secundaria de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, que se dividió en dos grupos, control y experimental, la prueba inicial tuvo cierta similitud para los dos grupos que contenían una serie de preguntas que involucran el tema de números enteros bastante sencillos, y nos adecuamos al nivel de aprendizaje de los mismos.

Segunda etapa: En esta etapa se desarrollaron sesiones de clase, las cuales involucran la aplicación del material didáctico del modelo de fichas en el plano al grupo experimental y la enseñanza tradicional al grupo control, durante el desarrollo de las sesiones de clase se realizó la observación sistemática utilizando el instrumento de ficha de observación el cual permitió ver el aprendizaje de los estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay.

Tercera etapa: En esta etapa se realizó la aplicación de una evaluación final a los estudiantes de primer grado de secundaria de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, grado que se dividió en dos grupos, control y experimental, la prueba final tuvo cierta similitud para los dos grupos que contenía una serie de preguntas que involucran el tema de números enteros, esta evaluación final tuvo cierta diferenciación a la prueba inicial en cuanto a su nivel de complejidad de dichas preguntas.

1.7.6 Procesamiento y análisis de datos

Los datos cuantitativos fueron procesados y analizados cuidadosamente, la información del trabajo de campo en el primer grado de secundaria de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, fueron clasificados y sistematizados de acuerdo a las unidades de análisis correspondientes, respecto a los resultados analizados de las variables uso modelo de fichas en el plano como material didáctico, y el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros procesándose a través de:

- ✓ Tabulación y distribución de frecuencias
- ✓ Medidas de tendencia central
- ✓ Porcentajes

Los puntos mencionados fueron analizados utilizando los siguientes programas:

- ✓ Programa SPSS 12.0
- ✓ Microsoft Excel

Para la representación de los resultados en esta investigación se trabajó con el gráfico de barras.

1.7.7 Prueba de hipótesis

1.7.7.1 Formulación de hipótesis nulas y alternas

Hipótesis nula

H_0 : No existen diferencias significativas entre los promedios de notas del aprendizaje del grupo experimental y grupo control en la prueba de salida.

Hipótesis alterna

H_a : El promedio de notas del aprendizaje del grupo experimental es mayor al del grupo control en la prueba de salida.

1.7.7.2 Selección de las pruebas estadísticas

En esta investigación, para la contrastación de la hipótesis se utilizará la prueba estadística t student de acuerdo a H. SAMPIERE (2003)⁴, que tiene como fórmula:

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Donde \overline{X}_1 es la media del grupo experimental, \overline{X}_2 es la media del grupo control, S_1^2 es la varianza del grupo experimental, S_2^2 es la varianza del grupo control, n_1 es el tamaño del grupo experimental y n_2 es el tamaño del grupo control.

1.7.7.3 Condiciones para rechazar o aceptar las hipótesis

En esta investigación se consideró un nivel de significancia de 0.05, el cual implica que nuestro trabajo tiene el 95 % de seguridad para generalizar sin equivocarse y solo 5% en contra. En términos de probabilidad, 0.95 y 0.05, respectivamente; ambos suman la unidad.

⁴ HERNÁNDEZ SAMPIERE, Roberto (1985); METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN; Editorial Alejandrina Martínez Juárez, Tercera Edición México, Pág. 540.

CAPÍTULO II

MARCO REFERENCIAL

2.1 Antecedentes de la Investigación

Entre los trabajos que hablan sobre las dificultades de aprendizaje de números enteros de los alumnos, tenemos los siguientes:

TREJO GAMBOA, María Angélica en su investigación titulada “Material de Apoyo para la Enseñanza del concepto de variable en el Algebra Elemental” realizada en la Universidad de Veracruz México, llegó a la siguiente conclusión:

La recopilación, elaboración e implementación de material de apoyo adecuado en matemáticas por parte de los profesores es fundamental, para que el aprendizaje de los alumnos sea real y significativo y no sólo una adquisición de mecanismos de resolución o una memorización de fórmulas las cuales muchas veces no saben dónde aplicarlas en su vida diaria o al resolver un problema por medio de las matemáticas no pueden interpretar el significado de los resultados en su realidad.

GONZALES MARI, José Luís en su investigación titulada “Relatividad Aditivo ordinal y números enteros: Simplicidad matemática y complejidad Didáctica de la transición de N a Z ” realizada en la Universidad de Málaga España, llegó a la siguiente conclusión:

La justificación didáctica del tema no está únicamente en enseñar y aprender nuevos números, sino en establecer y consolidar ideas y esquemas que son fundamentales para el resto de la Matemática: la estructura de orden total sin primer ni último elementos en dominios numerables,

el doble signo, la reversibilidad operatoria, la resolución de ecuaciones y los fundamentos del álgebra en general o la relativización de la medida.

GALLARDO, Aurora; y HERNANDEZ, Abraham en su investigación titulada “Emergencia de los números enteros” realizada en la Universidad de Valencia, llegó a la siguiente conclusión: Mediante el análisis histórico epistemológico esperamos confrontar en el pasado los diferentes significados por los que atraviesa el cero antes de adquirir el status de número en el estudiante, resaltando la importancia que tienen estos significados para los lenguajes de la negatividad. La profundización en los antecedentes de la negatividad como un hecho indispensable en la gestación del cero, nos permitirá comprender como usan los alumnos estos números que constituyen un requisito para la adquisición del lenguaje algebraico.

BORJAS FRANCO, Dania Yulisa en su investigación titulada “Aprendizaje de los números enteros Experiencia significativa en estudiantes de séptimo grado de la escuela nacional de música” realizada en la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán México 2009, llegó a la siguiente conclusión:

El modelo utilizado es un método de enseñanza de tipo constructivista, ya que el estudiante va construyendo el conocimiento matemático, a partir de este modelo concreto, le permite descubrir las reglas de operación que rigen a los números enteros, trasladando sus experiencias del modelo real al modelo de los símbolos escritos de la matemática.

RIVERO DE MENDOZA, Francisco del Departamento de matemáticas Facultad de Ciencias Universidad de los Andes Mérida, Venezuela en su artículo “Una Representación Semiótica para construir los números enteros”; propuso un modelo muy didáctico para resolver las operaciones básicas de números enteros, al cual llamó el modelo de fichas en el plano; pero que de la misma forma recomendó que la efectividad del modelo, en el proceso de enseñanza aprendizaje, dependerá por lo tanto del **momento apropiado** para introducirlo, así como también **del proceso**



de desarrollo del modelo. Ambos factores pueden darnos un buen resultado si los empleamos correctamente replicó. La aplicación del modelo siguiendo un método errado puede no dar los resultados esperados, e inclusive llegar a ser contraproducente y crear dificultades en el aprendizaje de los números enteros. Es muy importante que el docente esté bien preparado en el uso del modelo y su aplicación correcta, antes de utilizarlo en el aula de clases.

ROBLES TELLO, León Alberto y CARLIN RAMOS, Javier en (1999) “Material educativo y su impacto en logro de los objetivos de la asignatura de física, en los colegios del distrito de Abancay”, tesis para optar el título profesional de licenciado en educación en la especialidad de matemática y física, de la Universidad Tecnológica de los Andes realizados en todas las I.E. secundarias de Abancay, donde puso a prueba si el uso del material educativo logra los objetivos de la asignatura de física cuya conclusión es la siguiente : la falencia en el equipamiento y en la infraestructura escolar adecuada, condiciona el proceso educativo de los alumnos en la asignatura de física y mediatiza en la motivación e interés por la mencionada asignatura. La capacitación docente también tiene un rol importante en la adecuada utilización de la limitada cantidad de materiales de laboratorio con que cuenta la I.E. la utilización de materiales educativos en las sesiones didácticas se aplica metodologías activas, dejan de ser monótonas y despiertan el interés en los alumnos:

2.2 Marco Teórico

2.2.1 Material Didáctico

Es el conjunto de elementos concretos de carácter instrumental, que facilitan al estudiante la comprensión de los contenidos a través de los sentidos, de los que se vale el docente para esclarecer, fijar, relacionar conceptos, interpretaciones o apreciaciones exactas para un área de trabajo. Son los mismos medios cuando vehiculizan mensajes concretos o cuando posibilitan o favorecen la comunicación de mensajes.

Todo material didáctico debe facilitar la comunicación, presentando contenidos que estén de acuerdo con los intereses de los estudiantes, los valores culturales de la comunidad y del país, utilizando un lenguaje, formas e ilustraciones comprensibles y atractivas.

Según OGALDE Y BARDAVID (2003) “Los materiales didácticos son aquellos medios y recursos que facilitan el proceso de enseñanza – aprendizaje, dentro de un contexto educativo global, y sistemático la función de los sentidos para acceder más fácilmente a la información, a la adquisición de habilidades y destrezas, y a la formación de actitudes y valores”⁵.

De acuerdo a esta conceptualización, tanto el documento en que se registra el contenido del mensaje como los aparatos analizados para emitirlo se consideran como material didáctico.

Álvarez al respecto (1996) en su libro “Actividades matemáticas con materiales didácticos”, utiliza el de material didáctico para referirse a: “Todo objeto, juego, medio técnico, etc., capaz de ayudar al alumno a suscitar preguntas, sugerir conceptos o materializar ideas abstractas”⁶.

De forma similar se expresa Alsina, Burgués Y Furtuny en (1988) al afirmar que: “Bajo la palabra material se agrupan todos aquellos objetos, aparatos o medios de comunicación que

⁵ OGALDE, Isabel (2003) Los materiales didácticos, medios y recursos de apoyo a la docencia. México D.F.: Trillas, Pág.21.

⁶ ÁLVAREZ, A. (1996). Actividades matemáticas con materiales didácticos. Madrid: MEC-Narcea. Pág. 9.

pueden ayudar, describir entender y consolidar conceptos fundamentales en las diversas fases del aprendizaje”⁷.

En consecuencia los materiales didácticos deben reunir las condiciones de ser interesante y adecuado para los alumnos, y parecerse lo más posible a la realidad y poseer valor social, contribuir al desarrollo de las facultades anímicas del estudiante y facilitar la actividad del docente.

2.2.1.1 Caracterización del material didáctico

- ❖ Permite que los estudiantes realicen actividades de forma autónoma. En muchos casos sirven para desarrollar el trabajo en grupo sobre un tema en particular.
- ❖ Contribuye a la formación de respetar las reglas, las cuales deben ser claras y sencillas.
- ❖ En la medida de lo posible deben ser contruidos por los estudiantes.
- ❖ Es un reto para los estudiantes que trabajan solo con lápiz y papel, pues actuarán desde otra perspectiva: manipulan, desarrollan procedimientos y estrategias y finalmente formalizan.

2.2.1.2 Clasificación del material didáctico

Según Marqués, (2000) señalando que los recursos educativos en general se suelen clasificar en tres grandes grupos, cada uno de los cuales incluye diversos subgrupos:

- **“Materiales Convencionales:** Impresos: Libros, fotocopias, periódicos, documentos; Tableros didácticos: Pizarra, franelograma; materiales manipulativos: Recortables, cartulinas; Juegos: Arquitecturas, juegos de sobremesa; materiales de laboratorio.

⁷ ALSINA, C., BURGUÉS, C. Y FURTUNY. (1988). “Materiales para construir la geometría”. Pág. 13. Madrid: Síntesis

- **Materiales Audiovisuales:** Imágenes proyectables: Diapositivas, fotografías; materiales sonoras: Videos, programas de televisión; materiales audiovisuales: Montajes audiovisuales, películas, videos, programas de televisión.
- **Nuevas Tecnologías:** Programas informáticos; servicios telemáticos: Páginas Web, correo electrónico, chats, foros, etc.”⁸

Esta propuesta muy reflexionada por el autor, por la organización en tres grupos grandes, el primer grupo se encuentra aquellos que siempre se han utilizado y se siguen utilizando por los docentes de aula, en un segundo grupo son aquellos que se observan y escuchan y por último en un tercer grupo se encuentra aquellos que gracias al avance de la tecnología se están creando y mejorando día a día.

Los materiales que utilizamos en nuestra investigación fueron del primer grupo; materiales convencionales que pertenecen a una combinación del subgrupo tales como tableros didácticos y materiales manipulativos, elaborados por nosotros mismos.

2.2.2 Modelo de Fichas en el Plano (MOFIP)

RIVERO DE MENDOZA, Francisco describe que: se trata de un modelo del tipo de equilibrio al cual denomino **Modelo Operatorio de Fichas en el Plano**, (MOFIP). Para su implementación se requiere de un pedazo de cartulina de forma rectangular, para construir un tablero, y unas fichas o monedas. En este modelo se considera a un número entero, como una resta de dos números naturales (minuyendo y sustrayendo).

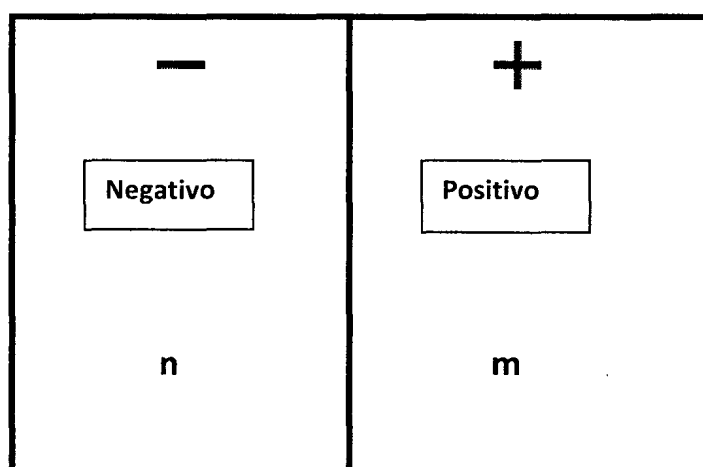
m- n

⁸ MARQUÉS GRAELLS, Pere (2000). *Recursos Educativos*: disponible en: <http://dewey.uab.es/pmarques/medio.htm>

Donde la diferencia carece de sentido, en el contexto de los números naturales si n es mayor o igual a m . En tal sentido, un número entero se puede considerar como un par de números naturales: una positiva y otra negativa, dadas por m y n respectivamente.

Para dar una representación de dicho número, comenzamos por dividir el tablero en dos partes iguales, por medio de una línea vertical. Obtendremos así dos zonas de igual tamaño. La del lado derecho será llamada positiva y la del izquierdo será llamada negativa.⁹

Ver la figura:



En vez de escribir los números sobre el tablero, usaremos fichas del mismo color e igual tamaño, para representarlos.

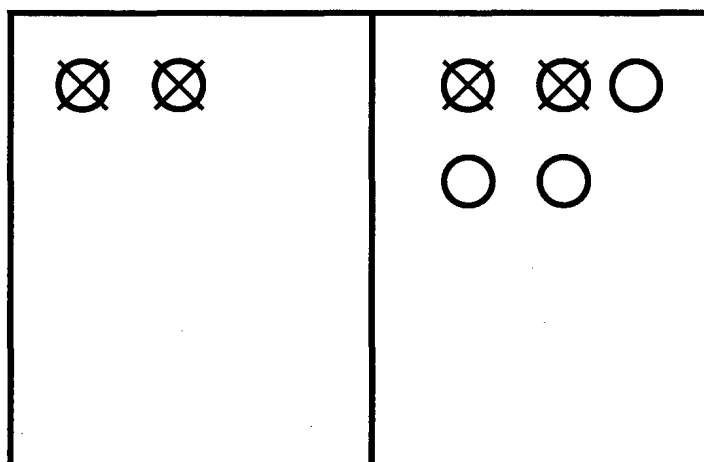
⁹ RIVERO DE MENDOZA, Francisco; una Representación Semiótica para construir los números enteros (en red) disponible en: <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/lico/Mateducativa/Modelopedagogico/MOdelo%20Mofip.pdf> , Consultado el: 20 - 04- 2010.

2.2.2.1 Reglas para el uso del modelo

A continuación damos una serie de reglas que permiten utilizar este modelo para las operaciones de suma y resta de números enteros. Es recomendable en una primera etapa, trabajar con pocas fichas, para que el estudiante se familiarice con el uso del modelo.

2.2.2.2 Principio de cancelación

Ya hemos visto que todo número entero se representa mediante un conjunto de fichas en ambos lados del tablero. Pues bien, de ahora en adelante se pueden cancelar fichas del lado positivo con las del lado negativo, una a una. De esta manera tendremos al final fichas en un solo lado, o bien ausencia de fichas.



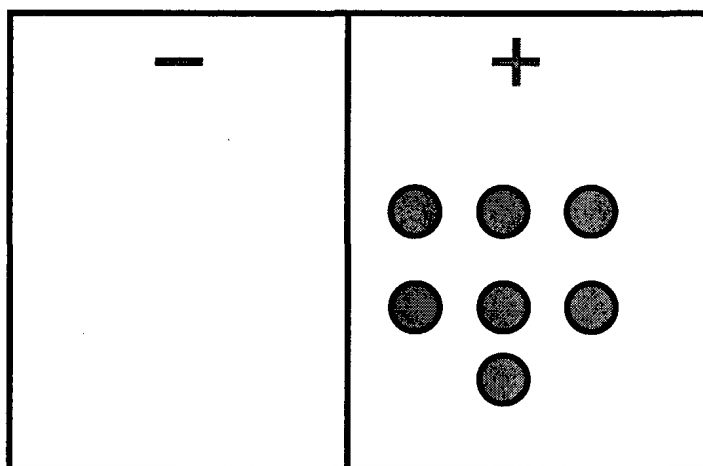
2.2.2.3 Representación de los números enteros

Una vez establecido el principio de cancelación entre las fichas, podemos hacer la identificación entre números enteros y fichas. De acuerdo a la disposición de las fichas en el tablero, se tienen tres tipos de números enteros.

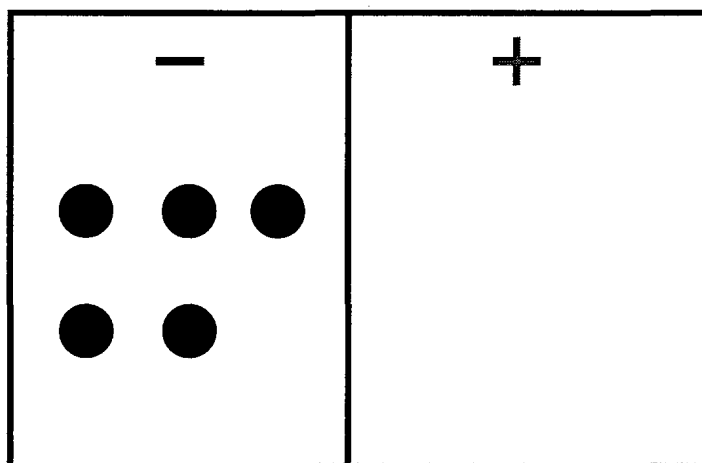
- a. Enteros positivos, que se representan con fichas del lado derecho
- b. Enteros negativos, que se representan con fichas del lado izquierdo

c. El cero que se representa mediante la ausencia de fichas.

Por ejemplo el número entero 7 se puede representar como:



El entero - 5 se representa



2.2.2.4 Suma de números enteros

La suma de enteros se hace por medio de un simple algoritmo de acumulación de fichas, teniendo en cuenta la posición de las mismas, a la derecha o izquierda de la raya central.

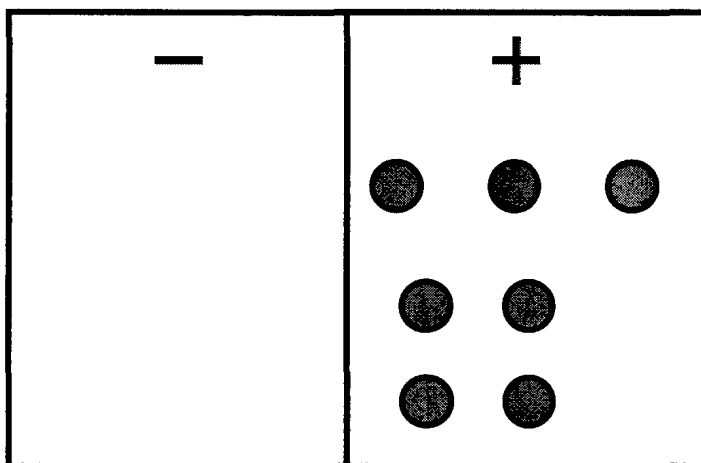
I) Sumandos con el mismo signo.

Se debe realizar usando el siguiente algoritmo:

Cuando se suman enteros del mismo signo, se acumulan las fichas en cada lado correspondiente a dichos números.

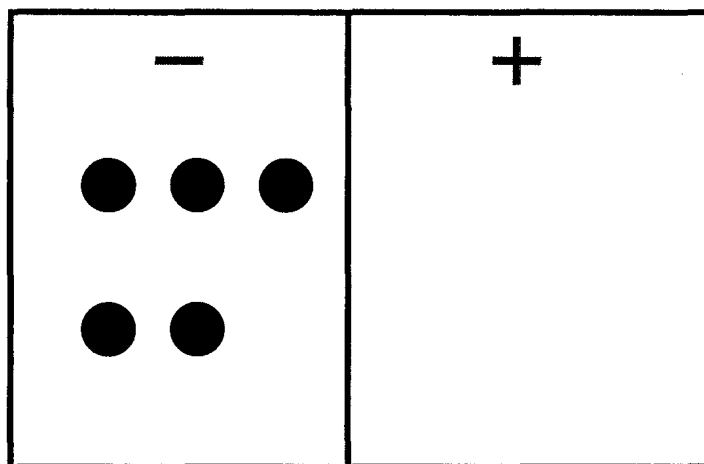
Por ejemplo si se quiere sumar $3 + 4$ entonces se deben realizar los pasos siguientes:

1. Se colocan 3 fichas del lado derecho.
2. Se colocan 4 fichas del lado derecho.
3. Se acumulan las fichas, para obtener 7 fichas en total en el lado derecho y ninguna en el lado izquierdo.
4. El resultado es 7.



Si se quiere sumar $-3 + (-2)$ se procede de la manera siguiente:

- 1) Se colocan 3 fichas del lado izquierdo.
- 2) Se colocan 2 fichas del lado izquierdo.
- 3) Se acumulan las fichas, para tener 5 del lado izquierdo y ninguna del lado derecho.
- 4) El resultado es -5.



II) Sumandos con signos opuestos

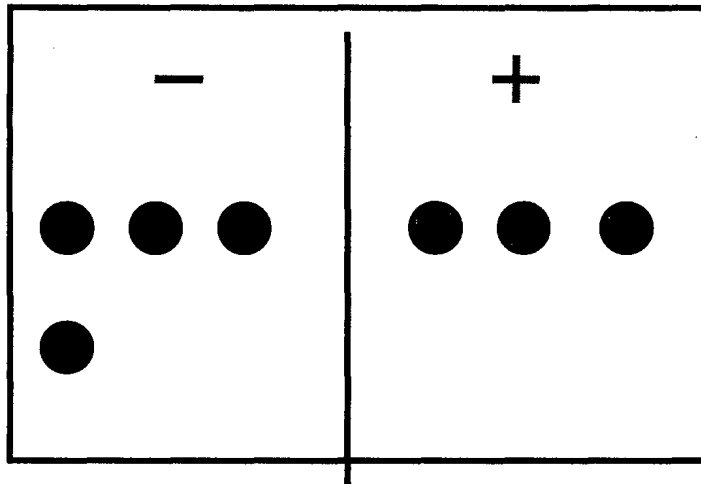
La suma de dos números enteros de distinto signo, se hace repitiendo los mismos pasos que en el caso anterior, pero posteriormente se debe aplicar el principio de cancelación

Cuando se suman enteros de distinto signo se colocan fichas a ambos lados del tablero.

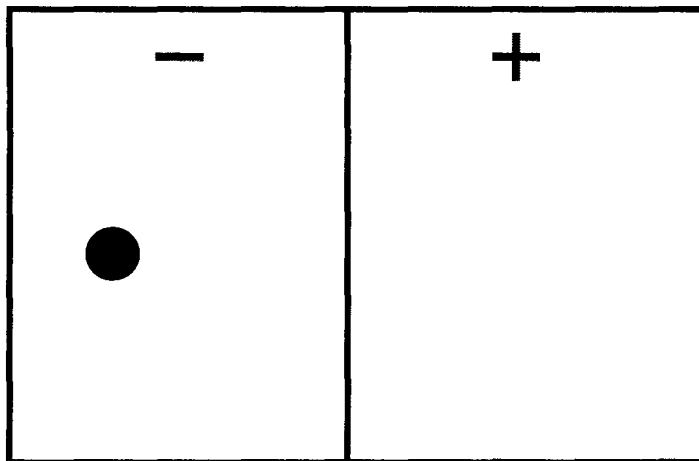
Por ejemplo, si queremos sumar $3 + (-4)$, procedemos de la siguiente forma :

- 1) Se colocan 3 fichas del lado derecho.
- 2) Se colocan 4 fichas del lado izquierdo.
- 3) Se cancelan fichas en ambos lados (Principio de cancelación).
- 4) Al final quedará sólo una ficha del lado izquierdo y por lo tanto el resultado es -1.

El tablero antes de cancelar luce de la siguiente forma:



Una vez que se ha realizado la cancelación de fichas, se obtiene el número entero -1.



2.2.2.5 El Opuesto de un número entero

Si n es un Número Entero cualquiera, representado por n fichas en alguno de los lados del tablero, entonces el **Opuesto de n** , denotado en símbolos algebraicos por $-n$, se halla representado por n fichas colocadas en el lado opuesto. Es decir, el opuesto o negativo se halla mediante una inversión de fichas. Si a n se le suma su opuesto, siguiendo las reglas de suma, obtenemos cero fichas en el tablero. Como conclusión de esto se deduce la regla algebraica

$$n + (-n) = 0$$

2.2.2.6 Resta de números enteros

La operación de resta es bastante sencilla de ejecutar en el tablero. El algoritmo de resta es el siguiente:

Si se quiere restar un entero positivo n a un entero z , entonces colocamos en el tablero n fichas en el lado izquierdo del tablero.

Para demostrarle al estudiante la consistencia de este método con su idea intuitiva de restar, quitando cosas, se recomienda hacer unas cuantas restas, en donde el resultado sea positivo. Por ejemplo, hacer las diferencias en el tablero $7-4$, $10-8$,...,etc. y comparar estos resultados con los obtenidos usando simple sustracción. Con esta manera de hacer la resta, el estudiante se puede dar cuenta inmediatamente de la siguiente propiedad de los números enteros:

$$x - n = x + (-n)$$

Es decir, la operación de restarle n a X , es equivalente a la suma de X y $-n$.

También se puede deducir fácilmente que el negativo de $-n$ es n . Con esto podemos ahora restar un número negativo a un entero cualquiera, usando la relación:

$$x - (-n) = x + n$$

Es decir, cuando a un entero x se le resta otro entero negativo $-n$, entonces colocamos n fichas en el lado izquierdo, es decir en la resta el sustraendo cambia de lado en el tablero siempre y cuando sea negativo.

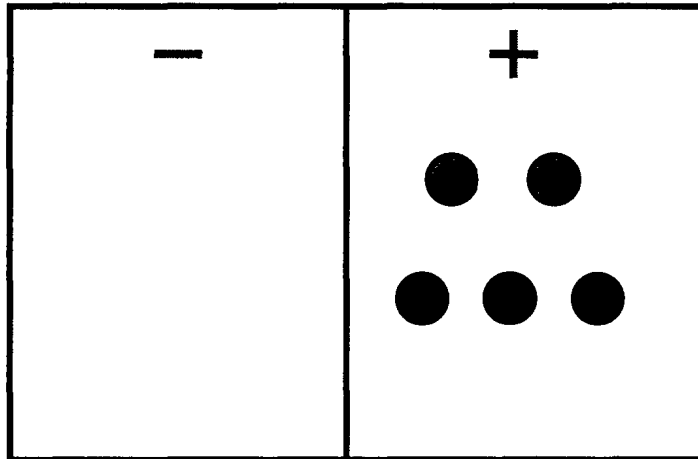
Por ejemplo si queremos restar $2 - (-3)$, procedemos de la siguiente forma:

Se colocan 3 fichas en el lado izquierdo porque 3 es negativo.

Se colocan 2 fichas en el lado derecho porque 2 es positivo.

El sustraendo cambia de lado en el tablero porque 3 es negativo, y se acumulan las fichas, para obtener 5 fichas en total en el lado derecho y ninguna en el lado izquierdo.

El resultado es 5.



Cálculo de expresiones en donde aparecen sumas y diferencias

Para dar una idea de la capacidad operatoria de este modelo, veamos como se pueden realizar varias sumas y diferencias de números enteros, dentro de una misma expresión.

Por ejemplo hallar el valor del número entero de:

$$3 + (-5) + 8 - 2$$

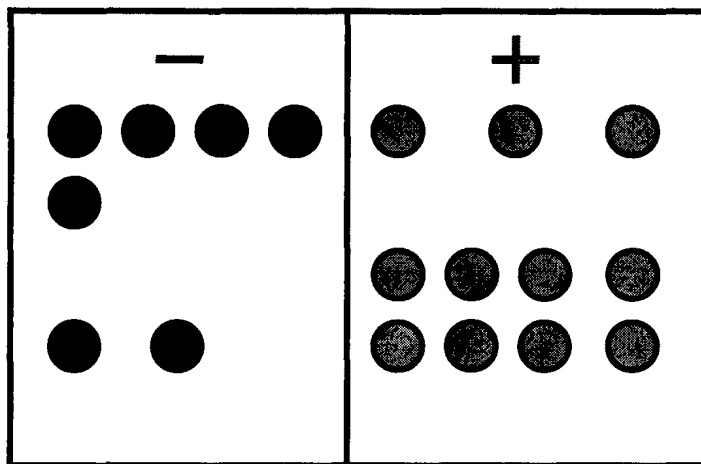
Usando fichas y el tablero.

El procedimiento consiste en colocar las fichas en el siguiente orden

- 1) Tres en lado derecho
- 2) Cinco en el lado izquierdo
- 3) Ocho en lado derecho

4) Dos en el lado izquierdo

Después de hacer esto, nuestro tablero luce de la forma siguiente:



Seguidamente, aplicamos el principio de cancelación y eliminamos fichas a ambos lados de la raya, una negativa con una positiva, hasta quitar todas de un lado del tablero. De esta forma obtenemos sólo cuatro fichas del lado derecho. Con esto se llega a calcular el valor de x , el cual es igual a cuatro.

2.2.2.7 Para operaciones con números mayores que 20

El modelo de fichas en el plano que estamos utilizando como material didáctico consideramos que es de mucha importancia en las operaciones de números enteros, pero a la vez hemos observado ciertas limitaciones, como por ejemplo:

En la siguiente operación $(-40 + 85)$, para resolver este ejercicio siguiendo las reglas de juego que estipula el modelo de fichas, tendríamos que tener 40 fichas de color negro, y 85 de color rojo, pensamos que estamos exagerando.

Frente a estas limitaciones observadas, hemos visto por conveniente darle cierto sentido y simplicidad en cuanto a la operación con números mayores, es decir estamos considerando como

uno de los requisitos fundamentales el saber operar de la forma habitual que solimos resolver una adición, sustracción, multiplicación y división con dos dígitos a mas; para lo cual se debe cumplir los siguientes pasos:

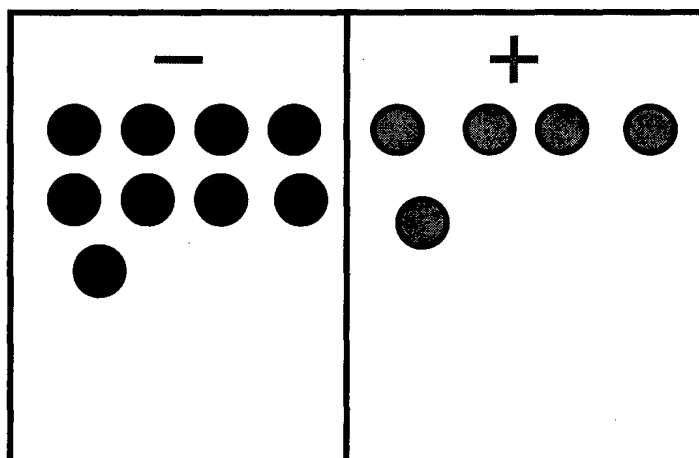
1. Considerar primeramente siempre el mayor número como minuendo, seguidamente el menor número como sustraendo teniendo en cuenta sus respectivos signos, para obtener la diferencia.
2. Comenzar la operación desde la unidad, posteriormente decena, centena así sucesivamente.

Ejemplo: ver la figura.

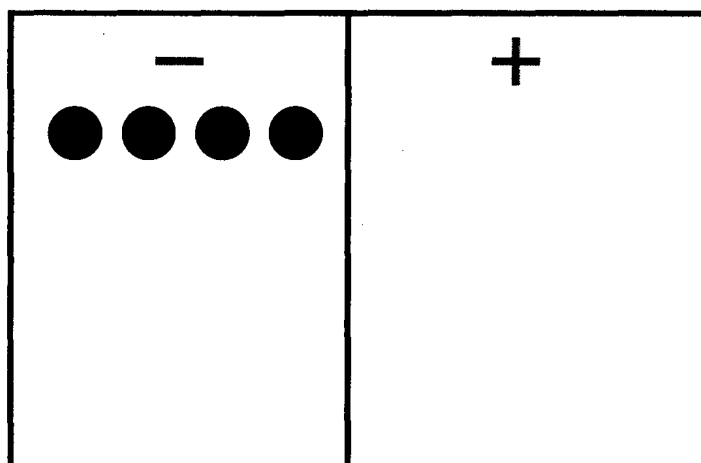
$$35 - 69 =$$

$$\begin{array}{r} - 69 \\ + 35 \\ \hline 4 \end{array}$$

Empezamos por las unidades, restamos - 9 + 5

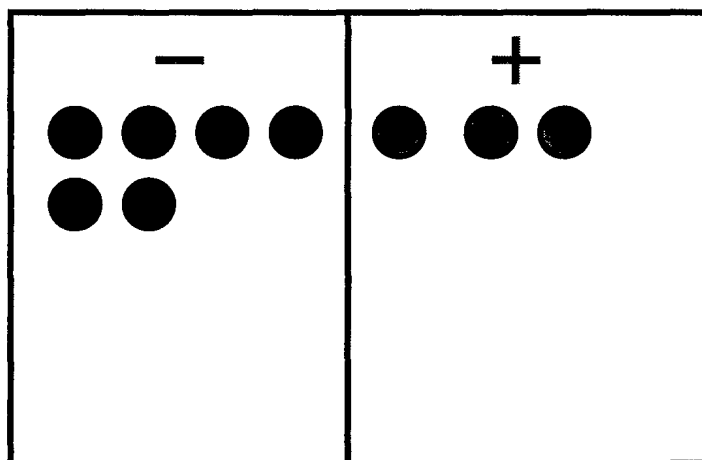


Por la ley de cancelación tenemos como resultado 4 en el lado negativo

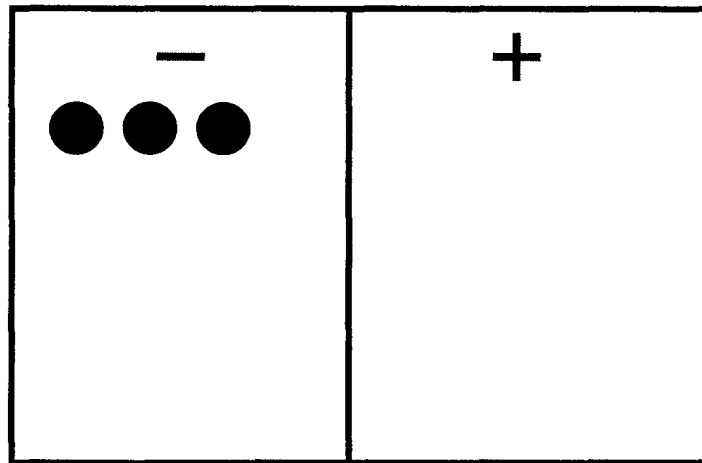


Ahora para las decenas lo mismo, restamos $-6 + 3$.

Ver la figura:



Por cancelación como resultado obtenemos 3 en el lado negativo, por lo tanto es -3



$$\begin{array}{r}
 -69 \\
 +35 \\
 \hline
 -34
 \end{array}$$

Como ambos son negativos, el resultado final es: -34

2.2.2.8 Multiplicación de números enteros

La multiplicación de números enteros es fácil de ejecutar en este modelo, siguiendo el siguiente algoritmo:

Si se tiene un número, o una combinación de números, representado en el tablero, entonces la multiplicación de dicho número por un entero positivo n se realiza multiplicando el número de fichas a cada lado del tablero por n.

Por ejemplo si se quiere hallar el resultado de multiplicar 3 por (-4) se ejecutan los pasos

- 1) Se colocan 4 fichas del lado izquierdo
- 2) Se multiplican por 3 dichas fichas
- 3) Al final se tendrán 12 fichas del lado izquierdo
- 4) El resultado de la multiplicación es -12.

Se pueden hacer multiplicaciones de un número entero positivo por una expresión en donde intervienen números enteros, en forma bastante simple. Por ejemplo, si queremos calcular

$$2 (3 - 8)$$

Se ejecutan los siguientes pasos

- 1) Se colocan 3 fichas del lado derecho
- 2) Se colocan 8 fichas del lado izquierdo
- 3) Se duplican las 3 fichas del lado derecho y las ocho fichas del lado izquierdo
- 4) Se tienen ahora 6 fichas en el lado derecho y 16 fichas del lado izquierdo
- 5) Se aplica el principio de cancelación para cancelar fichas en ambos lados
- 6) Al final tendremos sólo 10 fichas del lado izquierdo
- 7) El resultado final es -10.

Para multiplicar un entero por un número negativo -n se deben realizar las mismas instrucciones como en el caso positivo, pero además deben invertirse los términos

(Cambio de signo) al final. Por ejemplo, si queremos multiplicar ahora (-3) por (-4), se ejecutan los pasos siguientes:

- 1) Se colocan 4 fichas del lado izquierdo
- 2) Se multiplican por 3 dichas fichas
- 3) Al final se tendrán 12 fichas del lado izquierdo
- 4) Se cambian las 12 fichas al lado derecho

5) El resultado de la multiplicación es 12.

2.2.2.9 División de números enteros

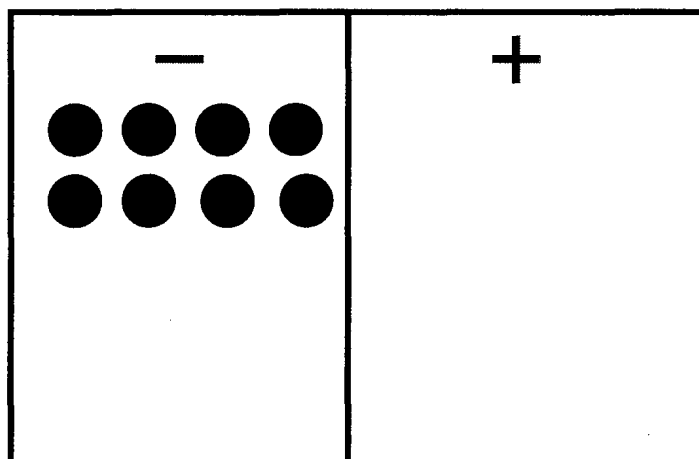
RIVERO DE MENDOZA, Francisco creador del modelo de fichas en el plano considera dicho modelo en la operación de adición, sustracción y multiplicación de números enteros mas no menciona la división; pero de nuestra parte como investigadores estamos considerando como un aporte mas, en vista que si se utiliza para la multiplicación entonces también sirve para la división.

De la misma forma que la multiplicación, en la división también es fácil de ejecutar con este modelo, siguiendo el siguiente algoritmo:

Lo mismo si se tiene un número, o una combinación de números, representado en el tablero, entonces la división de dicho número por un entero positivo n se realiza dividiendo el número de fichas a cada lado del tablero entre n .

Por ejemplo si se quiere hallar el resultado de dividir -8 entre (2) se ejecutan los pasos:

1) Se colocan 8 fichas del lado izquierdo

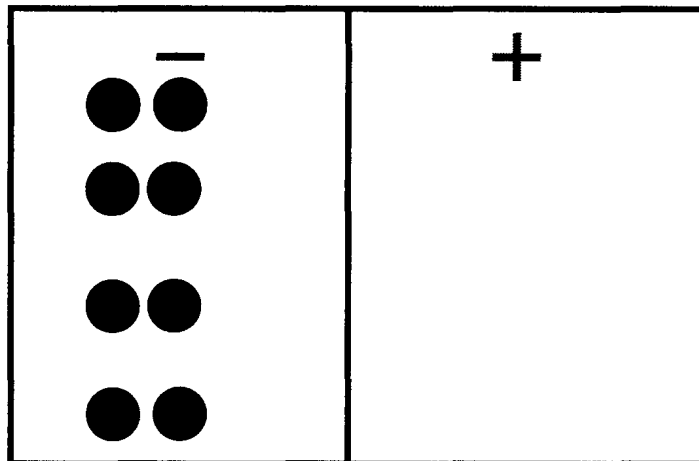


2) Se divide por 2 dichas fichas

3) Al final se tendrán 4 grupos, cada uno de dos fichas del lado izquierdo

4) El resultado de la división es -4.

Ver la figura:



2.2.2.10 La introducción del modelo en el Aula de clases

El uso de este modelo en el aula de clases, puede hacerse de varias maneras, dependiendo de los conocimientos previos que tengan los estudiantes sobre los números enteros. La efectividad del modelo, en el proceso de enseñanza aprendizaje, dependerá por lo tanto del **momento apropiado** para introducirlo, así como también **del proceso de desarrollo del modelo**. Ambos factores pueden darnos un buen resultado si los empleamos correctamente. La aplicación del modelo siguiendo un método errado puede no dar los resultados esperados, e inclusive llegar a ser contraproducente y crear dificultades en el aprendizaje de los números enteros. Es muy importante pues que el docente esté bien preparado en el uso del modelo y su aplicación correcta, antes de utilizarlo en el aula de clases.

RIVERO DE MENDOZA, Francisco detalla algunos factores que pueden obstaculizar el uso del modelo, entre estos tenemos:

1. Factores del medio ambiente. Es importante tener un medio ambiente apropiado para trabajar: como buena iluminación en el aula, una relación adecuada entre profesor y número de alumnos que permita el diálogo directo e individual, un mobiliario que permita manipular el tablero en forma cómoda.

2. Factores psicológicos. El docente debe tener un control sobre las reglas del juego y enseñar a los estudiantes en una forma afectiva, para lograr un acercamiento real con el modelo y no sea rechazado a priori por los estudiantes. No hay que hacer burla de los fracasos o malas interpretaciones por parte del estudiante.

3. Defectos de construcción en el modelo. Tanto las fichas como el modelo deben ser de buena calidad, sin llegar a ser excesivamente lujosos o bonitos como para distraer la atención del juego. El color es muy importante cuando se trata de niños, pues esto, naturalmente, les atrae. Todas las fichas deben ser iguales, del mismo tamaño, de la misma forma, para no crear confusiones, incorporando en el juego aspectos que sean irrelevantes y que puedan obstaculizar el aprendizaje.

Para utilizar el modelo dentro del aula nos basamos en una teoría para lograr la competencia en el manejo de los símbolos en matemáticas, desarrollada por James Hiebert (1988). De acuerdo a esta teoría se deben cumplir una serie de pasos en el proceso de desarrollo del modelo en una secuencia lineal, para que la instrucción con el modelo resulte exitosa. El Proceso de desarrollo del modelo se cumple en cinco etapas:

1. Identificación de las fichas en el tablero con los números enteros. Este proceso debe hacerse en ambos sentidos. Es decir si el docente da un número, entonces los estudiantes deberán colocar las fichas adecuadamente. Recíprocamente, si el docente coloca un grupo de fichas en el tablero, el estudiante deberá identificar dicho número.

2. Realizar acciones sobre las fichas. Trabajando con las fichas el estudiante podrá hacer operaciones con ellas como agregar, quitar, mover de un lado a otro. Estas acciones serán llamadas con el nombre de suma, resta, opuesto, etc.

3. Realizar acciones sobre números y símbolos y estudiar las acciones correspondientes sobre el tablero. Por ejemplo sumar $a + b$ corresponde a colocar a fichas en el tablero, después b fichas, cancelar, si es necesario, y luego contar.

4. Manejo de símbolos y relaciones entre los enteros en forma rutinaria. En esta etapa el estudiante trabaja en su cuaderno escribiendo sólo símbolos sobre el papel que representan los números enteros o las reglas entre los números enteros. El estudiante debe repetir todas acciones sobre los símbolos en papel, en el tablero y las fichas. De esta manera las reglas sobre los símbolos tendrán un significado dentro del juego.

5. Creación de nuevos símbolos y relaciones entre símbolos, a partir de las relaciones ya obtenidas. En esta etapa final, el estudiante deberá ser capaz de obtener fórmulas nuevas para manejar los símbolos (Algebra), las cuales se relacionan con las acciones sobre las fichas en el tablero. Por ejemplo la ley de cancelación para la suma o un algoritmo para decidir si $(-1)^n$ elevado a la n es positivo o negativo.



2.2.3 El Aprendizaje

2.2.3.1 Teoría genética de Jean Piaget

Piaget, de manera especial investigó la relación entre el desarrollo mental y el proceso de aprendizaje, para entender como evoluciona la inteligencia del niño.¹⁰

Sobre el desarrollo cognitivo

El desarrollo cognitivo (llamado también, mental, psicológico, de la inteligencia o de las estructuras o funciones cognitivas), es producto del constante “equilibrio” entre dos procesos indisolubles: “asimilación” y “acomodación”.

En palabras de Piaget (1992), la evolución mental del niño se puede describir sobre la base del concepto de equilibrio. Esto se da, al producirse un conflicto en las estructuras cognitivas existentes (genera desequilibrio) producto de la asimilación, por lo que se hace necesario una acomodación del nuevo conocimiento.

Dicho esto, es importante también, conocer los conceptos de asimilación y acomodación: “La asimilación se entiende como, la integración de elementos exteriores (información) a estructuras existentes, que puede o no producir conflicto cognitivo”. “La acomodación mientras tanto, viene a ser el proceso donde la persona ajusta o modifica sus estructuras al nuevo conocimiento”.

Podemos afirmar entonces, que un mejor desarrollo cognitivo implica estados superiores de equilibrio. Y que, la adaptación intelectual al medio físico y social es una progresiva equilibración.

Esta consideración sobre el desarrollo, permite a Piaget afirmar que, el desarrollo intelectual progresa en niveles distintos. Es así que, distingue cuatro periodos de desarrollo, que marcan la

¹⁰ PIAGET, Jean; 1992. Seis estudios de psicología. Barcelona.

aparición de formas de organización de la actividad mental (estructuras variables), bajo un doble aspecto motor o intelectual, por una parte, y afectivo por otra.

Las etapas del desarrollo cognitivo

La primera etapa definida como sensorio motriz, va desde el nacimiento hasta los inicios de la adquisición del lenguaje y pensamiento. Esta marcado por la adquisición de la capacidad de manipular y reconocer objetos y de reconocer las relaciones de la causalidad de la manipulación de objetos.

La segunda etapa definida pre operacional concreta, va de los dos a siete años. Inicia con la aparición del lenguaje y la integración de la palabra, que permite la socialización, la aparición del pensamiento que propiamente dicho y la interiorización de la acción a un nivel intuitivo.

La tercera etapa definida de operaciones concretas, que coincide con la etapa escolar, marca los progresos de la conducta, de su socialización, del pensamiento, de su afectividad y de las operaciones.

Son las operaciones la forma superior de equilibrio que alcanza el pensamiento en esta etapa. Se entiende por operación, una acción cualquiera, cuya fuente son los esquemas sensorio motriz o de intuición. Hay operaciones definidas como lógicas, que constituyen el sistema de relaciones, de conceptos o clases.

En resumen, en esta etapa el pensamiento del niño, se convierte en lógico. Y en esta etapa, las nociones y relaciones no pueden construirse aisladamente, sino que son organizaciones de conjunto en las cuales todos los elementos son solidarios y se equilibran entre sí. La asimilación mental de orden operatorio asegura un equilibrio muy superior al de la asimilación intuitiva o egocéntrica.



En la última etapa definida por Piaget de operaciones formales, que coincide con la adolescencia, la persona ya es capaz de plantear, resolver y comprobar problemas de enunciado verbal: el pensamiento formal es "hipotético - deductivo". Entre otras capacidades tenemos:

- Efectúa operaciones mentales sobre contenidos no presentes físicamente.
- Piensa en términos lógicos antes de llegar a una conclusión.
- Capaz de comprender significados simbólicos y metáforas.
- Se da cuenta de cómo aprende.

En comparación con las operaciones concretas, las operaciones formales, no son otra cosa que las mismas operaciones pero aplicadas a hipótesis o proposiciones.

En esta etapa la reflexión asume una función de anticiparse e interpretar la experiencia y ya no de contradecir.

Cabe señalar que según las etapas de Piaget, los estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria que tomamos como muestra para realizar nuestra investigación tenían edades que fluctúan entre 12 a 14 años, por lo que podemos concluir diciendo que están finalizando la etapa de operaciones concretas e iniciando la etapa de operaciones formales según este autor, por lo que dimos prioridad e importancia a la capacidad de las operaciones lógicas e hipotéticas de los estudiantes como es la de interpretar la regla de signos en los números enteros trasladando sus experiencias del modelo real al modelo de símbolos de la matemática y a la capacidad de resolución de ejercicios.

De la misma forma, de manera general podemos **concluir** diciendo que el aprendizaje según Piaget es el resultado del equilibrio entre asimilación y acomodación de la persona cognoscente y el objeto a aprender.

2.2.3.2 El Aprendizaje según el Paradigma Constructivista

“El paradigma indica que el estudiante debe construir conocimientos por si mismo, y con la ayuda de alguien (mediador), que solo podrá aprender elementos que estén conectados a conocimientos, experiencias o conceptualizaciones previamente aprendidas por él”¹¹. Eso nos lleva a un estudiante que aprende y aun maestro que facilita el aprendizaje.

Son desde tres enfoques de este paradigma, en que se posiciona este estudio.

Enfoque cognitivo de David Ausubel. Para Ausubel la estructura cognitiva posibilita el aprendizaje significativo. Postula cuatro tipos de aprendizaje¹²:

- **Recepción significativa:** el alumno integra la información presentada por el profesor a su estructura cognitiva previa.
- **Recepción memorística:** el alumno memoriza los contenidos sin integrarlo a su estructura cognitiva previa.
- **Descubrimiento significativo:** el alumno a través de acciones de exploración e investigación elabora y/o descubre la información (proceso de conceptualización) y la integra a su estructura cognitiva.
- **Descubrimiento memorístico:** el alumno elabora el material (por ensayo y error) y lo memoriza sin relacionarlo con su estructura cognitiva previa.

¹¹ KLINGLER y VADILLA, 2003; Psicología cognitiva. México, Pág. 8 – 106.

¹² MUÑOZ, 2003; Nuevos rumbos de la pedagogía. El constructivismo. Modulo I El Aprendizaje. Lima: San Marcos. Pág.59

Enfoque genético de Jean Piaget. Piaget en su teoría del desarrollo cognitivo, postula que el estudiante construye el conocimiento a través de muchos canales, como la lectura, la exploración y la experimentación en contextos de aprendizaje apropiados. El nivel de competencia intelectual de una persona en un momento determinado de su desarrollo depende de la naturaleza de sus 'esquemas', del número de los mismos y de la manera en que se combinan y se coordinan entre sí.

Según esta teoría, “ el profesor debe tener presente que el alumno es el protagonista del proceso, que construye su propio conocimiento a través de las acciones mentales que realiza sobre el contenido del aprendizaje. Es el alumno quien consigue alcanzar un estado de 'equilibrio' cognitivo, a través de un proceso de asimilación y acomodación, cuando en la interacción con los objetos existe un desajuste óptimo entre los nuevos conocimientos y el nivel de desarrollo del sujeto”.

La teoría de Piaget es considerada, por que en la aplicación del estudio se buscará el desarrollo cognitivo, procurando, que en todo momento la 'adaptación' de los contenidos y estrategias, sea significativa y teniendo en cuenta el nivel de pensamiento forma de los estudiantes.

Enfoque sociocultural de Vigotsky. Vigotsky enfatiza en la influencia de los contextos sociales y culturales sobre la construcción de conocimientos: “el aprendizaje no tendría lugar si el ser humano no estuviese en contacto con un ambiente cultural determinante”¹³.

¹³ KLINGLER y VADILLA, 2003; Psicología cognitiva. México, Pág. 34 - 106

Los principales conceptos de Vigotsky en el aula y que serán estimados en el presente estudio son:¹⁴

- Establecer una estructura global de normas y pautas de comportamiento.
- Asegurar que no se produzcan malentendidos en la comunicación.
- El estudiante más competente define un marco global.
- Depende del estudiante construir su propia comprensión en su propia mente.
- La interacción entre estudiantes puede facilitar de manera privilegiada al desarrollo de sus capacidades.
- El estudiante guiado y estimulado por el profesor logra un aprendizaje óptimo.
- En el juego el niño asume una posición por encima de su edad promedio.

La teoría de Vigotsky es considerada, por que en la aplicación del estudio se buscará zonas de desarrollo a través de una enseñanza guiada y también se procura la interacción de los estudiantes para obtener una participación constante.

En conclusión las teorías de Piaget, Ausubel y Vigotsky, y el constructivismo en general, nos orientan, a la idea de un profesor que percibe a sus estudiantes como seres pensantes, que realizan sus propias conexiones para generar un aprendizaje significado y útil; que el razonamiento no puede ser impuesto, por que es resultado de la construcción del propio estudiante y donde el profesor solo es una guía del aprendizaje de ellos.

¹⁴ FLORES, Marco; Teoría cognitiva de la educación. Lima: San Marcos, Pág.142-165

2.2.4 Números Enteros (Z)

2.2.4.1 Breve resumen de la historia de la evolución de los números enteros

Los griegos utilizaron reglas parecidas a las que usamos actualmente para realizar operaciones aritméticas con magnitudes negativas en sus demostraciones geométricas.

Sin embargo corresponde a los Hindúes el mérito de transformar esas pautas en reglas numéricas aplicables a los números positivos, negativos y cero, hacia el año 650 d.c.

Los árabes no usaron los números negativos y los consideraban como restas indicadas. A partir del siglo XV, algunos matemáticos muy conocidos comenzaron a utilizarlos en sus trabajos.

Michael Stifel (1485 - 1567) popularizó los signos + y – y llamaba a los números negativos, números absurdos, hasta entonces se utilizaba la palabra latina minus que significa menos, o su abreviatura m.

En el sistema de los números naturales ecuaciones del tipo $X + 1 = 0$, no tienen solución, así como otras situaciones de la vida real como, deudas, depresiones del terreno, nivel bajo el nivel del mar, temperaturas bajo cero, que no es posible representarlas con tales números.

Surge la necesidad de extender el sistema de números naturales a un nuevo sistema en el que tales ecuaciones y situaciones sean posibles. Surge así, un nuevo conjunto que se denomina los números enteros.¹⁵

¹⁵ FERNÁNDEZ, Santiago. (2001); La historia de las matemáticas en el aula en UNO. Revista de Didáctica de las matemáticas. Barcelona. 2001. GRAO. Pág. 9-10.

2.2.4.2 Conjunto de los números enteros

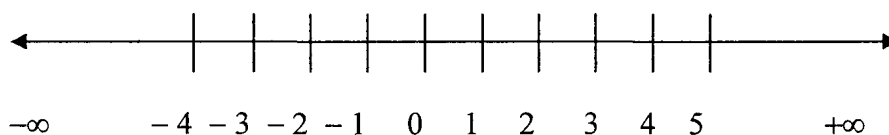
A fin de dar solución a la sustracción $a - b$, con $a < b$, se inventaron nuevos números: Los Números Enteros.

El conjunto de los números enteros está formado por la unión del conjunto de los números naturales ó enteros positivos, el cero y el conjunto de los enteros negativos.

Por extensión se expresa como:¹⁶

$$Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Se puede establecer una función entre el conjunto de los números enteros y una recta, de modo que a cada número le corresponde un punto de la recta. Lo que se representa en la recta numérica como:



*Si $a \in Z \Rightarrow$ su sucesor es $a+1$
su antecesor es $a-1$*

Entonces el conjunto de los números enteros es un conjunto ordenado.

¹⁶ COVEÑAS NAQUICHE, Manuel; Matemática primer grado, editorial coveñas, Pág. 155-170 (en red) disponible en: <http://apuntes.rincondelvago.com/numeros-enteros.html>, Consultado el: 20 - 07- 2010.

2.2.4.3 Operatoria en los Números Enteros (Z).

I. Adición (suma) en Z .

Para sumar números enteros, debemos tener en cuenta que:

- ◆ “Si son de igual signo, se suman los números y se conserva el signo”.
- ◆ “Si son de distinto signo, se restan los números (sin considerar el signo) y se conserva el signo del número mayor”.

Ejemplos:

a) $2 + 4 = 6$

b) $2 + (-7) = -5$

c) $-3 + (-5) = -8$

d) $-1 + 3 = 2$

e) $-12 + +8 = -4$

Observaciones:

i) La expresión " $a + (-b)$ " se denota por " $a - b$ ".

ii) La expresión " $a - (-b)$ " se denota por " $a + b$ ".

iii) La expresión " $a + b$ " es equivalente a " $b + a$ ".

La adición de enteros cumple las siguientes propiedades:

- a) Ley de composición interna (clausura).
- b) Asociatividad $(a + b) + c = a + (b + c)$.
- c) Existe un único neutro y es el "0" $\Rightarrow a + 0 = 0 + a = a$.
- d) Todo entero tiene opuesto aditivo $a \in Z \Rightarrow \exists -a \in Z / a + -a = 0$.

II. Sustracción (resta) en \mathbb{Z} .

Como operación no existe; por lo que debemos transformarla en adición para resolverla.

$$a \text{ (minuendo)} - b \text{ (sustraendo)}.$$

Mantenemos el minuendo al cual le sumamos el opuesto aditivo del sustraendo.

Ejemplos:

$$a) -16 - -12 = -16 + 12 = -4.$$

$$b) -16 + +12 = -16 + 12 = -4.$$

$$c) -12 - +18 = -12 - 18 = -30.$$

$$d) -12 + -18 = -12 - 18 = -30.$$

III. Multiplicación (producto) en \mathbb{Z} .

Para multiplicar números enteros, debemos tener en cuenta la ley de los signos, que dice lo siguiente:

- ◆ Al multiplicar dos números enteros de igual signo, el resultado es positivo.
- ◆ Al multiplicar dos números enteros de distinto signo, el resultado es negativo.

Ley de Signos para la Multiplicación.

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

La expresión $a \cdot b$ es equivalente a la expresión $b \cdot a$.

Observación: la ley de signos para la multiplicación y división es la misma.

Ejemplos:

$$a) -5 \cdot -2 = 10$$

$$b) -3 \cdot 7 = -21$$

$$c) 4 \cdot 3 = 12$$

$$d) 8 \cdot -4 = -32$$

Observaciones:

- En los enteros todo número multiplicado por -1 cambia el signo y mantiene el módulo.

Ejemplos:

$$i) -6 \cdot -1 = 6$$

$$ii) 20 \cdot -1 = -20$$

- Todo número multiplicado por cero se transforma en cero.

Ejemplos:

$$i) -5 \cdot 0 = 0$$

$$ii) 0 \cdot 18 = 0$$

IV. División (cociente) en \mathbb{Z} .- La división no es una operación en \mathbb{Z} . Por lo cual en \mathbb{Z} el cociente sólo se puede resolver si el dividendo es múltiplo del divisor; y los signos se utilizan igual que en multiplicación.

$$a \div b = c \Leftrightarrow b \cdot c = a$$

a : dividendo

b : divisor

c : cociente

Ejemplos :

$$i) -8 \div 2 = -4 \Leftrightarrow 2 \cdot -4 = -8$$

$$ii) 16 \div -2 = -8 \Leftrightarrow -8 \cdot -2 = 16$$

$$iii) -18 \div -2 = 9 \Leftrightarrow -2 \cdot 9 = -18$$

2.3. Marco Conceptual

Material didáctico: Es el conjunto de elementos concretos de carácter instrumental, que facilitan al estudiante la comprensión de los contenidos a través de los sentidos, de los que se vale el docente para esclarecer, fijar, relacionar conceptos, interpretaciones o apreciaciones exactas para un área de trabajo, Son los medios cuando vehiculizan mensajes concretos o cuando posibilitan o favorecen las comunicación de mensajes.

Aprendizaje: Deriva del latín “aprehenderé” cuyo significado literal es: percibir que a su vez implica los conceptos de recepción o captación de estímulos provenientes del medio externo del sujeto por medio de los sentidos.

El aprendizaje es aquella actividad mental del organismo por la que se alcanza un estado cognitivo, de carácter estable a partir de un estado inicial y a través de la interacción con el medio.

Didáctica: La didáctica es el arte de enseñar o direccionar técnica del aprendizaje. Es parte de la pedagogía que describe, explica y fundamenta los métodos más adecuados y eficaces para conducir al educando a la progresiva adquisición de hábitos, técnicas e integral formación. La didáctica es la acción que el docente ejerce sobre la dirección del educando, para que éste llegue a alcanzar los objetivos de la educación. Este proceso implica la utilización de serie de recursos técnicos para dirigir y facilitar el aprendizaje.

Estudiantes: Son los sujetos a quienes se les imparte la enseñanza y formación humana en la escuela (educación formal), la que se sustenta en una determinada concepción filosófica, científica, sociológica, antropológica, educacional.

Plano

Un plano, es el ente ideal que sólo posee dos dimensiones, y contiene infinitos puntos y rectas, se representan con una letra mayúscula ubicada en una de las esquinas.

Fichas

Pieza pequeña, generalmente plana y delgada, a la que se puede dar usos diversos.

CAPÍTULO III

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Análisis de datos y proceso de prueba de hipótesis

En el presente capítulo se realizó el análisis e interpretación de los resultados de la investigación efectuada a una muestra de 36 estudiantes del primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, muestra elegida de manera no probabilística e intencional.

Esta muestra se dividió en dos grupos: Experimental con 18 estudiantes de la sección “A”, y control con 18 estudiantes de la sección “B”.

Antes de la experimentación, se aplicó una prueba inicial Pre test (ver ANEXO 02) a ambos grupos; luego, se procedió al desarrollo de sesiones de clase con el grupo experimental haciendo uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en las operaciones básicas de números enteros. El número de sesiones desarrolladas fueron 14, durante las cuales se utilizaron fichas de observación que permitieron recoger información sobre el progreso en el aprendizaje de los estudiantes como consecuencia de la interpretación de la regla de signos y resolución de ejercicios utilizando números enteros. Paralelamente, con el grupo de control se trabajó el tema de operaciones básicas de números enteros de manera tradicional durante el mismo periodo de tiempo.

Una vez concluida la experimentación, se aplicó una prueba final Post test (ver ANEXO 03) a ambos grupos.

La valoración del aprendizaje de los estudiantes sobre las operaciones básicas de números enteros se hizo tomando como referencia el sistema de evaluación planteado en el Diseño Curricular Nacional 2009:

ESCALA DE CALIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN	NIVEL
18 – 20	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas	EXCELENTE
15 – 17	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.	BUENO
11 – 14	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.	REGULAR
00 – 10	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de estos y necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje.	DEFICIENTE

Diseño Curricular Nacional 2009

Procesados los datos y teniendo en cuenta los problemas formulados, los objetivos planteados y la hipótesis establecida en nuestra investigación, pasamos a presentar y analizar los resultados.

3.1.1 Análisis de resultados de los objetivos específicos.

3.1.1.1 Nivel de interpretación de la regla de signos en las operaciones básicas de números enteros.

De acuerdo a los datos obtenidos de los 18 estudiantes del grupo experimental de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, se obtuvo los siguientes resultados con respecto a la interpretación de la regla de signos en las operaciones básicas de números enteros:

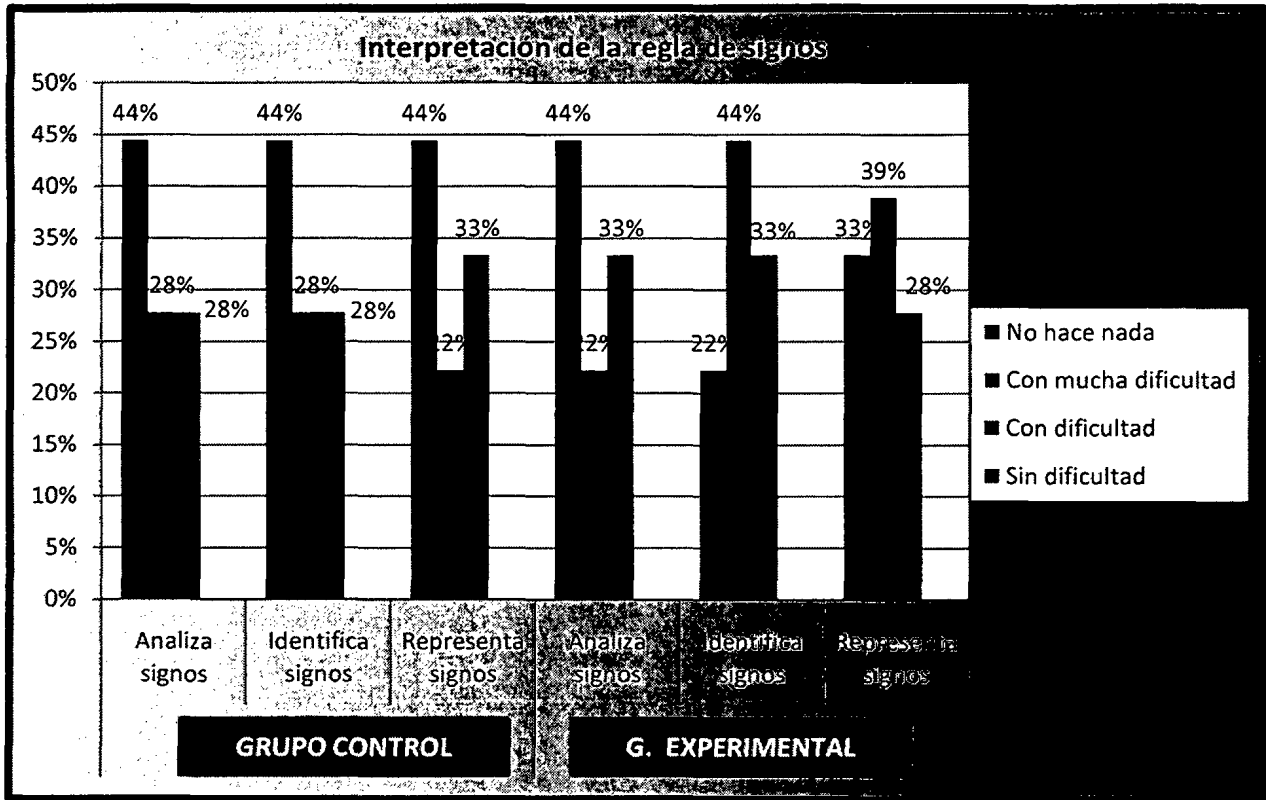
TABLA N° 01
FRECUENCIA ABSOLUTA DE LOS ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y
EXPERIMENTAL EN LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS AL INICIO
DE LA APLICACIÓN

Categorías	Grupo Control						Grupo Experimental					
	Analiza signos		Identifica signos		Representa signos		Analiza signos		Identifica signos		Representa signos	
	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %
No hace nada	8	44%	8	44%	8	44%	8	44%	4	22%	6	33%
Con mucha dificultad	5	28%	5	28%	4	22%	4	22%	8	44%	7	39%
Con dificultad	5	28%	5	28%	6	33%	6	33%	6	33%	5	28%
Sin dificultad	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Total	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%

FUENTE: Elaboración propia en base a las fichas de observación – 2011

GRÁFICO N° 01

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS AL INICIO DE LA APLICACIÓN.



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 01, del 100% de los estudiantes del grupo control se puede observar, en cuanto a la capacidad de análisis de signos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 44%, un 28% con mucha dificultad, 28% con dificultad y 0% sin dificultad; en lo que respecta a identificación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 44%, un 28% con mucha dificultad, 28% con dificultad y 0% sin dificultad; de la misma forma en cuanto a la representación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 44%, un 22% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 0% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, sin el uso del modelo de



fichas en el plano, muestran deficiencias en los aprendizajes previstos, con un porcentaje de 44% como máximo entre los que no hacen nada en la interpretación de signos.

En el Gráfico N° 01, del 100% de los estudiantes del grupo experimental se puede observar, en cuanto a la capacidad de análisis de signos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 44%, un 22% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 0% sin dificultad; en lo que respecta a identificación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 22%, un 44% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 0% sin dificultad; de la misma forma en cuanto a la representación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 33%, un 39% con mucha dificultad, 28% con dificultad y 0% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, con el uso el modelo de fichas en el plano, muestran todavía deficiencias en los aprendizajes previstos, con un porcentaje de 44% como máximo, entre los que no hacen nada y los que hacen con mucha dificultad en la interpretación de signos.

TABLA N° 02

FRECUENCIA ABSOLUTA DE LOS ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS EN EL PROCESO DE LA APLICACIÓN

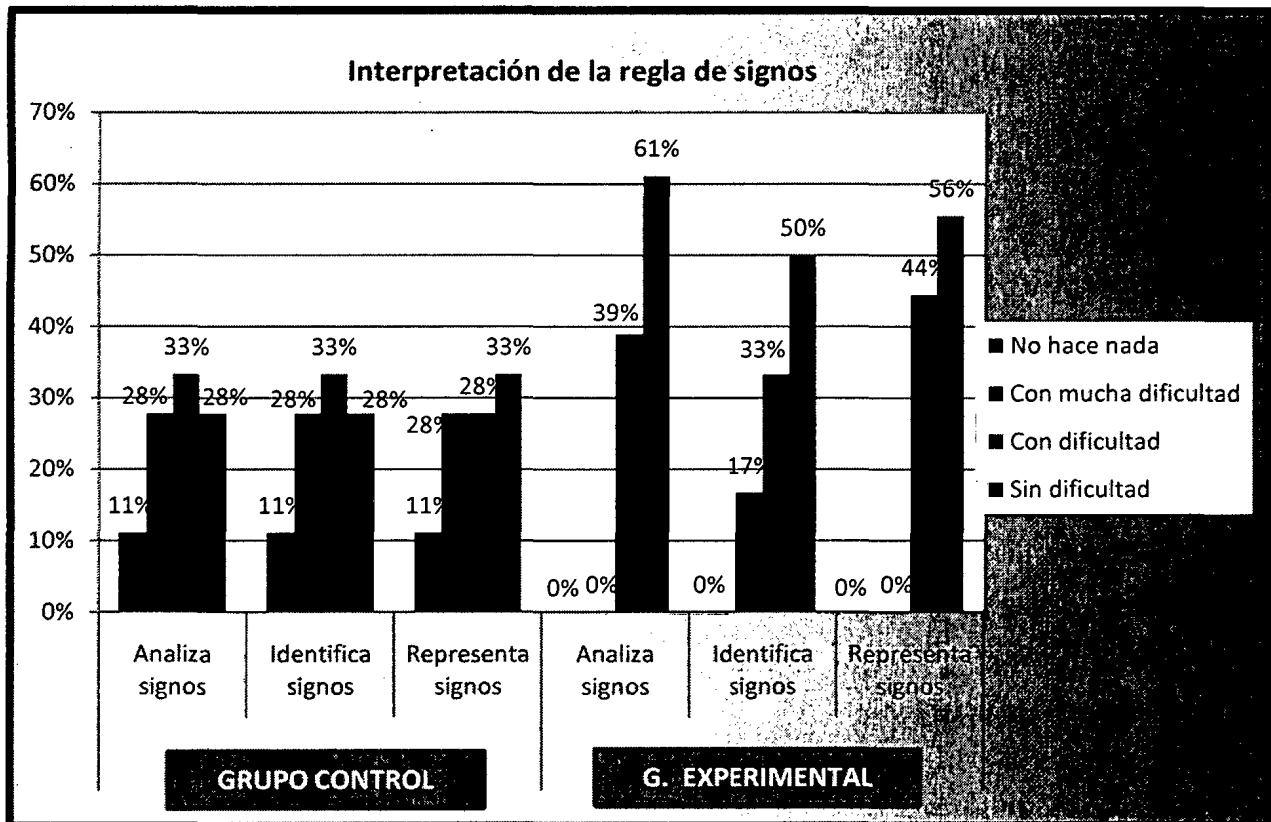
Categorías	Grupo Control						Grupo Experimental					
	Analiza signos		Identifica signos		Representa signos		Analiza signos		Identifica signos		Representa signos	
	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %
No hace nada	2	11%	2	11%	2	11%	0	0%	0	0%	0	0%
Con mucha dificultad	5	28%	5	28%	5	28%	0	0%	3	17%	0	0%
Con dificultad	6	33%	6	33%	5	28%	7	39%	6	33%	8	44%
Sin dificultad	5	28%	5	28%	6	33%	11	61%	9	50%	10	56%
Total	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%

FUENTE: Elaboracion propia en base a las fichas de observacion - 2011.



GRÁFICO N° 02

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS EN EL PROCESO DE LA APLICACIÓN



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 02, del 100% de los estudiantes del grupo control se puede observar, en cuanto a la capacidad de análisis de signos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 11%, un 28% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 28% sin dificultad; en lo que respecta a identificación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 11%, un 28% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 28% sin dificultad; de la misma forma en cuanto a la representación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 11%, un 28% con mucha dificultad, 28% con dificultad y 33% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, sin el uso del modelo de

fichas en el plano, muestran deficiencias en los aprendizajes previstos, con un porcentaje de 33% como máximo, entre los que interpretan signos con dificultad y sin dificultad.

En el Gráfico N° 02, del 100% de los estudiantes del grupo experimental se puede observar, en cuanto a la capacidad de análisis de signos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0 %, un 0% con mucha dificultad, 39% con dificultad y 61% sin dificultad; en lo que respecta a identificación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 17% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 50% sin dificultad; de la misma forma en cuanto a la representación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 0% con mucha dificultad, 44% con dificultad y 56% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, con el uso el modelo de fichas en el plano, ya muestran logros de aprendizaje previstos, con un porcentaje de 61% como máximo, quienes analizan signos sin dificultad.

TABLA N° 03

FRECUENCIA ABSOLUTA DE LOS ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS AL FINAL DE LA APLICACIÓN

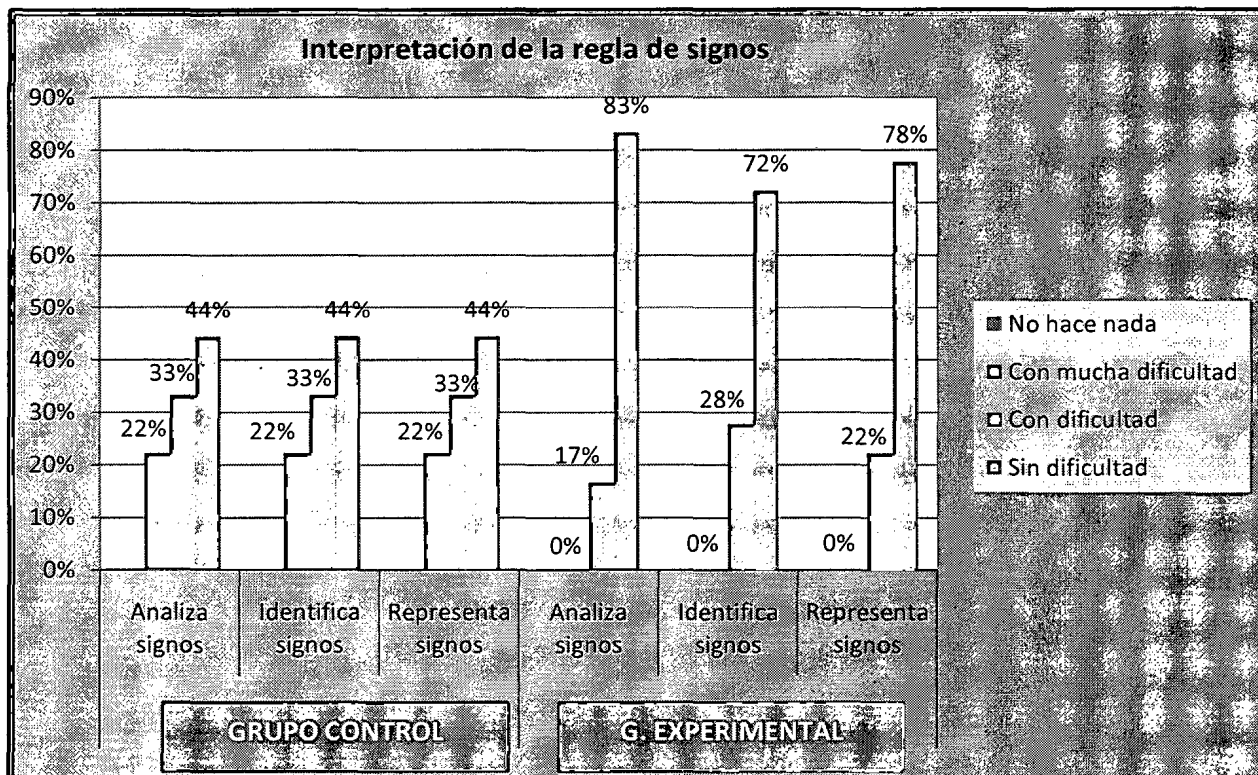
Categorías	Grupo Control						Grupo Experimental					
	Analiza signos		Identifica signos		Representa signos		Analiza signos		Identifica signos		Representa signos	
	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %	fi	f %
No hace nada	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Con mucha dificultad	4	22%	4	22%	4	22%	0	0%	0	0%	0	0%
Con dificultad	6	33%	6	33%	6	33%	3	17%	5	28%	4	22%
Sin dificultad	8	44%	8	44%	8	44%	15	83%	13	72%	14	78%
Total	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%

FUENTE: Elaboracion propia en base a las fichas de observacion - 2011.



GRÁFICO N° 03

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS AL FINAL DE LA APLICACIÓN



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 03, del 100% de los estudiantes del grupo control se puede observar, en cuanto a la capacidad de análisis de signos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 22% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 44% sin dificultad; en lo que respecta a identificación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 22% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 44% sin dificultad; de la misma forma en cuanto a la representación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 22% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 44% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, sin el uso del modelo de

fichas en el plano, ya muestran algunos logros de aprendizaje previstos, con un porcentaje de 44% como máximo quienes interpretan signos sin dificultad.

En el Gráfico N° 03, del 100% de los estudiantes del grupo experimental se puede observar, en cuanto a la capacidad de análisis de signos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0 %, un 0% con mucha dificultad, 17% con dificultad y 83% sin dificultad; en lo que respecta a identificación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 0% con mucha dificultad, 28% con dificultad y 72% sin dificultad; de la misma forma en cuanto a la representación de signos, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 0% con mucha dificultad, 22% con dificultad y 78% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, con el uso el modelo de fichas en el plano, muestran logros de aprendizaje previstos, con un porcentaje de 83% como máximo quienes analizan signos sin dificultad.

3.1.1.2 Análisis e interpretación de resultados del objetivo específico, con la prueba de hipótesis en la interpretación de la regla de signos.

Para realizar un análisis integral y lógico de los resultados, hemos usado la prueba estadística T – Student, con respecto a las fichas de observación acerca de la interpretación de la regla de signos y resolución de ejercicios de las operaciones básicas de números enteros. La formula de la prueba estadística T – Student, es el siguiente:

$$T_{obt} = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Donde \overline{X}_1 es la media del grupo experimental, \overline{X}_2 es la media del grupo control, S_1^2 es la varianza del grupo experimental, S_2^2 es la varianza del grupo control, n_1 es el tamaño del grupo experimental y n_2 es el tamaño del grupo control.

Y se siguieron los siguientes pasos:

✓ **Prueba de hipótesis**

Hipótesis nula

H₀ : No existen diferencias significativas entre los promedios de notas del aprendizaje del grupo experimental y grupo control .

Hipótesis alterna

H_a : El promedio de notas del aprendizaje del grupo experimental es mayor al del grupo control .

✓ **Nivel de significancia:**

El nivel de significancia o error que elegimos es del 5% que es igual a $\alpha = 0.05$, con un nivel de confianza del 95%.

✓ **Región de aceptación y rechazo:**

Se tiene una distribución T con Grados de libertad = $(n_1 + n_2) - 2 = (18 + 18) - 2 = 34$, del cual $n_1=18$ representa el número de estudiantes del grupo experimental y $n_2 = 18$ representa al número de estudiantes del grupo control, entonces el valor del T de tablas para una sola cola es:

$T_{critico} = T_{(1-\alpha, n_1+n_2-2)} = T_{(0.95,34)} = +1.6909$, que se encuentran en el T de tablas.

✓ Cálculo de la prueba estadística:

TABLA N° 04

PROMEDIOS DE LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS DEL GRUPO CONTROL.

INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS	Nº. de sesiones	Promedios
	Sesión 01	9.11
	Sesión 02	9.44
	Sesión 03	10
	Sesión 04	11.33
	Sesión 05	11
	Sesión 06	12
	Sesión 07	13.05
	Sesión 08	13.05
	Sesión 09	13.22
	Sesión 10	13.50
	Sesión 11	13.55
	Sesión 12	14
	Sesión 13	14
	Sesión 14	15.11
Promedio final	12	

FUENTE: Elaboración propia en base a las fichas de observación - 2011.

TABLA N° 05

PROMEDIOS DE LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS DEL GRUPO EXPERIMENTAL.

INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS	Nº. de sesiones	Promedios
	Sesión 01	9.44
	Sesión 02	9,50
	Sesión 03	10
	Sesión 04	12
	Sesión 05	13.98
	Sesión 06	15.78
	Sesión 07	17
	Sesión 08	17.40
	Sesión 09	17.78
	Sesión 10	17.90
	Sesión 11	18
	Sesión 12	18.66
	Sesión 13	18.66
	Sesión 14	18.66
Promedio final	15	

FUENTE: Elaboracion propia en base a las fichas de observacion - 2011.

TABLA N° 06

ESTADÍGRAFOS DESCRIPTIVOS DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL, EN BASE A LAS SESIONES, EN LA INTERPRETACIÓN DE LA REGLA DE SIGNOS EN LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS.

GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO CONTROL
Media : $\bar{X}_1 = 15$	Media : $\bar{X}_2 = 12$
Varianza: $S_1^2 = 10.0164$	Varianza: $S_2^2 = 2.5696$
Muestra: $n_1 = 18$	Muestra: $n_2 = 18$

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En la Tabla N° 06, al obtener en forma más detallada los valores estadísticos descriptivos, observamos que las medias del grupo control (12) y experimental (15) son numéricamente diferentes, que se diferencian en 3 puntos.

Para realizar un análisis integral y lógico de los resultados, hemos utilizado la prueba estadística T – Student. Para ello hemos reemplazado todos los valores que nos pide en la fórmula mencionada, dando el siguiente resultado:

$$T_{Obt.} = \frac{15 - 12}{\sqrt{\frac{10.0164}{18} + \frac{2.5696}{18}}}$$
$$T_{Obt.} = 3.5877$$

Al acudir a la tabla de distribución T – Student, buscamos los grados de libertad de 34, con un nivel de confianza de 95%. Nuestro valor calculado de $T_{Obt.} = 3.5877$, resulta superior al valor de la tabla que es de 1.6909, por lo que podemos decir que el uso del modelo de fichas en el plano en la interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros, permitió mejorar el aprendizaje de los estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay – 2011.



3.1.1.3 Nivel de resolución de las operaciones básicas de números enteros.

De acuerdo a los datos obtenidos de los 18 estudiantes del grupo experimental de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, se obtuvo los siguientes resultados con respecto a la resolución de ejercicios de las operaciones básicas de números enteros:

TABLA N° 07

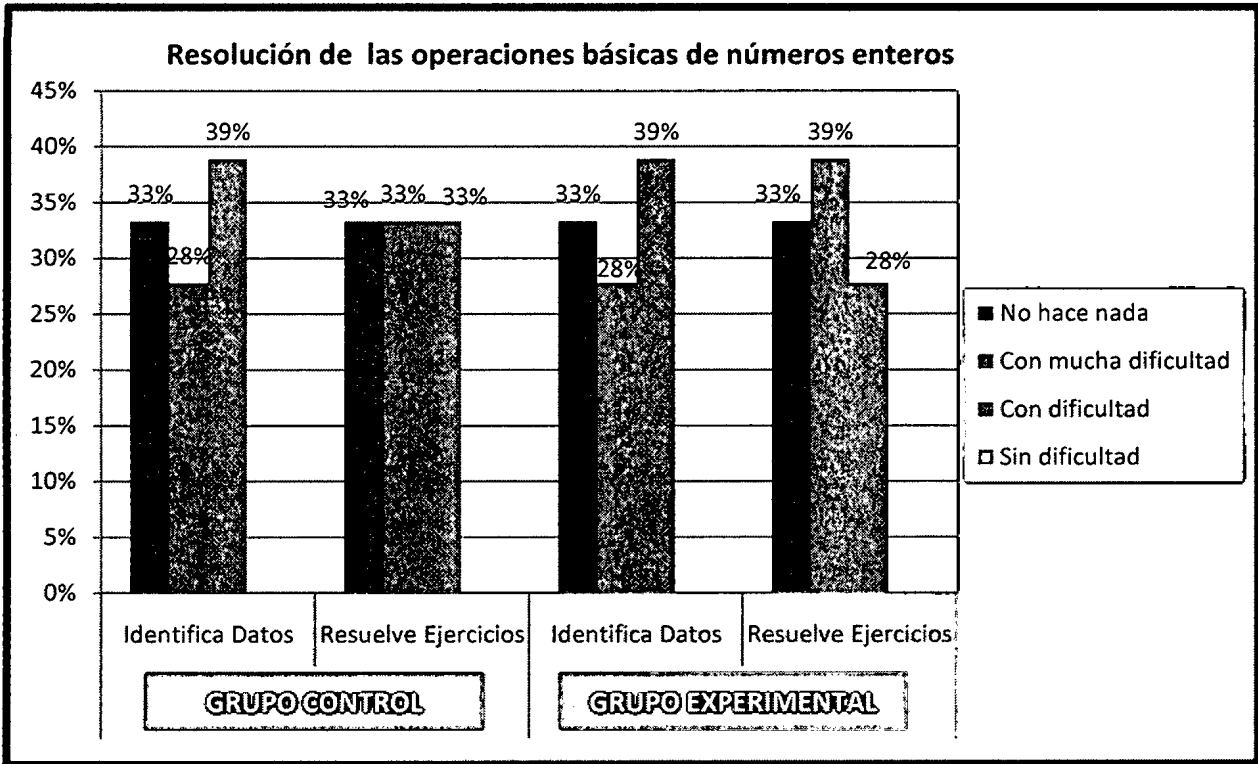
FRECUENCIA ABSOLUTA DE LOS ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS AL INICIO DE LA APLICACIÓN.

Categorías	Grupo Control				Grupo Experimental			
	Identifica Datos		Resuelve Ejercicios		Identifica Datos		Resuelve Ejercicios	
	Fi	F%	fi	F%	fi	F%	fi	F%
No hace nada	6	33%	6	33%	6	33%	6	33%
Con mucha dificultad	5	28%	6	33%	5	28%	7	39%
Con dificultad	7	39%	6	33%	7	39%	5	28%
Sin dificultad	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Total	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%

FUENTE: Elaboración propia en base a las fichas de observación - 2011

GRÁFICO N° 07

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS AL INICIO DE LA APLICACIÓN.



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 07, del 100% de los estudiantes del grupo control se puede observar, en cuanto a la capacidad de identificación de datos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 33%, un 28% con mucha dificultad, 39% con dificultad y 0% sin dificultad; en lo que respecta a resolución de ejercicios, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 33%, un 33% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 0% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, sin el uso del modelo de fichas en el plano, muestran deficiencias en los aprendizajes previstos, con un porcentaje de 39% como máximo, quienes identifican datos con dificultad.



En el Gráfico N° 07, del 100% de los estudiantes del grupo experimental se puede observar, en cuanto a la capacidad de identificación de datos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 33%, un 28% con mucha dificultad, 39% con dificultad y 0% sin dificultad; en lo que respecta a resolución de ejercicios, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 33%, un 39% con mucha dificultad, 28% con dificultad y 0% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, con el uso el modelo de fichas en el plano, muestran deficiencias en los aprendizajes previstos, con un porcentaje de 39% como máximo, entre los que resuelven ejercicios con dificultad y mucha dificultad.

TABLA N° 08

FRECUENCIA ABSOLUTA DE LOS ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS EN EL PROCESO DE LA APLICACIÓN.

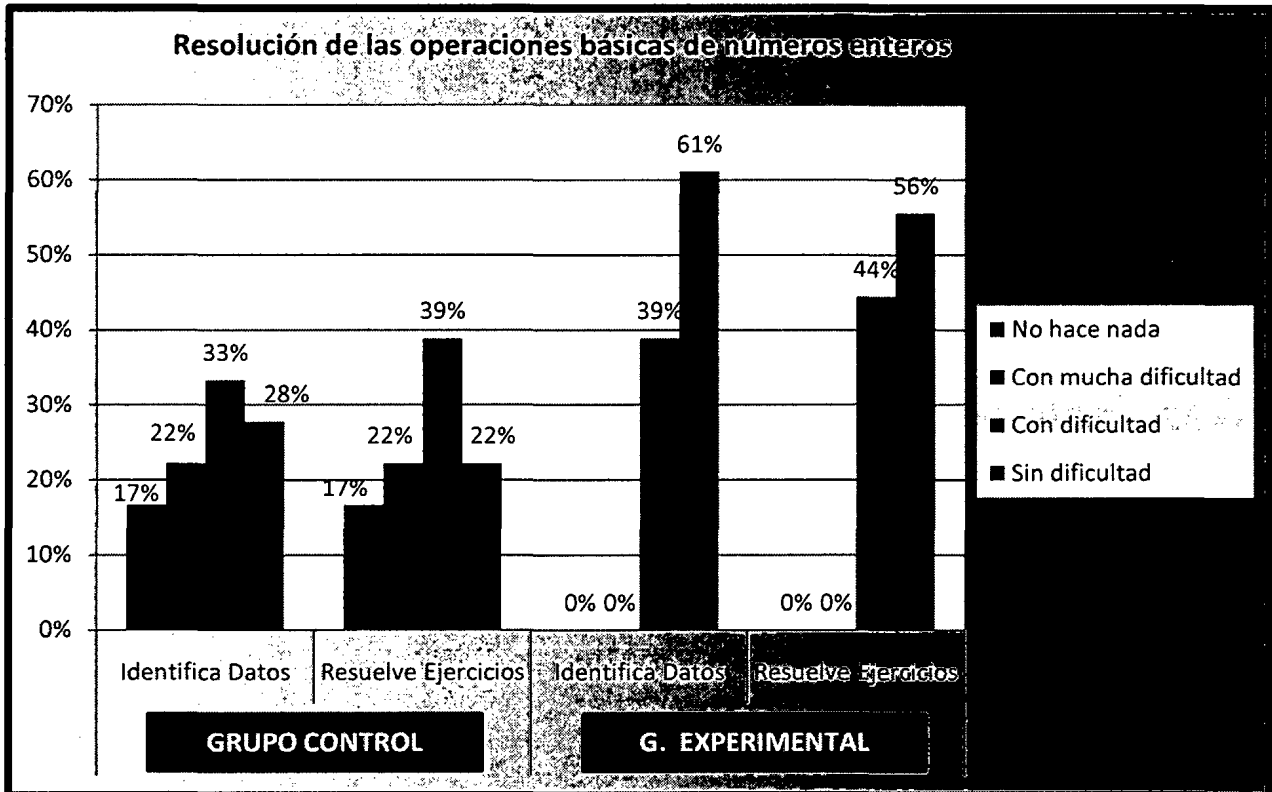
Categorías	Grupo Control				Grupo Experimental			
	Identifica Datos		Resuelve Ejercicios		Identifica Datos		Resuelve Ejercicios	
	fi	F%	fi	F%	fi	F%	fi	F%
No hace nada	3	17%	3	17%	0	0%	0	0%
Con mucha dificultad	4	22%	4	22%	0	0%	0	0%
Con dificultad	6	33%	7	39%	7	39%	8	44%
Sin dificultad	5	28%	4	22%	11	61%	10	56%
Total	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%

FUENTE: Elaboracion propia en base a las fichas de observacion - 2011



GRÁFICO N° 08

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS EN EL PROCESO DE LA APLICACIÓN.



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 08, del 100% de los estudiantes del grupo control se puede observar, en cuanto a la capacidad de identificación de datos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 17%, un 22% con mucha dificultad, 33% con dificultad y 28% sin dificultad; en lo que respecta a resolución de ejercicios, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 17%, un 22% con mucha dificultad, 39% con dificultad y 22% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, sin el uso del modelo de fichas en el plano, muestran deficiencias en los aprendizajes previstos, con un porcentaje de 39% como máximo, entre los que resuelven ejercicios con dificultad.



En el Gráfico N° 08, del 100% de los estudiantes del grupo experimental se puede observar, en cuanto a la capacidad identificación de datos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0 %, un 0% con mucha dificultad, 39% con dificultad y 61% sin dificultad; en lo que respecta a resolución de ejercicios, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 0% con mucha dificultad, 44% con dificultad y 56% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, con el uso el modelo de fichas en el plano, ya muestran logros de aprendizaje previstos, con un porcentaje de 61% como máximo, quienes identifican datos sin dificultad.

TABLA N° 09

FRECUENCIA ABSOLUTA DE LOS ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS AL FINAL DE LA APLICACIÓN.

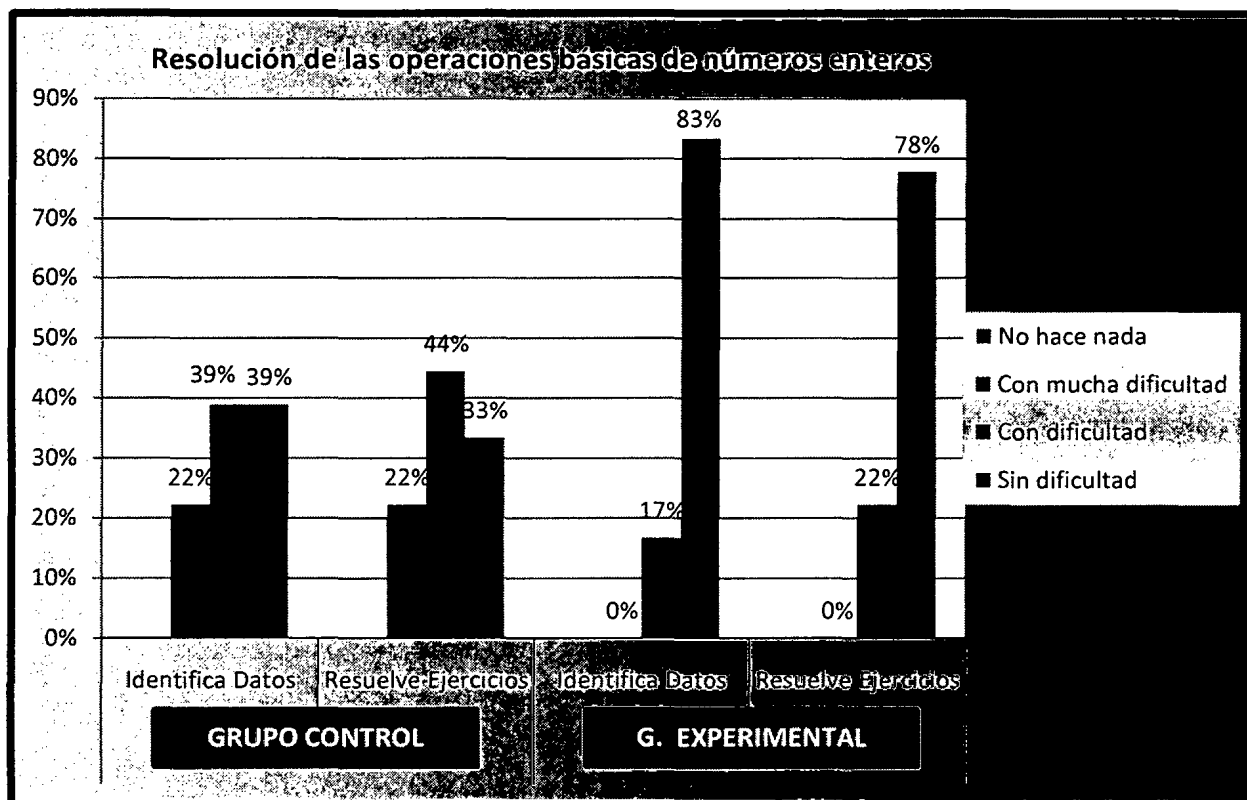
Categorías	Grupo Control				Grupo Experimental			
	Identifica Datos		Resuelve Ejercicios		Identifica Datos		Resuelve Ejercicios	
	fi	F%	fi	F%	fi	F%	fi	F%
No hace nada	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Con mucha dificultad	4	22%	4	22%	0	0%	0	0%
Con dificultad	7	39%	8	44%	3	17%	4	22%
Sin dificultad	7	39%	6	33%	15	83%	14	78%
Total	18	100%	18	100%	18	100%	18	100%

FUENTE: Elaboracion propia en base a las fichas de observacion – 2011



GRÁFICO N° 09

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL EN LA RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS AL FINAL DE LA APLICACIÓN.



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 09, del 100% de los estudiantes del grupo control se puede observar, en cuanto a la capacidad de identificación de datos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 22% con mucha dificultad, 39% con dificultad y 39% sin dificultad; en lo que respecta a resolución de ejercicios, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 22% con mucha dificultad, 44% con dificultad y 33% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, sin el uso del modelo de fichas en el plano, muestran deficiencias en los aprendizajes previstos, con un porcentaje de 44% como máximo, quienes resuelven ejercicios con dificultad.



En el Gráfico N° 09, del 100% de los estudiantes del grupo experimental se puede observar, en cuanto a la capacidad de identificación de datos, los estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0 %, un 0% con mucha dificultad, 17% con dificultad y 83% sin dificultad; en lo que respecta a resolución de ejercicios, estudiantes que no hacen nada, es de un porcentaje de 0%, un 0% con mucha dificultad, 22% con dificultad y 78% sin dificultad. Como se puede apreciar en el gráfico de barras, la mayoría de estudiantes que recibieron las sesiones de clase, con el uso el modelo de fichas en el plano, muestran logros de aprendizaje previstos, con un porcentaje de 83% como máximo, que identifican datos sin dificultad.

3.1.1.4 Análisis e interpretación de resultados del objetivo específico, con la prueba de hipótesis en la resolución de las operaciones básicas de números enteros.

Para realizar un análisis integral y lógico de los resultados, hemos usado la prueba estadística T – Student, con respecto a las fichas de observación acerca de la interpretación de la regla de signos y resolución de ejercicios de las operaciones básicas de números enteros. La formula de la prueba estadística T – Student, es el siguiente:

$$T_{obt} = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Donde \overline{X}_1 es la media del grupo experimental, \overline{X}_2 es la media del grupo control, S_1^2 es la varianza del grupo experimental, S_2^2 es la varianza del grupo control, n_1 es el tamaño del grupo experimental y n_2 es el tamaño del grupo control.

Y se siguieron los siguientes pasos:



✓ **Prueba de hipótesis**

Hipótesis nula

H₀ : No existen diferencias significativas entre los promedios de notas del aprendizaje del grupo experimental y grupo control .

Hipótesis alterna

H_a : El promedio de notas del aprendizaje del grupo experimental es mayor al del grupo control .

✓ **Nivel de significancia:**

El nivel de significancia o error que elegimos es del 5% que es igual a $\alpha = 0.05$, con un nivel de confianza del 95%.

✓ **Región de aceptación y rechazo:**

Se tiene una distribución T con Grados de libertad = $(n_1 + n_2) - 2 = (18 + 18) - 2 = 34$, del cual $n_1=18$ representa el número de estudiantes del grupo experimental y $n_2 = 18$ representa al número de estudiantes del grupo control, entonces el valor del T de tablas para una sola cola es:

$$T_{critico} = T_{(1-\alpha, n_1 + n_2 - 2)} = T_{(0.95, 34)} = +1.6909, \text{ que se encuentran en el T de tablas.}$$

✓ Cálculo de la prueba estadística:

TABLA N° 10

**PROMEDIOS DE RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS
ENTEROS DEL GRUPO CONTROL.**

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS	N° de sesiones	Promedios
	Sesión 01	8
	Sesión 02	9.10
	Sesión 03	9.45
	Sesión 04	10.20
	Sesión 05	10.50
	Sesión 06	11
	Sesión 07	11.33
	Sesión 08	11.60
	Sesión 09	11.50
	Sesión 10	12
	Sesión 11	12
	Sesión 12	12.10
	Sesión 13	13.20
	Sesión 14	13.77
Promedio final	11	

FUENTE: Elaboración propia en base a las fichas de observación – 2011.



TABLA N° 11

PROMEDIOS DE RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS DEL GRUPO EXPERIMENTAL.

RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS	Nº. de sesiones	Promedios
	Sesión 01	7.83
	Sesión 02	8.22
	Sesión 03	10.20
	Sesión 04	11.20
	Sesión 05	13.90
	Sesión 06	15.78
	Sesión 07	16.11
	Sesión 08	16.22
	Sesión 09	16.50
	Sesión 10	16.50
	Sesión 11	17
	Sesión 12	17
	Sesión 13	17.50
	Sesión 14	17.50
Promedio final	14	

FUENTE: Elaboración propia en base a las fichas de observación - 2011.

TABLA N° 12

ESTADÍGRAFOS DESCRIPTIVOS DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL, EN BASE A LAS SESIONES, EN LA RESOLUCIÓN DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS.

GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO CONTROL
Media : $\bar{X}_1 = 14$	Media : $\bar{X}_2 = 11$
Varianza: $S_1^2 = 9.3639$	Varianza: $S_2^2 = 1.8897$
Muestra: $n_1 = 18$	Muestra: $n_2 = 18$



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En la Tabla N° 12, al obtener en forma más detallada los valores estadísticos descriptivos, observamos que las medias del grupo control (11) y experimental (14) son numéricamente diferentes, que se diferencian en 3 puntos.

Para realizar un análisis integral y lógico de los resultados, hemos utilizado la prueba estadística T – Student. Para ello hemos reemplazado todos los valores que nos pide en la fórmula mencionada, dando el siguiente resultado:

$$T_{Obt.} = \frac{14 - 11}{\sqrt{\frac{9.3639}{18} + \frac{1.8897}{18}}}$$
$$T_{Obt.} = 3.7946$$

Al acudir a la tabla de distribución T – Student, buscamos los grados de libertad de 34, con un nivel de confianza de 95%. Nuestro valor calculado de $T_{Obt.} = 3.7946$, resulta superior al valor de la tabla que es de 1.6909, por lo que podemos decir que el uso del modelo de fichas en el plano en la resolución de ejercicios de las operaciones básicas de números enteros, permitió mejorar el aprendizaje de los estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay – 2011.



3.1.2 Nivel de aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en la Pre – Test y Post – Test.

La valoración del aprendizaje de los estudiantes sobre el tema de las operaciones básicas de números enteros, se hace tomando como referencia “la escala de calificación de los aprendizajes en la Educación Básica Regular”, planteado en el Diseño Curricular Nacional 2009.

TABLA N° 13

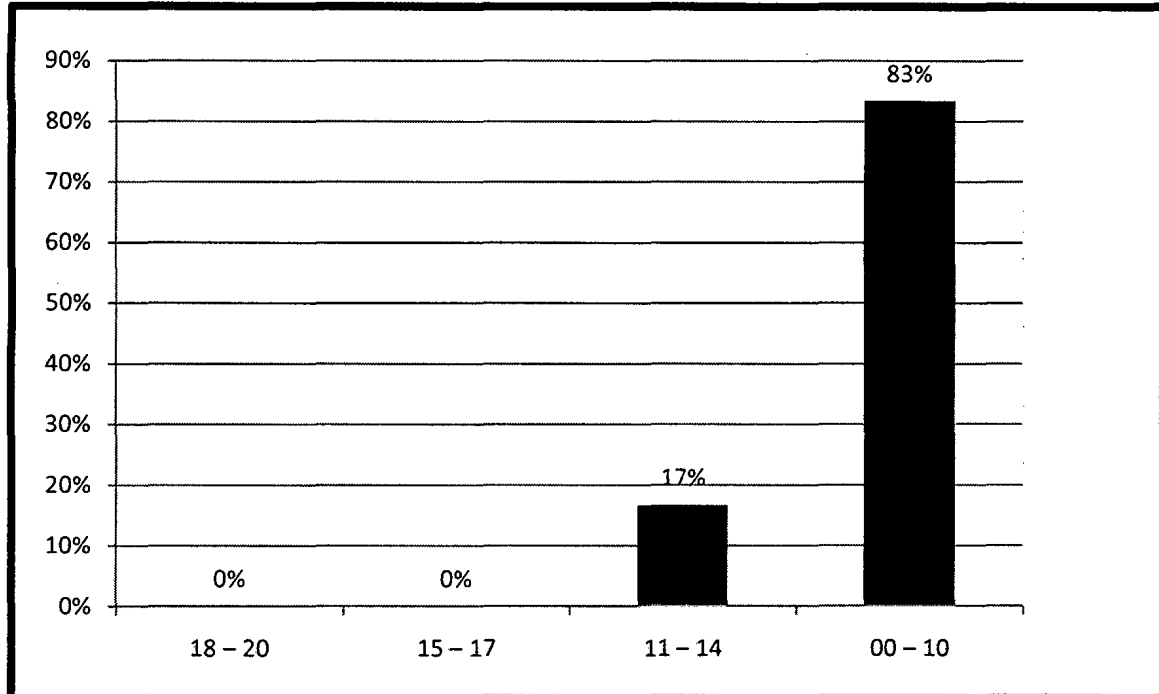
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS DEL GRUPO CONTROL EN LA PRE – TEST.

Escala de calificación	Grupo Control	
	fi	F%
18 – 20	0	0%
15 – 17	0	0%
11 – 14	3	17%
00 – 10	15	83%
Total	18	100%

FUENTE: Pre – Test tomado a los estudiantes del grupo control de la I.E. Villa Gloria – 2011

GRÁFICO N° 13

NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS DEL GRUPO CONTROL EN LA PRE – TEST.



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 13, se observa que no hay porcentaje de estudiantes que tengan notas de 18 a 20, en notas de 15 a 17 se observa también que no existe, 17% en notas de 11 a 14 y 83% en notas de 0 a 10.

Estos resultados, de las notas de la evaluación de las operaciones básicas de números enteros realizadas al inicio, muestran un desconocimiento del tema de las operaciones básicas de números enteros, de la misma forma considero que tal deficiencia se debe a la falta de utilización de materiales didácticos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes de dicha Institución Educativa.

TABLA N^o 14

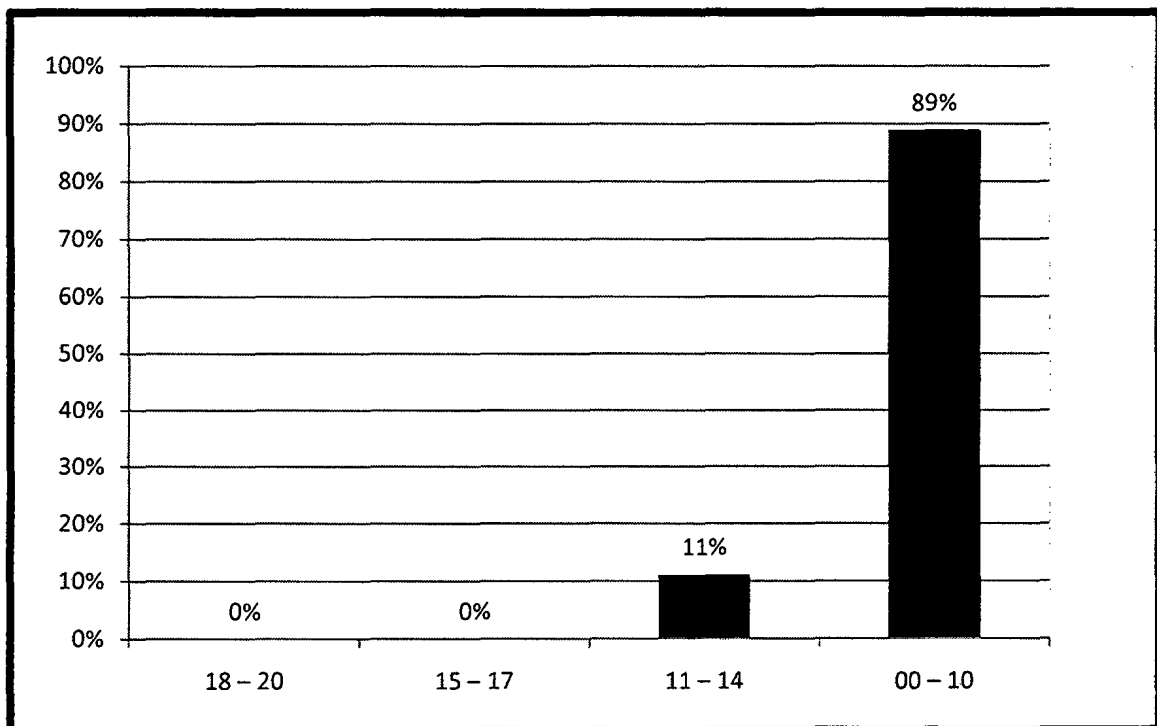
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS DEL GRUPO EXPERIMENTAL EN LA PRE – TEST.

Escala de calificación	Grupo Experimental	
	fi	F%
18 – 20	0	0%
15 – 17	0	0%
11 – 14	2	11%
00 – 10	16	89%
Total	18	100%

FUENTE: Pre – Test tomado a los estudiantes del grupo control de la I.E. Villa Gloria – 2011

GRÁFICO N^o 14

NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS DEL GRUPO EXPERIMENTAL EN LA PRE – TEST.



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 14, se observa que no hay porcentaje de estudiantes con notas que van de 18 a 20, de la misma forma no existen porcentajes en estudiantes con notas que van de 15 a 17, el 11% con notas de 11 a 14, y el 89% con notas que van de 0 a 10.

Estos resultados, de las notas de la evaluación de las operaciones básicas de números enteros realizadas al inicio, muestra un desconocimiento del tema de las operaciones de números enteros, de la misma forma considero que tal deficiencia se debe a la falta de utilización de materiales didácticos en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes de dicha Institución Educativa.

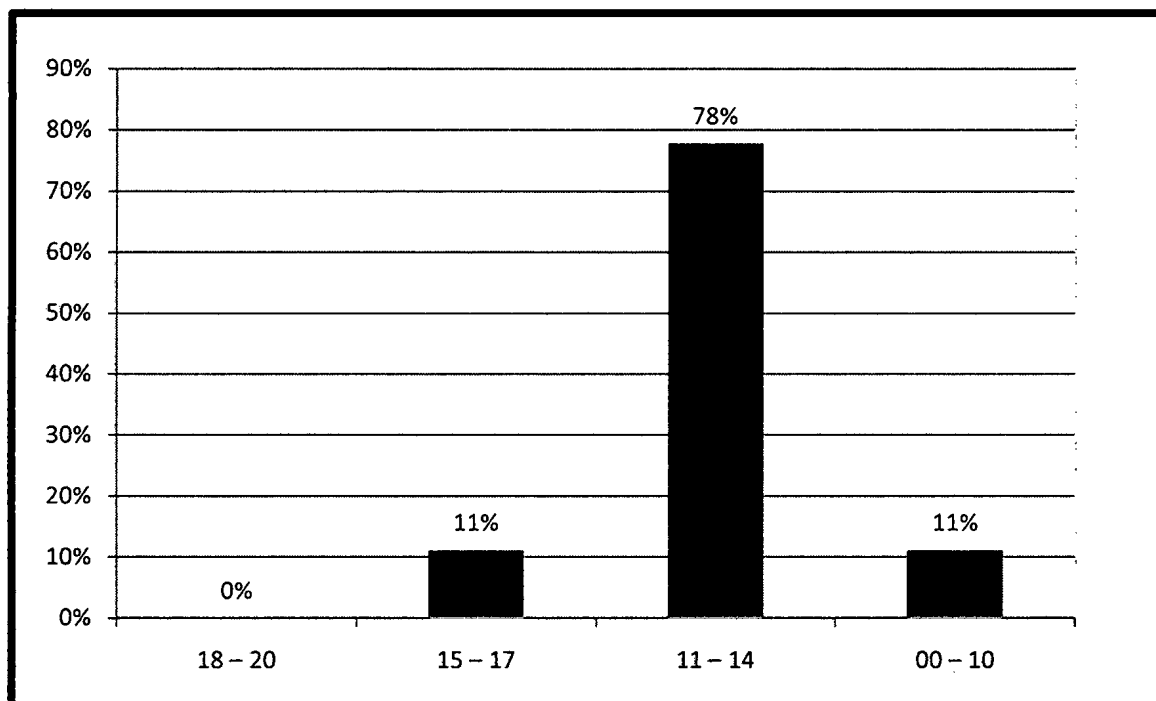
TABLA N° 15

NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS DEL GRUPO CONTROL EN LA POST – TEST.

Escala de calificación	Grupo Control	
	fi	F%
18 – 20	0	0%
15 – 17	2	11%
11 – 14	14	78%
00 – 10	2	11%
Total	18	100%

FUENTE: Post – Test tomado a los estudiantes del grupo control de la I.E. Villa Gloria – 2011

GRÁFICO N° 15
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS
ENTEROS DEL GRUPO CONTROL EN LA POST – TEST.



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 15, se observa que no hay porcentaje de estudiantes que tengan notas de 18 a 20, en notas de 15 a 17 un porcentaje de 11%, 78% en notas de 11 a 14 y 11% en notas de 0 a 10.

Estos resultados de las notas de la evaluación de las operaciones básicas de números enteros realizada al final, muestra todavía dificultades en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros, considero que tal deficiencia se debe a la falta de utilización de materiales didácticos en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes de dicha Institución Educativa.



TABLA N° 16

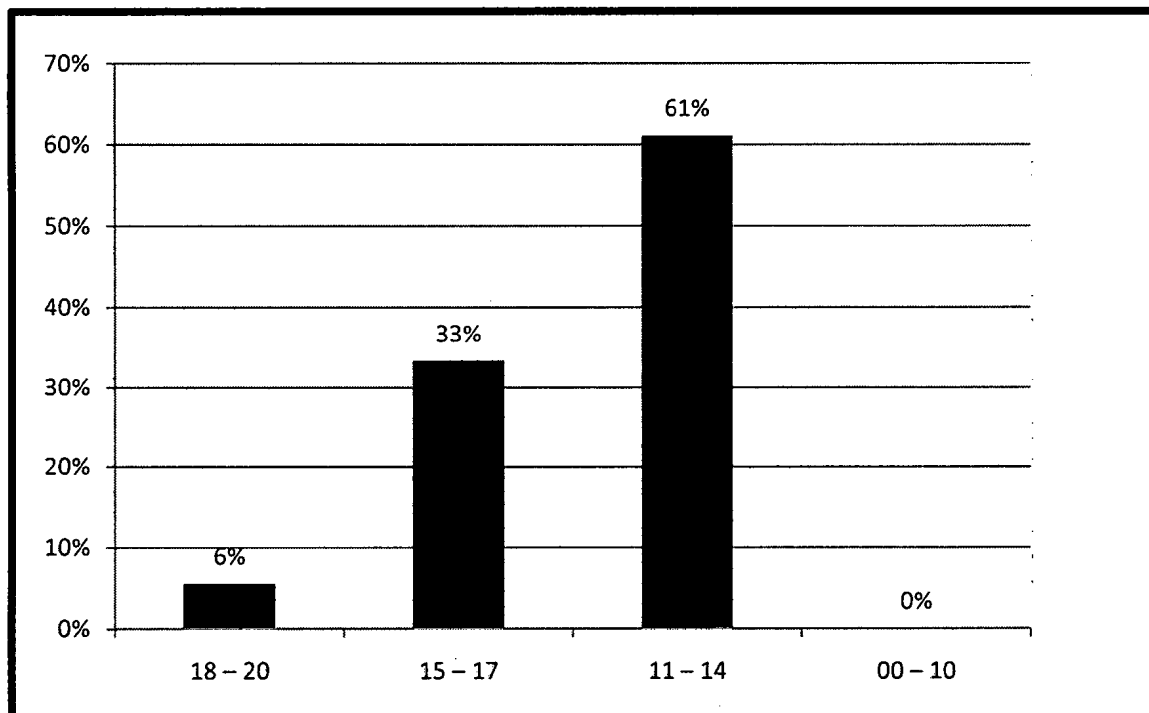
NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS
ENTEROS DEL GRUPO EXPERIMENTAL EN LA POST – TEST.

Escala de calificación	Grupo Experimental	
	fi	F%
18 – 20	1	6%
15 – 17	6	33%
11 – 14	11	61%
00 – 10	0	0%
Total	18	100%

FUENTE: Post – Test tomado a los estudiantes del grupo control de la I.E. Villa Gloria – 2011

GRÁFICO N° 16

NIVEL DE APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS
ENTEROS DEL GRUPO EXPERIMENTAL EN LA POST – TEST.



ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En el Gráfico N° 16, se observa que el porcentaje de estudiantes que tienen notas de 18 a 20 es de 6%, en notas de 15 a 17 un porcentaje de 33%, 61% en notas de 11 a 14 y 0% en notas de 0 a 10.

Estos resultados de las notas de la evaluación de las operaciones básicas de números enteros realizada al final, muestran logros de aprendizaje en las operaciones básicas de números enteros.

Por lo que considero que tales logros se debieron a la utilización del modelo de fichas en el plano, en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes de dicha Institución Educativa.

3.1.3 Análisis e interpretación de resultados del objetivo general, con la prueba de hipótesis.

Para realizar el análisis estadístico de los resultados de las pruebas del grupo experimental y control se recurrió a la distribución t-student.

✓ Prueba de hipótesis

Hipótesis nula

H₀ : No existen diferencias significativas entre los promedios de notas del aprendizaje del grupo experimental y grupo control en la prueba de salida

Hipótesis alterna

H_a : El promedio de notas del aprendizaje del grupo experimental es mayor al del grupo control en la prueba de salida.

✓ Nivel de significancia:

El nivel de significancia o error que elegimos es del 5% que es igual a $\alpha = 0.05$, con un nivel de confianza del 95%.

✓ **Prueba estadística a usar :**

Como la muestra es = 36, $n_1 = 18$ para el grupo experimental y $n_2 = 18$ para el grupo control, usamos la distribución T- Student, que tiene la siguiente formula.

$$T_{obt} = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Donde \overline{X}_1 es la media del grupo experimental, \overline{X}_2 es la media del grupo control, S_1^2 es la varianza del grupo experimental, S_2^2 es la varianza del grupo control, n_1 es el tamaño del grupo experimental y n_2 es el tamaño del grupo control.

✓ **Región de aceptación y rechazo:**

Se tiene una distribución T con Grados de libertad = $(n_1 + n_2) - 2 = (18 + 18) - 2 = 34$, del cual $n_1 = 18$ representa el número de estudiantes del grupo experimental y $n_2 = 18$ representa al número de estudiantes del grupo control, entonces el valor del T de tablas para una sola cola sería:

$$T_{critico} = T_{(1-\alpha, n_1+n_2-2)} = T_{(0.95, 34)} = +1.6909, \text{ que se encuentran en el T de tablas.}$$

✓ Cálculo de la prueba estadística:

TABLA N° 17
RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE PRE TEST Y POST TEST DEL GRUPO CONTROL

Nº	APELLIDOS Y NOMBRES	GRUPO CONTROL	
		PRE TEST	POST TEST
1	AEDO CCONISLLA, Jhon Edison	6	11
2	AEDO HUAMANÑAHUI, Miquias	8	12
3	CARRION LLANO, Jose Germán	12	17
4	CAYHUIRI CACERES, Isaías	9	10
5	CESPEDES PALOMINO, Luis Miguel	12	15
6	HUANACO LEZANO, Percy	10	12
7	LOPEZ MENDOZA, Félix	6	12
8	LUCAS LIMA, Martina	5	11
9	MACHACCA QUIVIO, Carlos	6	12
10	OCHOA VARGAS, Juan Romario	8	12
11	ORTEGA MELLADO, Litman	11	13
12	QUISPE BAUTISTA, Leonel	6	13
13	RAMOS ROMERO, Diego	8	13
14	TAYPE MERCADO, Guisela Isabel	5	9
15	TRUJILLO AMESQUITA, Lesy	6	12
16	TRUJILLO ARTEAGA, Luz Marina	8	14
17	VARGAS MEZA, Jhon	10	13
18	VILLEGAS RODRIGUEZ, Rony Alex	7	12
PROMEDIO FINAL		7,9444	12,3889

FUENTE: PRIMER GRADO DE LA I.E. VILLA GLORIA DE ABANCAY - 2011



TABLA N° 18
RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DE PRE TEST Y POST TEST DEL GRUPO
EXPERIMENTAL

N°	APELLIDOS Y NOMBRES	GRUPO EXPERIMENTAL	
		PRE TEST	POST TEST
1	ALLCCA BELLIDO, Luz Marina	10	15
2	AYMARA QUISPE, Rosa	9	15
3	CABRERA CCARHUASLLA, Octavio	6	14
4	CARRION LLANO, Jorge	11	18
5	CCANRE VALVERDE, Abel Fernando	6	13
6	JURO GUTIERREZ, Luis Alberto	6	12
7	MUÑOZ JURU, Adrian	6	12
8	ORTIZ APOLINARIO, Mercedes	8	12
9	OSCCO PUGA, Yack Yoni	11	17
10	PALOMINO CONTRERAS, Briza Marife	10	15
11	QUISPE CHOQUE, Yuly Mariela	6	13
12	RAMOS AYMA, Alicia	7	13
13	SICHA QUISPE, Rosber Yovani	7	15
14	SIERRA LOPINTA, Néida	8	15
15	TOMAYLLA ZAMORA, Yesenia Katherine	8	14
16	VALVERDE CESPEDES, Yin Yon	6	13
17	VARGAS CAMACHO, Karina	7	13
18	CONDORI HILARES, Fredy	9	14
PROMEDIO FINAL		7,8333	14,0556

FUENTE: PRIMER GRADO DE LA I.E. VILLA GLORIA DE ABANCAY - 2011



TABLA N° 19

RESULTADO DE DATOS DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL PARA LA APLICACIÓN DE LA PRUEBA ESTADÍSTICA.

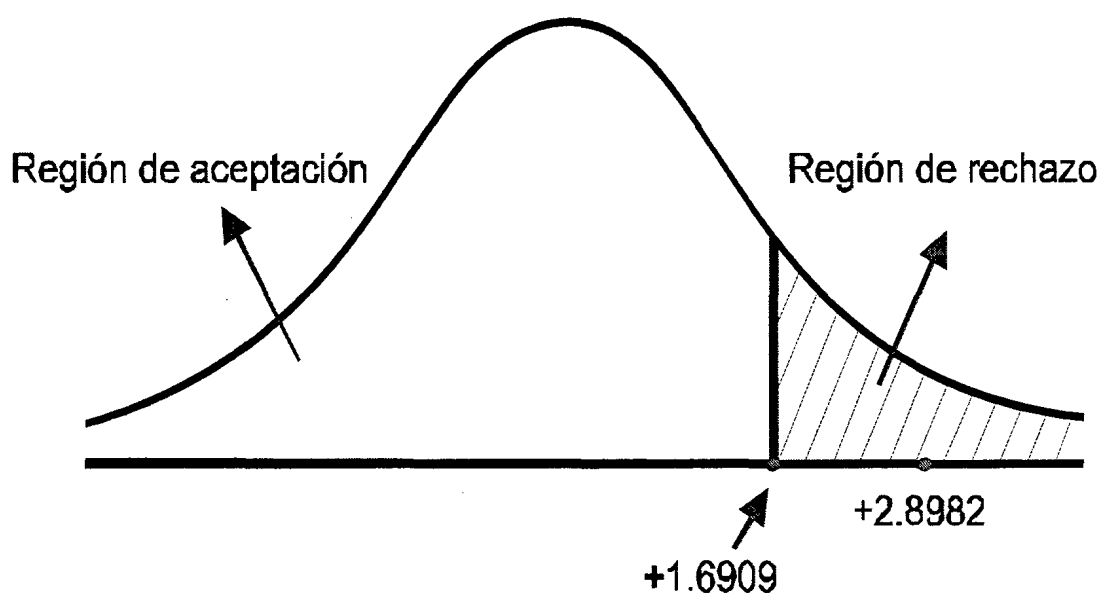
GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO CONTROL
Media : $\bar{X}_1 = 14.0554$	Media : $\bar{X}_2 = 12.3889$
Varianza: $S_1^2 = 2.7614$	Varianza: $S_2^2 = 3.1928$
Muestra: $n_1 = 18$	Muestra: $n_2 = 18$

T obtenida

$$T_{obt} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$T_{obt} = \frac{14.0554 - 12.3889}{\sqrt{\frac{2.7614}{18} + \frac{3.1928}{18}}}$$

$$T_{obt} = 2.8982$$



De la tabla t – student para 34 grados de libertad a un nivel de confianza del 95% el valor $T_{\text{critico}} = 1.6909$, se pudo apreciar lo siguiente:

Como $T_{\text{obr}} = 2.8982$ es mayor que $T_{\text{critico}} = 1.6909$ y pertenece a la región de rechazo, entonces rechazamos la hipótesis nula H_0 y aceptamos la hipótesis alterna H_a , del cual podemos afirmar que el promedio de aprendizaje del grupo experimental es significativamente mayor al promedio de aprendizaje del grupo control, a un nivel de confianza del 95% y nivel de significancia del 5%. Entonces podemos afirmar que el modelo de fichas en el plano como material didáctico influye de manera positiva en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes del primer grado de secundaria de I.E. Villa Gloria de Abancay 2011.

3.2 Discusión de resultados

Como se puede apreciar en la pre test antes de la aplicación del modelo de fichas en el plano en los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Villa Gloria, quienes obtuvieron puntajes bajos que oscilan entre promedios de 05 a 12, con una media aritmética de 7.44 fueron del grupo control y promedios de 06 a 11 con una media aritmética de 7.83 el grupo experimental; observándose así bajos niveles de aprendizaje en el tema de las operaciones básicas de números enteros en los estudiantes de ambos grupos.

Mientras que en los resultados del post-test analizados en ambos grupos se constató que existe una diferencia significativa de promedios, y para determinar esta diferencia se utilizó la prueba t-student que arrojó el valor $T_{\text{obtenido}} = 2.8982$, el cual fue mayor al valor $T_{\text{critico}} = 1.6909$, indicando que el modelo de fichas en el plano influye de manera positiva en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay a un nivel de significancia de 5% y un nivel de confianza de 95%.

Por lo cual podemos concluir diciendo que la aplicación del modelo de fichas en el plano como material didáctico, dio resultados positivos tal como se observa claramente en el post test del grupo experimental, en donde los estudiantes obtuvieron puntajes mayores con relación al pre test y que dicho sea de paso también una diferencia significativa en relación a la post test del grupo control con una diferencia de 1.67 puntos, el cual quiere decir que los mejores resultados obtuvieron aquellos alumnos a quienes se les enseñó con el modelo de fichas en el plano.

CAPITULO IV

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

En este proyecto de investigación hemos presentado un estudio teórico y experimental sobre el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay, fundamentada en nuestro marco teórico sobre la importancia de un material didáctico en la enseñanza en la matemática.

Para finalizar presentamos las principales conclusiones obtenidas y organizadas en diferentes apartados. Comenzamos describiendo las conclusiones en relación a las hipótesis y objetivos de la investigación y presentando las principales aportaciones de la misma.

Primero: En los resultados de las hipótesis específicas, en cuanto a la interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros, se pudo demostrar que el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico es óptimo para el aprendizaje de los estudiantes, donde se pudo verificar que los estudiantes del grupo experimental en su gran mayoría lograron interpretar la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros sin dificultad, en cambio los estudiantes del grupo control, donde no se utilizó el modelo de fichas en el plano, lograron interpretar la regla de signos con dificultad.

Segundo: En los resultados de las hipótesis específicas, en cuanto a la resolución de las operaciones básicas de números enteros, se pudo demostrar que el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico mejora significativamente el aprendizaje de los estudiantes, donde se pudo verificar que los estudiantes del grupo experimental en su gran mayoría lograron resolver ejercicios

de las operaciones básicas de números enteros sin dificultad, en cambio los estudiantes del grupo control, donde no se uso el modelo de fichas en el plano, lograron interpretar y resolver ejercicios con dificultad.

Tercero: En la evaluación de los resultados de la Post test del grupo experimental y control, a través de la prueba estadística T – Student, se verificó que el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico contribuye en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros en los estudiantes del primer grado de la Institución Educativa Villa Gloria de Abancay – 2011, con un nivel de significancia de 5% y nivel de confianza de 95%, en vista que el valor de $T_{\text{obtenido}} = 2.8982$ es superior al valor de la tabla que es de 1.6909 ($2.8982 > 1.6909$).

El uso del modelo de fichas en el plano en las operaciones básicas de números enteros, nos demuestra que los resultados de los estudiantes del grupo experimental después de aplicar la Post test, obtuvieron notas aprobatorias con un promedio de 14.05 en la escala vigesimal, superior a los resultados de los estudiantes del grupo control que obtuvieron notas aprobatorias pero con un promedio de 12.38 en la escala vigesimal, del cual podemos afirmar que la enseñanza tradicional fue inferior a la utilización de nuevas estrategias y metodologías de enseñanza, como es el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico, esto demuestra la importancia de la utilización adecuada de estrategias, técnicas, métodos y procedimientos en la enseñanza de las matemáticas.

RECOMENDACIONES

El uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de los estudiantes especialmente en aquellos alumnos que están entrando a un nuevo tema como son números enteros es sumamente valioso, debido a que este material esta dividido en dos campos; uno positivo y el otro negativo el cual ayuda a diferenciar los signos para posteriormente adaptarse mejor al dominio de los signos, por las mismas razones que ya mencioné se debería incluir en los planes curriculares del docente, en la utilización de nuevas estrategias; porque se ha observado a docentes de matemática que desconocen los diferentes estrategias orientados hacia la matemática.

Se debería proponer a las instancias académicas de la Dirección Regional de Educación de Apurímac, diseñar políticas de capacitación docente en el área de matemática basadas en los principios, técnicas y estrategia de enseñanza metodológica en forma diferente a lo tradicional, innovando nuevos métodos como el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el tema de números enteros a fin de mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en matemática.

Incentivar a los estudiantes y docentes de la carrera profesional de educación del área de matemática investigar nuevas estrategias y metodologías de enseñanza a fin de mejorar la calidad educativa de los estudiantes y de esa manera contribuir en el desarrollo educativo de nuestra región que es Apurímac y el país.

BIBLIOGRAFÍA

1. ÁLVAREZ, A. (1996). Actividades matemáticas con materiales didácticos. Madrid: MEC-Narcea. Pág. 9.
2. BORJAS FRANCO, Dania Yulisa. Tesis “Aprendizaje de los números enteros Experiencia significativa en estudiantes de séptimo grado de la escuela nacional de música”. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán México 2009.
3. COVEÑAS NAQUICHE, Manuel. Matemática primer grado, Editorial Coveñas; Pág. 155-170: <http://apuntes.rincondelvago.com/numeros-enteros.html> Consultado el: 15 – 10 – 2010.
4. CASIMIRO URCOS, Walther (2008); teoría, diseño y formulación de proyecto de investigación; Editorial GRAMAL, Primera Edición Perú.
5. DICCIONARIO ENCICLOPÉDICO OCEANO UNO COLOR. 2001. España, Editorial Océano.
6. FERNÁNDEZ, Santiago. (2001); La historia de las matemáticas en el aula en. Revista de Didáctica de las matemáticas. Barcelona. 2001. GRAO. pp. 9-10.
7. FLORES, Marco; Teoría cognitiva de la educación. Lima: San Marcos, Pág.142-165
8. GALLARDO A. Los números negativos en el contexto de la resolución de ecuaciones; Pág. 3.
9. GALLARDO, Aurora; y HERNANDEZ, Abraham. Tesis “Emergencia de los números enteros”. Universidad de Valencia. Disponible en:
<http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig5/Agallardo.pdf>
10. GONZALES MARI, José Luís. Tesis “Relatividad Aditivo ordinal y números enteros: Simplicidad matemática y complejidad Didáctica de la transición de N a Z ”. Universidad de Málaga España.
11. KLINGLER, Cynthia y VADILLA, Guadalupe: (2003); Psicología cognitiva. Estrategias en la práctica docente. Mexico, Pág. 8 - 106
12. MARQUÈS GRAELLS, Pere (2000). Recursos Educativos: disponible en: <http://dewey.uab.es/pmarques/medio.htm>. Revisado 20 de diciembre del 2009.
13. MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL PERÚ (2007) "Materiales educativos y el aprendizaje de la matemática". Ediciones El Nosedal S.A.C. Perú. 1ra Ed.



14. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, (2008), Diseño Curricular Nacional en la Educación Básica Regular, publicado en www.minedu.gob.pe. Revisado 12 de enero del 2011.
15. MOYA, Rufino y SARAVIA, Gregorio (2004); probabilidad e inferencia estadística. Lima – Perú. Ed. San Marcos.
16. MUÑOZ, 2003; Nuevos rumbos de la pedagogía. El constructivismo. Modulo I El Aprendizaje. Lima: San Marcos. Pág.59
17. OGALDE, Isabel (2003) Los materiales didácticos, medios y recursos de apoyo a la docencia. México D.F.: Trillas, Pág.21.
18. PIAGET, Jean; (1992). Seis estudios de psicología. Barcelona.
19. RIVERO DE MENDOZA, Francisco. en su artículo “una Representación Semiótica para construir los números enteros”. Departamento de matemáticas Facultad de Ciencias Universidad de los Andes Mérida, Venezuela (en red) disponible en: <http://webdelprofesor.ula.ve/ciencias/lico/Mateducativa/Modelopedagogico/MOdelo%20Mofip.pdf> , Consultado el: 20 – 04– 2010
20. ROBLES TELLO, León Alberto y CARLIN RAMOS, Javier. 1999. Tesis “material educativo y su impacto en el logro de los objetivos de la asignatura de física, en los colegios del distrito de Abancay”. Licenciado en educación. Abancay, Universidad Tecnológica de los Andes.
21. S. PARRA, Hugo. El conocimiento didáctico relativo a la adición en números enteros en futuros profesores de matemática.
22. SÁNCHEZ CARLESSI, Hugo (1984); METODOLOGÍA Y DISEÑOS EN LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA; Editorial Universitaria, Tercera Edición Perú, Pág. 18.
Disponible en: <http://simposio.una.edu.ve/archivo/ConocimientoDidacticoAdicion.pdf>
23. TREJO GAMBOA, Maria Angélica. Tesis “Material de Apoyo para la Enseñanza del concepto de variable en el Algebra Elemental”. Universidad de Veracruz México.

ANEXOS



ANEXO Nº 01
MATRIZ DE CONSISTENCIA

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	INDICADORES	MÉTODOLOGIA
<p>Problema General:</p> <p>¿En qué medida influye el uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros, en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay?</p> <p>Problemas Específicos:</p> <p>a) ¿Cuál es el nivel de interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano?</p> <p>b) ¿Cuál es el nivel de resolución de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano?</p>	<p>Objetivo General:</p> <p>Determinar los efectos del uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros, en los estudiantes del primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay – 2011.</p> <p>Objetivos Específicos:</p> <p>a) Evaluar el nivel de interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano.</p> <p>b) Evaluar el nivel de resolución de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano.</p>	<p>Hipótesis General:</p> <p>El uso del modelo de fichas en el plano como material didáctico influye de manera positiva en el aprendizaje de las operaciones básicas de números enteros, en los estudiantes del primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay – 2011.</p> <p>Hipótesis Específicas:</p> <p>a) El nivel de interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano, es óptimo.</p> <p>b) El nivel de resolución de las operaciones básicas de números enteros en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Villa Gloria de Abancay, al usar el modelo de fichas en el plano, mejora significativamente.</p>	<p>Vi = USO DEL MODELO DE FICHAS EN EL PLANO COMO MATERIAL DIDÁCTICO.</p> <p>Vd = APRENDIZAJE DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE NÚMEROS ENTEROS.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de las fichas en el plano. • Realizar acciones con las fichas utilizando números enteros. <ul style="list-style-type: none"> • Interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros haciendo uso el modelo de fichas en el plano. • Resolución de las operaciones básicas de números enteros haciendo uso el modelo de fichas en el plano. 	<p>Población:</p> <p>La población de estudio esta conformado por un total de 220 estudiantes del nivel secundario de la I.E. Villa Gloria de Abancay – 2011.</p> <p>Muestra:</p> <p>La muestra utilizada en la presente investigación, esta conformado por los estudiantes de primer grado de secundaria, siendo dicha muestra un total de 36 estudiantes</p> <p>Tipo de investigación:</p> <p>Aplicada</p> <p>Método:</p> <p>Experimental</p> <p>Diseño de investigación:</p> <p>Cuasi experimental</p> <p>Nivel:</p> <p>Explicativo.</p> <p>Técnica:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Observación sistemática directa. • Experimentación • Comparación <p>Instrumentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ficha de observación • Lista de cotejos • Pre test • Post test

PRUEBA DE PRE TEST Y POST TEST DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL



ANEXO N ° 02
PRUEBA DE ENTRADA

Nombres y Apellidos: _____

Grado: _____

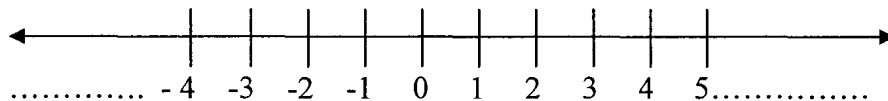
Fecha: _____

INDICACIONES:

- a. Lea bien las preguntas antes de resolver.
- b. Marque con una (X) o un círculo, la respuesta correcta de las preguntas (2,3 y 4) que tienen alternativas.
- c. En las preguntas (1 y 6), utiliza el espacio en blanco para resolver.
- d. Las preguntas (5, 7, 8, 9, 10) complete con la respuesta correcta.
- e. Respuesta correcta vale 2 puntos.

1) Grafica la recta numérica de los números naturales.

2) En la siguiente recta numérica marque con un círculo el número 2 negativo, y número 3 positivo.



3) En Puno la temperatura es de -5 grados centígrados, esto indica que esta haciendo:

- a) Calor
- b) Frió

4) ¿Los números que ves a continuación son iguales?

+5 y -5

- SI
- NO

5) Utilizando el signo mayor o menor ($>$ o $<$), Indica cual de los siguientes números es mayor.

$$-9 \quad \square \quad +8$$

$$5 \quad \square \quad 2$$

6) Cuanto hay que aumentarle a -30 para que sea -80 .

7) Resuelve el siguiente ejercicio

$$3 - 1 =$$

$$3 - 2 =$$

$$3 - 3 =$$

$$3 - 4 =$$

8) Resuelve el siguiente ejercicio combinado.

$$2 + 3 - 7 =$$

9) Multiplicar el siguiente ejercicio.

$$-2 \times 5 =$$

10) Dividir el siguiente ejercicio.

$$-8 \div -2 =$$

**ANEXO N° 03
PRUEBA DE SALIDA**

Nombres y Apellidos: _____

Grado: _____

Fecha: _____

INDICACIONES:

- a. Lea bien las preguntas antes de resolver.
- b. En las preguntas (1, 2, 4, 5, 6, 7y 8), utiliza el espacio en blanco para resolver.
- c. Marque con una (X) o un circulo, la respuesta correcta en la pregunta (3) que tiene alternativas.
- d. Respuesta correcta vale 2 puntos. Solo el ejercicio numero 8 vale 6 puntos.

1) Grafique la recta numérica de los números enteros.

2) Ordena de menor a mayor.

0, 5, -7, -1, 10 _____

3) La temperatura en Abancay es de 20 grados centígrados, y en Juliaca (- 3) grados centígrados.
¿En cual de las ciudades hace frío?.

- a) Abancay
- b) Juliaca

4) Sumar los siguientes ejercicios.

- a) $- 10 + 6 =$
- b) $- 12 + (-9) =$

5) Restar los siguientes ejercicios.

- a) $- 4 - 6 =$
- b) $- 5 - (- 8) =$



6) Multiplicar los siguientes ejercicios.

a) $- 2 \times 8 =$

b) $- 4 \times (-5) =$

7) Dividir los siguientes ejercicios.

a) $- 50 \div 2 =$

b) $- 90 \div (-3) =$

8) Resuelva las siguientes operaciones combinadas.

a) $2 + 3 \times 3 - (- 4 \div 2)$

b) $- (- 5) + 20 \div (-5) + 3 \times (- 3)$

c) $- 4 + 10 - \{- 40 \div - 8 + 2 \times (- 5) \}$

FICHA DE OBSERVACIÓN



UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC
 ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN
 ESPECIALIDAD MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

ANEXO Nº 04

FICHA DE OBSERVACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

DATOS INFORMATIVOS

INSTITUCIÓN EDUCATIVA : VILLA GLORIA
 RESPONSABLES : HUAMAN RIOS Leonidas, AYQUIPA ROMAN Grimaldo
 FECHA :
 Nro. DE SESIÓN : 08

Nro. De Orden	1 ^{to} "A" APELLIDOS Y NOMBRES	Interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros.												PUNTAJES	PROMEDIOS
		Analiza la regla de signos del enunciado.				Identifica la regla de signos adecuadamente.				Representa la regla de signos simbólicamente.					
		0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3		
1	ALCCA BELLIDO, Luz Marina				o				o				o	9	20
2	AYMARA QUISPE, Rosa				o				o				o	9	20
3	CABRERA CCARHUASLLA, Octavio			o				o				o		6	14
4	CARRION LLANO, Jorge				o				o				o	9	20
5	CCANRE VALVERDE, Abel Fernando			o					o			o		7	16
6	JURO GUTIERREZ, Luis Alberto				o				o				o	9	20
7	MUÑOZ JURO, Adrián			o				o					o	5	12
8	ORTIZ APOLINARIO, Mercedes				o				o				o	9	20
9	OSCCO PUGA, Yack Yoni				o				o				o	9	20
10	PALOMINO CONTRERAS, Briza Marife				o				o				o	9	20
11	QUISPE CHOQUE, July Mariela			o					o				o	5	12
12	RAMOS AYMA, Alicia			o					o				o	5	12
13	SICHA QUISPE, Rosber Yovani				o				o				o	8	18
14	SIERRA LOPINTA, Nélide				o				o				o	9	20
15	TOMAYLLA ZAMORA, Yesenia Katherine				o				o				o	8	18
16	VALDERRAMA CESPEDES, Yin Yon				o				o				o	7	16
17	VARGAS CAMACHO, Karina			o					o				o	6	14
18	CONDORI HILARES, Fredy			o					o				o	6	14
19															
20															
SUMA				7	11			3	6	9			8	10	
PROMEDIO FINAL															17,00



UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC
ACADÉMICA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN
ESPECIALIDAD MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

RESULTADOS

Interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros.						
<=3	4	5	6	7	8	9
7	10	12	14	16	18	20

JUICIO ESTIMADO		CATEGORIAS		PUNTAJES		RESULTADO FINAL					
PUNTAJE	VALORIZACIÓN					PROMEDIOS POR CAPACIDAD	PROMEDIO FINAL DE LA SESIÓN				
18-20	EXCELENTE	NO HACE NADA	0	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;">Interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros.</td> <td style="width: 50%;"></td> </tr> <tr> <td style="vertical-align: top;">Resolución de las operaciones básicas de números enteros.</td> <td></td> </tr> </table>		Interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros.		Resolución de las operaciones básicas de números enteros.			
Interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros.											
Resolución de las operaciones básicas de números enteros.											
15-17	BUENO	CON MUCHA DIFICULTAD	1								
11-14	REGULAR	CON DIFICULTAD	2								
0-10	MALA	SIN DIFICULTAD	3								



UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC
 ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN
 ESPECIALIDAD MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

ANEXO Nº 05

FICHA DE OBSERVACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

DATOS INFORMATIVOS

INSTITUCIÓN EDUCATIVA : VILLA GLORIA
 RESPONSABLES : HUAMAN RIOS Leonidas, AYQUIPA ROMAN Grimaldo
 FECHA :
 Nro. DE SESIÓN : 07

Nro. De Orden	1to "A" APELLIDOS Y NOMBRES	Resolución de las operaciones básicas de números enteros.								PUNTAJES	PROMEDIOS
		Identifica datos en los ejercicios propuestos adecuadamente.				Resuelve ejercicios propuestos adecuadamente.					
		0	1	2	3	0	1	2	3		
1	ALCCA BELLIDO, Luz Marina				o				o	6	20
2	AYMARA QUISPE, Rosa				o				o	6	20
3	CABRERA CCARHUASLLA, Octavio			o					o	4	10
4	CARRION LLANO, Jorge				o				o	6	20
5	CCANRE VALVERDE, Abel Fernando			o					o	4	10
6	JURO GUTIERREZ, Luis Alberto				o				o	6	20
7	MUÑOZ JURU, Adrián			o					o	4	10
8	ORTIZ APOLINARIO, Mercedes				o				o	6	20
9	OSCCO PUGA, Yack Yoni				o				o	6	20
10	PALOMINO CONTRERAS, Briza Marife				o				o	6	20
11	QUISPE CHOQUE, July Mariela			o					o	4	10
12	RAMOS AYMA, Alicia			o					o	4	10
13	SICHA QUISPE, Rosber Yovani				o				o	6	20
14	SIERRA LOPINTA, Nélida				o				o	6	20
15	TOMAYLLA ZAMORA, Yesenia Katherine				o				o	6	20
16	VALDERRAMA CESPEDES, Yin Yon				o				o	6	20
17	VARGAS CAMACHO, Karina			o					o	4	10
18	CONDORI HILARES, Fredy			o					o	4	10
19											
20											
SUMA				7	11			8	10		
PROMEDIO FINAL											16,11



UNIVERSIDAD NACIONAL MICAELA BASTIDAS DE APURÍMAC
 ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN
 ESPECIALIDAD MATEMÁTICA E INFORMÁTICA

RESULTADOS

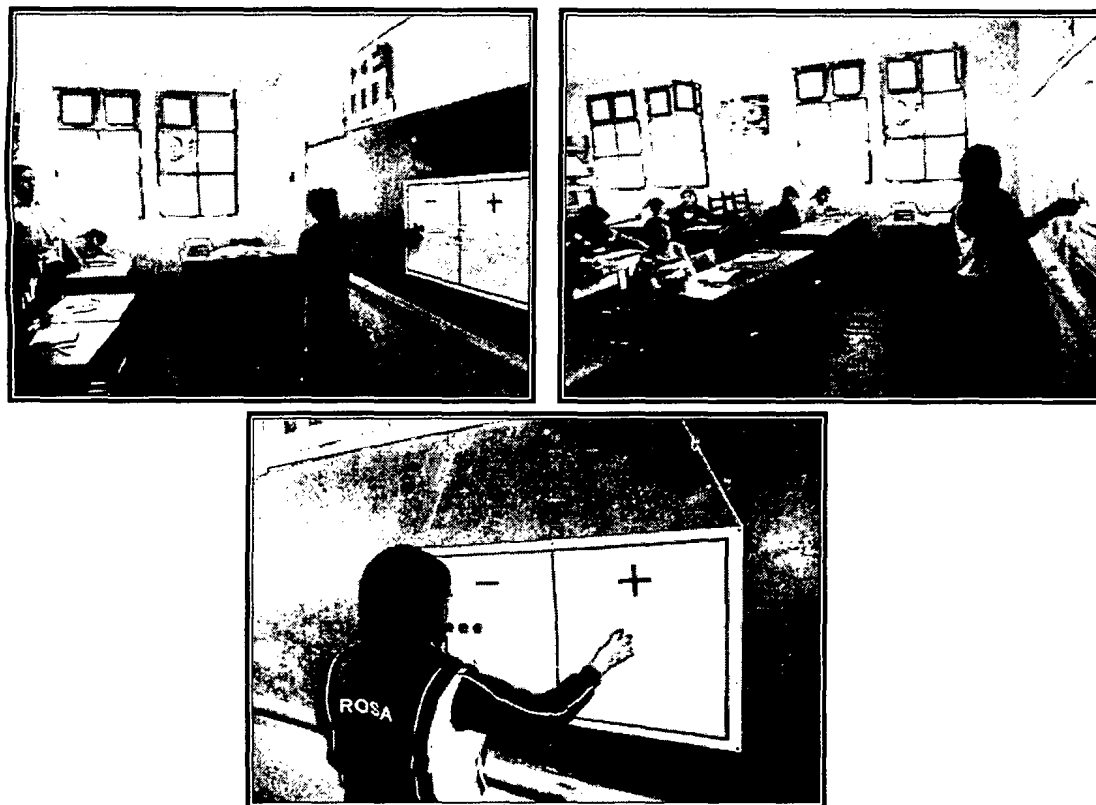
Resolución de las operaciones básicas de números enteros.			
< =3	4	5	6
7	10	15	20

JUICIO ESTIMADO		CATEGORIAS		PUNTAJES		RESULTADO FINAL	
PUNTAJE	VALORIZACIÓN					PROMEDIOS POR CAPACIDAD	PROMEDIO FINAL DE LA SESIÓN
18-20	EXCELENTE	NO HACE NADA	0			Interpretación de la regla de signos de las operaciones básicas de números enteros.	
15-17	BUENO	CON MUCHA DIFICULTAD	1				
11-14	REGULAR	CON DIFICULTAD	2			Resolución de las operaciones básicas de números enteros.	
0 -10	MALA	SIN DIFICULTAD	3				



FOTOS

ESTUDIANTES DEL GRUPO EXPERIMENTAL EN PLENA SESIÓN DE APRENDIZAJE



ESTUDIANTES DEL GRUPO CONTROL EN PLENA SESIÓN DE APRENDIZAJE

